Камсатский государственный технический университет

А. Исаков

Физика

ЕГЭ - 2016

Часть - 4

Петропавловск-Камчатский 2016

Камчатский государственный технический университет

А. Исаков

Физика

Сборник заданий ЕГЭ – 2016

Петропавловск-Камчатский
2016

УДК 50(075.8)
ББК 20я73
И85

Рецензент
доктор физико-математических наук,
профессор Дальневосточного Федерального университета
Стоценко Л.Г.

Исаков Александр Яковлевич

И85 Сборник заданий ЕГЭ – 2016: КамчатГТУ, 2016. – 258 с.

Приведены решения тематических заданий, составленных Кабардиным О.Ф., Кабардиной С.И., Орловым В.А., Громцевой О.И. Бобошкиной С.Б.. По мнению составителей, задания являются совокупностью подлинных задач экзамена ЕГЭ 2016. Вместе с тем, приведенные задания, в части задач повышенного уровня, практически совпадают с содержанием прошлогоднего сборника одноимённых авторов. Отличие заключается в добавлении некоторого количества (291) заданий части 1.

Большинство задач снабжены подробными решениями с анализом применяемых законов и определений, для стандартных задач самого начального уровня приведены только схемы решений

Сборник предназначен, прежде всего, для школьников старших классов, намеревающихся овладеть методиками решения задач в рамках современного ЕГЭ.

Оглавление

Часть 1 ЕГЭ

Часть 2 ЕГЭ

Задания 29 – 32 ЕГЭ

Часть 1 ЕГЭ

1. Механика

1. На парте лежит учебник. Относительно каких тел эта книга покоится? Относительно каких движется?

Решение

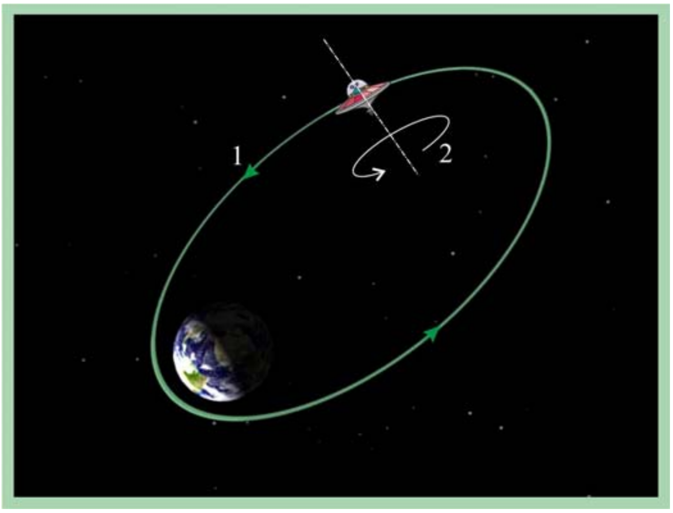
1. Относительность движения проявляется в различиях скорости, пути и перемещения одного и того же тела в различных системах отсчёта.

2. Например, книга покоится относительно системы отсчёта связанной с аудиторией (землёй), но вращается вместе с Землёй относительно системы координат, связанной с Солнцем.

---

2. В каких задачах искусственный спутник Земли нельзя считать материальной точкой?

Решение

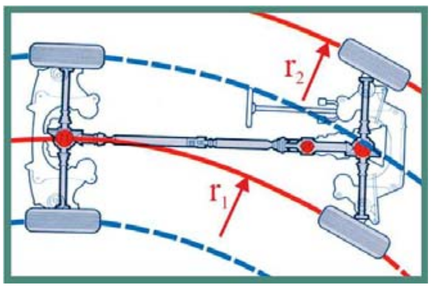


1. Спутник можно считать материальной точкой во всех случаях, когда его размер существенно меньше совершаемых им перемещений и все точки спутника движутся по одинаковым траекториям. Если в движении спутника присутствует вращение, то модель материальной точки будет некорректной. Так например, при рассмотрении орбитального движения спутника 1, его можно принимать за материальную точку, а при рассмотрении собственного вращения спутника 2 – нельзя.

---

3. В каких задачах автобус можно считать материальной точкой?

Решение



1. Автобус можно считать материальной точкой при его прямолинейном движении, кода его размеры меньше совершаемых перемещений.

2. При криволинейных движениях траектории отдельных точек автобуса будут разными, считать автобус материальной точкой – нельзя.

4. **Вертолет поднимается вертикально вверх. Какова траектория движения точки на конце лопасти винта вертолета в системе отсчета, связанной с винтом?**

Решение

1. Траектория движения точек лопасти несущего винта вертолёта, относительно оси z, связанной с осью вращения винта будет представлять собой окружность с центром, лежащим на оси вращения. При вертикальном подъёме вертолёта относительно земли траектории точек винта будут представлять собой спирали, т.к. движение будет сложным, состоящим из поступательного движения вверх совместно с вертолетом и вращения вокруг оси z.

---

5. **Стюардесса вышла из кабины пилота, прошла по всему самолету и вернулась обратно. Чему приблизительно равен путь стюардессы в системе отсчета, связанной с самолетом?**

Решение

1. В системе отсчёта, связанной с воздушным судном, летящем прямолинейно, путь, проделанный стюардессой будет равен удвоенной длине салона:

$$S = 2\ell;$$

---

6. **Турист обошел круглое озеро, радиус которого 150 м. Чему равен путь, пройденный туристом?**

Решение

$$S = 2\pi R = 942м;$$

---

7. **Лыжник, двигаясь на запад, проехал 8 км, затем повернул на север и проехал еще 12 км. Чему равен его путь?**

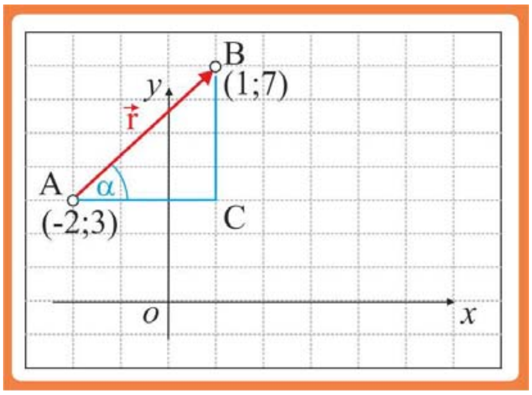
Решение

$$S = s_1 + s_2 = 20км;$$

---

8. **Материальная точка, двигаясь прямолинейно, переместилась из точки с координатами (−2; 3) в точку с координатами (1; 7). Определите модуль вектора перемещения.**

Решение



1. Из прямоугольного треугольника ABC:

$$AC = y_2 - y_1 = 1 - (-2) = 3м;$$

$$BC = x_2 - x_1 = 7 - 3 = 4м;$$

$$|\bar{r}| = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5м;$$

$$\cos\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} = 0{,}6;$$

$$\alpha = \arccos 0{,}6 \approx 53{,}1^0;$$

---

9. **Координата материальной точки изменяется с течением времени согласно формуле $x = 8 - 3t$. Чему равна координата материальной точки через 2 с после начала движения?**

Решение

$$x_2 = 8 - 6 = 2м;$$

---

10. **Координата тела изменяется с течением времени согласно формуле $x = 10 - 4t$. В какой момент времени координата этого тела будет равна нулю?**

Решение

$$10 - 4t = 0; \quad \Rightarrow \quad t = 2{,}5с;$$

---

11. **Поезд длиной 560 м, двигаясь равномерно, прошел мост длиной 640 м за 2 мин. Определите скорость поезда.**

Решение

$$v = \frac{\ell_1 + \ell_2}{\Delta t} = \frac{1200}{120} = 10\frac{м}{с} = 36\frac{км}{ч};$$

---

12. **В трубопроводе с площадью поперечного сечения 100 см^2 нефть движется со скоростью 1,4 м/с. Какой объём нефти проходит по трубопроводу в течение 10 мин?**

Решение

$$\ell = vt = 1{,}4 \cdot 600 = 840м; \quad V = \ell S = 840 \cdot 10^{-2} = 8{,}4м^3;$$

---

13. **При движении моторной лодки по течению реки ее скорость относительно берега 10 м/с, а при движении против течения 6 м/с. Определите скорость течения реки.**

$$\left.\begin{aligned} v_Л + v_Р &= 10; \\ v_Л - v_Р &= 6; \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad 2v_Р = 4; \quad v_Р = 2\frac{м}{с};$$

---

14. При обработке детали на токарном станке скорость продольной подачи резца равна 4 см/мин, а скорость поперечной подачи 3 см/мин. Какова скорость резца относительно корпуса станка при этом режиме работы?

Решение

$$\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2; \quad \Rightarrow \quad |\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 5\frac{\text{см}}{\text{мин}};$$

---

15. По двум параллельным железнодорожным путям равномерно движутся два поезда в одном направлении: грузовой со скоростью 48 км/ч и пассажирский — со скоростью 102 км/ч. Какова величина относительной скорости поездов?

Решение

$$v_{\text{Отн}} = v_2 - v_1 = 54\frac{\text{км}}{\text{ч}} = 15\frac{\text{м}}{\text{с}};$$

---

16. Автомобиль движется навстречу велосипедисту со скоростью 54 км/ч. С какой скоростью движется автомобиль относительно велосипедиста, если скорость велосипедиста 6 м/с?

Решение

$$v_A = 54\frac{\text{км}}{\text{ч}} = 15\frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v_{\text{Отн}} = v_A + v_B = 21\frac{\text{м}}{\text{с}} = 75{,}6\frac{\text{км}}{\text{ч}};$$

---

17. Автомобиль, двигаясь равноускоренно, через 10 с после начала движения достиг скорости 54 км/ч. Найдите ускорение автомобиля.

Решение

$$v = at; \quad v = 15\frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad t = \frac{v}{a} = 1{,}5\frac{\text{м}}{\text{с}};$$

---

18. Лыжник равноускоренно съезжает со снежной горки. Скорость лыжника в конце спуска 15 м/с. Время спуска 30 с. Определите ускорение лыжника. Спуск начинается со скоростью 3 м/с.

Решение

$$v = v_0 + at; \quad a = \frac{v - v_0}{t} = 0{,}4\frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

---

19. За какое время автомобиль, двигаясь с ускорением 0,4 м/с^2, увеличит свою скорость с 36 км/ч до 72 км/ч?

Решение

$$v = v_0 + at; \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{20 - 10}{0{,}4} = 25\text{с};$$

---

20. Велосипедист движется под уклон с ускорением 0,4 м/с². Какую скорость приобретет велосипедист через 15 с, если начальная скорость равна 4 м/с?

Решение

$$v = v_0 + at = 4 + 0{,}4 \cdot 15 = 10\frac{м}{с};$$

---

21. Лыжник съезжает с горки, двигаясь равноускоренно. Время спуска равно 8 с, ускорение 1,4 м/с². В конце спуска его скорость 20 м/с. Определите начальную скорость лыжника.

Решение

$$v = v_0 + at; \quad \Rightarrow \quad v_0 = v - at = 20 - 1{,}4 \cdot 8 = 8{,}8\frac{м}{с};$$

---

22. Какую скорость надо сообщить шайбе вдоль горизонтальной поверхности катка, чтобы она, скользя с ускорением 0,5 м/с², остановилась на расстоянии 30 м?

Решение

$$\left.\begin{aligned} & v = v_0 - at; \\ & x = v_0 t - \frac{at^2}{2}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} & t = \frac{v_0}{a}; \\ & x = \frac{v_0^2}{2a}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{x2a} = \sqrt{30} \approx 5{,}48\frac{м}{с};$$

---

23. При равноускоренном прямолинейном движении скорость моторной лодки увеличилась за 10 с от 6 м/с до 8 м/с. Какой путь пройден лодкой за это время?

Решение

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = 0{,}2\frac{м}{с^2}; \quad x = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 60 + \frac{0{,}2 \cdot 100}{2} = 70м;$$

---

24. Какое расстояние пройдёт автомобиль до полной остановки, если шофёр резко тормозит при скорости 60 км/ч, а от начала торможения до остановки проходит 6 с?

Решение

$$\left.\begin{aligned} & v = v_0 - at; \\ & x = v_0 t - \frac{at^2}{2}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} & a = \frac{v_0}{t}; \\ & x = v_0 t - \frac{v_0}{2t} t^2 = \frac{v_0 t}{2}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad x \approx \frac{16{,}7 \cdot 6}{2} \approx 50м;$$

---

25. Длина дорожки для взлёта самолёта 450 м. Какова скорость самолёта при взлёте, если он движется равноускоренно и взлетает через 10 с после старта?

Решение

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{at^2}{2}; \\ v &= at; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} a &= \frac{2x}{t^2}; \\ v &= \frac{2x}{t}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow v = \frac{900}{10} = 90\frac{м}{с};$$

---

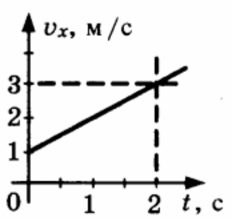
26. Координата тела изменяется с течением времени согласно формуле $x = t^2 + 3t - 16$. В какой момент времени, координата тела будет равна 2 м?

Решение

$$2 = t^2 + 3t - 16; \quad t^2 + 3t - 18 = 0; \quad t_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 18}; \quad t \approx -1{,}5 + 4{,}5 \approx 3с;$$

---

27. Тело начинает двигаться из начала координат вдоль оси OX, причем проекция скорости v_x меняется с течением времени по закону, приведенному на графике. Определите ускорение тела.

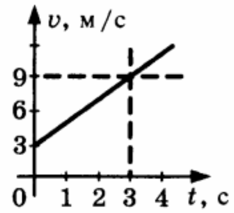


Решение

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3-1}{2} = 1\frac{м}{с^2};$$

---

28. По графику зависимости модуля скорости от времени, представленному на рисунке, определите ускорение прямолинейно движущегося тела в момент времени 2 с.



Решение

$$a = const = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{9-3}{3} = 2\frac{м}{с^2};$$

---

29. Камень брошен с некоторой высоты вертикально вниз с начальной скоростью 2 м/с. Чему будет равна скорость камня через 0,6 с после броска?

Решение

$$v = v_0 + gt = 8\frac{м}{с};$$

---

30. **Камень брошен вертикально вверх с начальной скоростью 20 м/с. Чему будет равен модуль скорости камня через 1,5 с после начала движения?**

Решение

$$v = v_0 - gt = 20 - 15 = 5\frac{м}{с};$$

---

31. **Материальная точка за 2 с прошла треть окружности. Определите период ее вращения.**

Решение

$$T = 3 \cdot 2 = 6\ с;$$

---

32. **Определите линейную скорость колеса, диаметр которого 40 см, а период вращения 2 с.**

Решение

$$v = \omega r = \frac{2\pi}{T} r = \frac{6{,}28}{2} 0{,}2 = 0{,}628\frac{м}{с};$$

---

33. **Колесо автомобиля, радиус которого 40 см, имеет угловую скорость 3 рад/с. Определите его центростремительное ускорение.**

Решение

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r = 3{,}6\frac{м}{с^2};$$

---

34. **Определите центростремительное ускорение колеса, диаметр которого 60 см, а частота вращения 0,5 Гц.**

Решение

$$\omega = 2\pi\nu; \quad a_n = \omega^2 r = 4\pi^2\nu^2 r = 39{,}4 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}3 \approx 5{,}96\frac{м}{с^2};$$

---

35. **Как изменится центростремительное ускорение точек обода колеса, если линейная скорость уменьшится в 3 раза?**

Решение

$$\left.\begin{aligned} a_{n(1)} &= \frac{v^2}{r}; \\ a_{n(2)} &= \frac{v^2}{9r}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{a_{n(1)}}{a_{n(2)}} = 9;$$

---

36. **Систему отсчета, связанную с Землей, можно приближенно считать инерциальной. При каком движении вертолета относительно Земли связанная с ним система отсчета также является инерциальной?**

Решение

1. При равномерном прямолинейном движении вертолёта (без ускорения).

---

37. **При каком движении автомобиля связанную с ним систему отсчета можно считать инерциальной?**

Решение

1. Любая система отсчёта, движущаяся относительно ИСО равномерно и прямолинейно тоже считается, согласно принципу относительности Галилея инерциальной.

---

38. **Размеры оконного стекла 60 см × 20 см, толщина 5 мм. Какова его масса? Плотность стекла 2500 кг/м^3.**

Решение

$$a = 0{,}6\text{м};\quad b = 0{,}2\text{м};\quad h = 5\cdot 10^{-3}\text{м};\quad m = \rho V = \rho abh = 1{,}5\text{ кг};$$

---

39. **На два тела действуют равные силы. Первое тело массой 300 г движется с ускорением 2 м/с^2. Определите массу второго тела, если оно движется с ускорением 10 см/с^2.**

Решение

$$\left.\begin{aligned} F = m_1a_1; \\ F = m_2a_2; \end{aligned}\right\} \Rightarrow\quad m_1a_1 = m_2a_2;\quad \Rightarrow\quad m_2 = \frac{m_1a_1}{a_2} = \frac{0{,}3\cdot 2}{10^{-2}} = 6\text{кг};$$

---

40. **Сила 40 Н сообщает телу ускорение 0,8 м/с^2. Какая сила сообщит этому телу ускорение 2 м/с^2?**

Решение

$$m = \frac{F_1}{a_1} = 50\text{ кг};\quad F_2 = ma_2 = 100\text{Н};$$

---

41. **Порожний грузовой автомобиль массой 5 т начинает движение с ускорением 0,3 м/с^2. После загрузки при той же силе тяги он трогается с места с ускорением 0,2 м/с^2. Сколько тонн груза принял автомобиль? Сопротивлением движению пренебречь.**

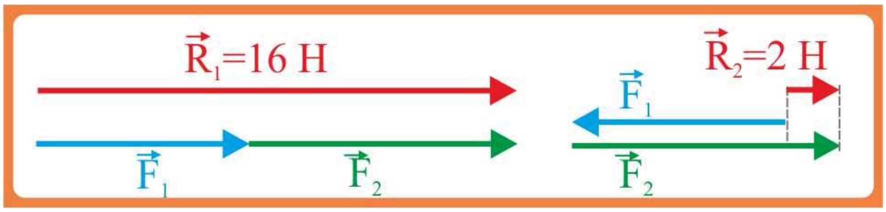
Решение

$$\left.\begin{aligned} F &= m_0a_1 \\ F &= (m_0 + m_x)a_2; \end{aligned}\right\} \Rightarrow\quad m_x = \frac{m_0(a_1 - a_2)}{a_2} = 2500\text{кг} = 25\text{т};$$

---

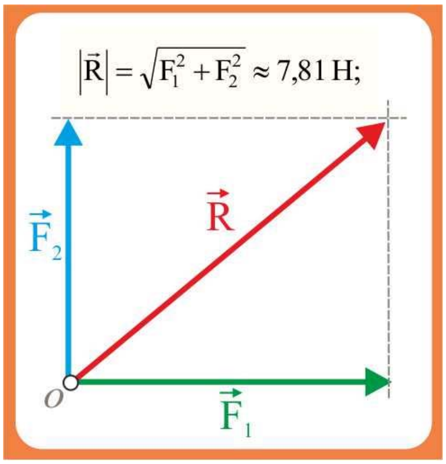
42. **Какое наибольшее и наименьшее значение результирующей силы можно получить, имея в своем распоряжении две силы 7 Н и 9 Н? Сделайте чертеж.**

Решение



43. Две силы 5 Н и 6 Н приложены к одному телу. Угол между направлениями сил 90°. Определите модуль равнодействующей этих сил.

Решение



---

44. Вес кирпича, лежащего на Земле, равен 50 Н. С какой силой Земля притягивается к кирпичу во время его свободного падения?

Решение

$$\left|\vec{F}_{З-К}\right| = \left|\vec{F}_{К-З}\right| = 50\ \text{Н};$$

---

45. На поверхности озера плавают две лодки массой 200 кг каждая, в одной из них сидит человек массой 50 кг. Он подтягивает к себе с помощью веревки вторую лодку. Сила натяжения веревки 100 Н. Сила сопротивления воды мала. Какое по модулю ускорение будет у лодки с человеком?

Решение

$$\left|\vec{F}_{1-2}\right| = \left|\vec{F}_{2-1}\right|; \quad \left.\begin{matrix} F = m_1 a_1; \\ F = m_2 a_2; \end{matrix}\right\} \quad a_2 = \frac{F}{m_2} = \frac{100}{200+50} = 0{,}4\frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

---

46. Два тела, движущиеся по гладкой горизонтальной плоскости, столкнулись друг с другом. Первое тело массой 500 г после столкновения стало двигаться с ускорением 1 м/с^2, а второе — 1 см/с^2. Определите массу второго тела.

Решение

$$m_1 v_1 = m_2 v_2; \quad \Rightarrow \quad m_2 = \frac{m_1 v_1}{v_2} = \frac{0{,}5 \cdot 1}{10^{-2}} = 50\text{кг};$$

---

47. Два одинаковых шарика находятся на расстоянии 10 см друг от друга и притягиваются с силой $6{,}67 \cdot 10^{-15}$ Н. Какова масса каждого шарика?

Решение

$$F_{1,2} = G\frac{m^2}{r^2}; \quad \Rightarrow \quad m = r\sqrt{\frac{F_{1,2}}{G}} \approx 0{,}1\sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-15}}{6{,}67\cdot10^{-11}}} \approx 1\cdot10^{-3}\,\text{кг};$$

---

48. **Как изменится сила всемирного тяготения, если массу одного из взаимодействующих тел увеличить в 6 раз?**

Решение

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= G\frac{m\cdot m}{r^2}; \\ F_2 &= G\frac{m\cdot 6m}{r^2}; \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \frac{F_2}{F_1} = 6;$$

---

49. **На некоторой планете сила тяжести, действующая на тело массой 2 кг, равна 8 Н. Определите по этим данным ускорение свободного падения на планете.**

Решение

$$mg = F_G; \quad \Rightarrow \quad g = \frac{F_G}{m} = 4\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

---

50. **Камень неизвестной массой брошен вертикально вверх с начальной скоростью 20 м/с. Модуль силы тяжести, действующей на камень в момент броска, равен 2,5 Н. Какую массу имеет камень?**

Решение

$$\left|\vec{F}_G\right| = mg; \quad \Rightarrow \quad m = \frac{F_G}{g} \approx 0{,}25\,\text{кг};$$

---

51. **Определите ускорение свободного падения на поверхности Марса, если его масса $6{,}43\cdot10^{23}$ кг, а радиус $3{,}38\cdot10^{6}$ м.**

Решение

$$mg = G\frac{mM}{R^2}; \quad \Rightarrow \quad g = \frac{GM}{R^2} \approx \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot 6{,}43\cdot10^{23}}{1{,}14\cdot10^{13}} \approx 3{,}75\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

---

52. **Средний радиус планеты Меркурий 2420 км, а ускорение свободного падения 3,72 м/с^2. Найдите массу Меркурия.**

Решение

$$mg = G\frac{mM}{R^2}; \quad \Rightarrow \quad M = \frac{gR^2}{G} \approx \frac{3{,}72\cdot 5{,}85\cdot10^{12}}{6{,}67\cdot10^{-11}} \approx 3{,}27\cdot10^{23}\,\text{кг};$$

---

53. **В Днепре поймали сома массой 300 кг. На сколько удлинится капроновая нить, жесткость которой 10 кН/м, при равномерном поднятии этого сома?**

Решение

$$mg = k\Delta\ell; \quad \Rightarrow \quad \Delta\ell = \frac{mg}{k} = \frac{300 \cdot 10}{10^4} = 0{,}3\text{м};$$

---

54. К пружине длиной 12 см, жесткость которой 500 Н/м, подвесили груз массой 3 кг. Какой стала длина пружины?

Решение

$$k\Delta\ell = mg; \quad \Rightarrow \quad \Delta\ell = \frac{mg}{k} = 0{,}06\text{м}; \quad \ell = \ell_0 + \Delta\ell = 18\text{см};$$

---

55. Определите коэффициент трения между змеёй и землёй, если змея массой 120 г движется равномерно со скоростью 1 м/с, при этом сила трения равна 0,15 Н.

Решение

$$|\vec{F}_T| = \mu mg; \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{F_T}{mg} = \frac{0{,}15}{1{,}2} = 0{,}125;$$

---

56. К ободу колеса диаметром 60 см приложена касательная тормозящая сила 100 Н. Какой минимальный по величине вращательный момент может заставить колесо вращаться?

Решение

$$M_Z(F) = F\frac{d}{2} = 100 \cdot 0{,}3 = 30\frac{Н}{м}; \quad \Rightarrow \quad M_{Z(x)} \geq 30\frac{Н}{м};$$

---

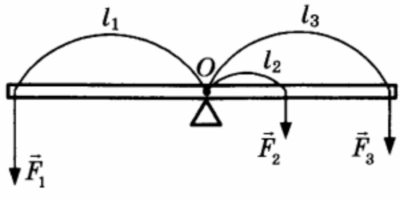
57. К маховику приложен вращательный момент 100 Н·м. Какое плечо должна иметь тормозящая сила в 500 Н, чтобы маховик не вращался?

Решение

$$M_Z(\vec{F}_1) = F_2\ell_X; \quad \Rightarrow \quad \ell_X = \frac{M_Z(\vec{F}_1)}{F_2} = \frac{100}{500} = 0{,}2\text{м};$$

---

58. На рычаг, находящийся в равновесии, действуют три силы F_1, F_2 и F_3. Плечи этих сил соответственно равны l_1, l_2 и l_3 (см. рис.). Запишите условие равновесия рычага.

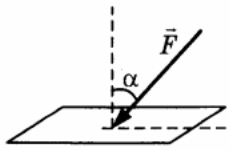


Решение

$$F_1\ell_1 = F_2\ell_2 + F_3\ell_3;$$

---

59. На горизонтальную поверхность действует сила $\bar{F}$, образующая с вертикалью угол α (см. рис.). При каком значении угла сила будет оказывать минимальное давление на поверхность?



Решение

$$p = \frac{F_{\perp}}{S} = \frac{F_y}{S} = \frac{F\cos\alpha}{S}; \quad \Rightarrow \quad p_{min} = 0; \text{при } \alpha = \frac{\pi}{2};$$

---

60. На стол положили два кубика одинакового размера. Один изготовлен из стали ($\rho_{стали} = 7800$ кг/м^3), а другой из алюминия ($\rho_{алюминия} = 2700$ кг/м^3). Какой кубик оказывает на стол большее давление и во сколько раз?

Решение

$$p = \frac{mg}{S}; \quad \left.\begin{aligned} p_{Fe} &= \frac{\rho_{Fe}Vg}{S}; \\ p_{Al} &= \frac{\rho_{Al}Vg}{S}; \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \frac{p_{Fe}}{p_{Al}} = \frac{7800}{2700} \approx 2{,}9;$$

---

61. Рыбка плавает в аквариуме. До поверхности ей плыть 20 см, а до дна 30 см. Какое давление воды испытывает рыбка? Плотность воды в аквариуме 1000 кг/м^3.

Решение

$$p = \rho gh = 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}2 = 2 \cdot 10^3 \text{Па} = 2\text{кПа};$$

---

62. Плотность воды в заливе Кара-Богаз-Гол 1200 кг/м^3. Определите глубину, на которой давление воды составит 480 кПа.

Решение

$$p = \rho gh; \quad \Rightarrow \quad h = \frac{p}{\rho g} = \frac{4{,}8 \cdot 10^5}{1{,}2 \cdot 10^4} = 40\text{м};$$

---

63. К малому поршню гидравлического пресса приложена сила 10 Н, под действием которой за один ход он опускается на 25 см, вследствие чего большой поршень поднимается на 5 мм. Какая сила давления передается при этом на большой поршень?

Решение

$$\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{F_2}{F_1}; \quad \Rightarrow \quad F_2 = \frac{F_1\ell_1}{\ell_2} = \frac{10 \cdot 0{,}25}{5 \cdot 10^{-3}} = 500\text{Н};$$

---

64. При взвешивании груза в воздухе показание динамометра равно 2 Н. При опускании груза в воду показание динамометра уменьшается до 1,6 Н. Какая выталкивающая сила действует на груз?

Решение

$$F_A = F - \Delta F = 0{,}4H;$$

---

65. Определите архимедову силу, действующую со стороны атмосферного воздуха на человека объёмом 50 дм^3? Плотность воздуха 1,3 кг/м^3.

Решение

$$F_A = \rho g V = 1{,}3 \cdot 10 \cdot 0{,}05 = 0{,}65H;$$

---

66. Железобетонная плита размером 4 м × 0,5 м × 0,25 м погружена в воду наполовину своего объема. Чему равна архимедова сила, действующая на нее? Плотность воды 1000 кг/м^3.

Решение

$$F_A = \rho g \frac{V}{2} = 10^4 \frac{4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}25}{2} = 2500H;$$

---

67. В начале спуска лыжник имел скорость 2 м/с, а в конце 10 м/с. Во сколько раз изменился импульс лыжника?

Решение

$$\left.\begin{array}{l} p_1 = mv_1; \\ p_2 = mv_2; \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{v_2}{v_1} = 5;$$

---

68. Автомобиль массой 2 т начинает движение по дуге окружности радиусом 80 м. Определите импульс автомобиля, если его центростремительное ускорение равно 5 м/с^2.

Решение

$$a_n = \frac{v^2}{r}; \quad v = \sqrt{a_n r} = 20\frac{м}{c}; \quad p = mv = 4 \cdot 10^4 \frac{кг \cdot м}{c};$$

---

69. Санки съехали с горки и продолжают движение по горизонтальной поверхности. На сколько изменится модуль импульса санок, если в течение 5 с на них действует сила трения, равная 20 Н?

Решение

$$F\Delta t = \Delta p; \quad \Delta p = 100\frac{кг \cdot м}{c};$$

---

70. Тело движется по прямой. Под действием постоянной силы за 4 с импульс тела увеличился с 20 кг · м/с до 32 кг · м/с. Чему равен модуль силы?

Решение

$$F\Delta t = p_2 - p_1; \quad \Rightarrow \quad F = \frac{p_1 - p_1}{\Delta t} = \frac{32-20}{4} = 3H;$$

---

71. Два одинаковых бильярдных шара, каждый массой m, движутся один со скоростью υ, а другой со скоростью 2υ в перпендикулярных направлениях. Чему равен полный импульс системы?

Решение

$$p_\Sigma = m\sqrt{v^2 + 4v^2} = \sqrt{5}mv;$$

---

72. Электровоз массой 180 т, движущейся со скоростью 0,5 м/с, сталкивается с неподвижным вагоном массой 45 т, после чего они движутся вместе. Определите скорость их совместного движения.

Решение

$$m_1v_1 = (m_1 + m_2)u; \quad u = \frac{m_1v_1}{m_1 + m_2} = \frac{1{,}8\cdot 10^5 \cdot 0{,}5}{1{,}8\cdot 10^5 + 4{,}5\cdot 10^4} = 0{,}4\frac{м}{c};$$

---

73. Два неупругих шара массами 6 кг и 4 кг движутся со скоростями 8 м/с и 2 м/с соответственно, направленными вдоль одной прямой. С какой скоростью они будут двигаться после абсолютно неупругого соударения? Шары движутся навстречу друг другу.

Решение

$$m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)u; \quad \Rightarrow \quad u = \frac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2} = \frac{48-8}{10} = 4\frac{м}{c};$$

---

74. Установленная на очень гладком льду замерзшего озера, пушка массой 200 кг стреляет в горизонтальном направлении. Масса выстреливаемого ядра 5 кг, его скорость при вылете из ствола 80 м/с. Какова скорость пушки после выстрела?

Решение

$$mv = Mu; \quad u = \frac{mv}{M} = \frac{5\cdot 80}{200} = 2\frac{м}{c};$$

---

75. Мальчик тянет санки за веревку с силой 50 Н. Пройдя с санками 100 м, он совершил работу 2500 Дж. Найдите угол между веревкой и дорогой.

Решение

$$A = F\cos\alpha \cdot s; \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arccos\frac{A}{Fs} = \arccos 0{,}5 = 60^0;$$

---

76. С помощью динамометра, расположенного под углом 30° к горизонтальной поверхности, равномерно перемещают брусок массой 100 г на расстояние, равное 20 см. Определите работу равнодействующей всех сил.

Решение

$$\sum_{i=1}^{i=n}\vec{F}_i = m\vec{a}; \quad \vec{a} = 0; \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=1}^{i=n}\vec{F}_i = 0; \quad \Rightarrow \quad A\left(\sum_{i=1}^{i=n}\vec{F}_i\right) = 0;$$

---

77. Спортсмен поднял штангу массой 210 кг за 0,5 с на высоту 2 м. Какую мощность он при этом развил?

Решение

$$N = Fv = mg\frac{\Delta h}{\Delta t} = 210 \cdot 10\frac{2}{0{,}5} = 8400\text{Вт} = 11{,}4\ \text{л.с.}$$

---

78. Под действием силы тяги 2000 Н автомобиль движется с постоянной скоростью 72 км/ч. Определите мощность двигателя автомобиля.

Решение

$$N = Fv = 2 \cdot 10^3 \cdot 20 = 4 \cdot 10^4\,\text{Вт} \approx 54{,}4\ \text{л.с.}$$

---

79. Заяц массой 5 кг может разогнаться до скорости 60 км/ч. Определите кинетическую энергию зайца.

Решение

$$v \approx 16{,}7\frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad K = \frac{mv^2}{2} = \frac{5 \cdot 277{,}8}{2} \approx 694{,}4\ \text{Дж};$$

---

80. Девочка, масса которой 42 кг, поднялась на второй этаж, который находился на высоте 6 м от поверхности Земли. Определите ее потенциальную энергию.

Решение

$$\Pi = mgh = 2{,}52 \cdot 10^3\,\text{Дж};$$

---

81. При растяжении пружины на 10 см в ней возникает сила упругости, равная 25 Н. Определите потенциальную энергию этой пружины при растяжении ее на 6 см.

Решение

$$F = k\Delta\ell_1; \quad \Rightarrow \quad k = \frac{F}{\Delta\ell_1} = \frac{25}{0{,}1} = 250\frac{\text{Н}}{\text{м}}; \quad \Pi = \frac{k\Delta\ell_2^2}{2};$$

$$\Pi = \frac{250 \cdot 36 \cdot 10^{-4}}{2} = 0{,}45\text{Дж};$$

---

82. **Камень брошен вертикально вверх. В момент броска он имел кинетическую энергию 30 Дж. Какую кинетическую энергию будет иметь камень в верхней точке траектории полета?**

Решение

$$K + \Pi = \text{const}; \quad \Rightarrow \quad K_{max} = \Pi_{max}; \quad \Rightarrow \quad K_h = 0;$$

---

83. **Тело массой 500 г брошено с высоты 10 м над поверхностью земли со скоростью 10 м/с. Какой будет кинетическая энергия тела в момент приземления?**

Решение

$$K = \frac{mv_0^2}{2} + mgh = m\left(\frac{v_0^2}{2} = gh\right) = 0{,}5(50 + 100) = 75\text{Дж};$$

---

84. **Двигатель игрушечного автомобиля потребляет мощность 400 Вт. Определите КПД двигателя, если машинка движется со скоростью 4 м/с, а сила сопротивления движению 25 Н.**

Решение

$$N(F_R) = F_R v; \quad \eta = \frac{N(F_R)}{N} = \frac{25 \cdot 4}{400} = 0{,}25\ (25\%);$$

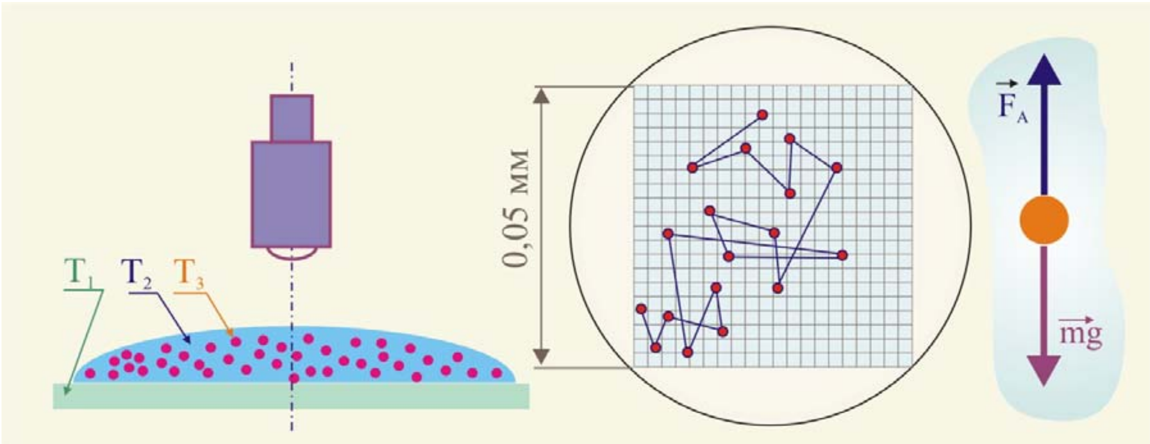
---

2. Молекулярная физика. Газовые законы

85. Как изменяется скорость движения броуновской частицы при понижении температуры?

Решение

1. Наблюдать воочию модель теплового движения молекул посчастливилось не физику, не химику, а ботанику, Роберту Броуну (1773 – 1858), хранителю научной библиотеки Королевской академии. Возвратившись из очередной географической экспедиции, Броун в тиши лондонского кабинета в 1827 г. изучал посредствам микроскопа добытые экземпляры растений. Очередь дошла до цветочной пыльцы, представляющей собой, по сути, мелкодисперсные крупинки. Капнув на покровное стеклышко капельку воды, Броун внёс туда некоторое количество цветочной пыльцы. Посмотрев в микроскоп, Броун обнаружил, что в фокальной плоскости микроскопа происходит непонятное.



Наблюдения Роберта Броуна

2. Частицы пыльцы постоянно перемещались хаотичным образом, не позволяя исследователю их рассмотреть. Первое, что пришло в голову ботанику – конвективные потоки. Разные температуры стекла T_1, воды в капле T_2 и самих частичек T_3 вполне могли вызвать конвекционные тепловые потоки, которые и увлекали объекты наблюдения. Выждав время, когда температуры должны были сравняться, Броун снова устремил свой пытливый взор в микроскоп. Ничего не изменилось. Пыльца продолжала сновать. Пришла новая идея. На этот раз под подозрение попали английские кэбы, повозки для перевозки грузов и пассажиров, снабжённые деревянными колёсами с железными ободьями. Как предположил Броун, катясь по брусчатке мостовой, колёса экипажей содрогали землю и здания. Было решено эксперимент перенести в загородный дом, где нет кэбов, брусчатки и вообще, там спокойнее, чем в Лондоне. Но и эта уловка не принесла желаемых результатов. Необъяснимая суета частиц продолжалась. Исчерпав свои возможности усмирить непокорные пылинки, Броун решил поведать о своих наблюдениях коллегам. Опубликованная Броуном статья имела типичное для того неторопливого времени название: «Краткий отчёт о

микроскопических наблюдениях, проведенных над частицами в июне и августе 1827 г., содержащимися в пыльце растений; и о существовании активных молекул в органических и неорганических телах».

3. По началу статья Броуна вызвала у специалистов недоумение, отчасти, наверное, ввиду необычности наблюдаемого явления, отчасти вследствие пространных разглагольствований автора о «живой силе», присущей органическим веществам. Вместе с тем, спустя некоторое время, факт нестандартного поведения частиц заинтересовал физиков. Голландец Корнабель в 1880 г. и француз Гуи в 1888 г. повели более тщательные наблюдения, из которых стало ясно, что степень подвижности частиц определяется их массой и температурой. Первоначально предположили, что наблюдаемые частицы движутся от ударов, получаемых от молекул окружающей их жидкости. При несоизмеримо больших размерах частицы получают одновременно множество ударов со всех сторон, поэтому результирующий импульс должен быть равным или близким к нулю. В этой связи заметного движения крупных частиц не наблюдается. Если рассматривать частицы мелкие, как это случилось в опытах Броуна, то количество единичных импульсов, получаемых частицей с разных направлений, будет уже не одинаковым. Во-первых, число соударений станет несимметричным, во-вторых скорости с которыми будут подлетать молекулы жидкости к частице тоже будут неодинаковыми, поскольку они являются результатом обмена импульсами с соседними молекулами жидкости. Такая возможная двойная асимметрия сообщает частице некий результирующий импульс, под действием которого она получает некоторое перемещение r, которое будет продолжаться, пока новый результирующий импульс не изменит направление её перемещения.

4. Исследователи влияние внутренних течений жидкости отбросили сразу, потому что в области течения частички должны перемещаться в одном или близком направлении, на опыте такого не наблюдалось. Соседние частицы двигались совершенно независимо.

5. Ботанику, можно сказать, повезло. Броун совершенно случайно в качестве объектов исследования выбрал частицы, на которые в воде действовали две силы: сила тяжести и сила Архимеда, причём модули этих сил были практически одинаковы. Частицы находились в воде в состоянии безразличного равновесия. Физики совершенно справедливо предположили, что броуновское движение, так оно было названо в честь человека, впервые его наблюдавшего, является моделью теплового движения молекул. Причиной такого движения являются беспорядочные столкновения частиц, в результате которых они обмениваются своими импульсами и энергиями, хаотически меняя направления своих перемещений, так что средняя величина перемещения

$$< r >= 0\,.$$

6. Если перемещение броуновских частиц охарактеризовать величиной $<r^2>$, то она уже не будет эквивалентна нулю и для неё можно записать следующее уравнение движения

$$m\frac{d^2 < r^2 >}{dt^2} + \frac{1}{\zeta}\frac{d < r^2 >}{dt} - 2m < \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 >= 0\,,$$

где m – масса частицы, ζ – коэффициент подвижности частицы, связывающий её скорость v с силой сопротивления F_μ

$$v = \frac{dr}{dt} = \zeta F_\mu\,.$$

Сила сопротивления сферических частиц в жидкости радиусом R определяется законом Стокса

$$\zeta = \frac{1}{6\pi\eta R},$$

где η – коэффициент вязкости жидкости. Первое слагаемой в исходном уравнении представляет собой удвоенное значение кинетической энергии частицы

$$2K_0 = m\frac{d < r^2 >}{dt^2} = m < v^2 > .$$

Кинетическую энергию частицы можно выразить через термодинамические параметры, абсолютную температуру T и постоянную Больцмана k_B

$$\frac{m < v^2 >}{2} = \frac{i}{2}k_B T,$$

где i = 3 – число степеней свободы частицы. Решение уравнения (1.17) с учётом полученных соотношений имеет вид

$$\frac{d}{dt} < r^2 >= 2k_B T\zeta\left\{1 - \exp\left(-\frac{t}{mB}\right)\right\}.$$

Величина $\exp(-t/mB)$ в нормальных условиях пренебрежимо мала, с учётом того, что при наблюдениях за броуновскими частицами $t >> 10^{-5}$ с. В этом случае уравнение, характеризующее квадрат среднего перемещения, перепишется следующим образом:

$$\Delta < r^2 >= 2k_B T\zeta\Delta t .$$

7. Таким образом, квадрат перемещения частицы вдоль произвольной оси r **пропорционален температуре среды и промежутку времени**, в течение которого перемещение происходит. Вернувшись снова к наблюдениям Броуна и его последователей, учёные поняли, что ботаник обнаружил прекрасную физическую модель поведения молекул газа, которые, будучи предоставленные самим себе поведут подобным образом. Далее эта модель усложнялась и уточнялась, оставаясь основательным доказательным фактом теплового хаотического движения структурных элементов вещества.

---

86. **В каком агрегатном состоянии молекулы участвуют в скачкообразном движении?**

Решение

1. Изучение поведения физических тел при изменении внешних условий показало, что механические величины многие возникающие явления не в состоянии описать. Так, например, таяние льда при повышении температуры, замерзание жидкости при понижении давления изменениями механических характеристик тел не объясняется.

2. При описании таких явлений потребовало введения новых физических величин, не характерных для механики. Одной из основных таких характеристик явилась **температура**, характеризующая величину внутренней энергии рассматриваемого материального объекта. Появление на арене научных исследований температуры позволило придать наблюдаемым явлениям количественный смысл.

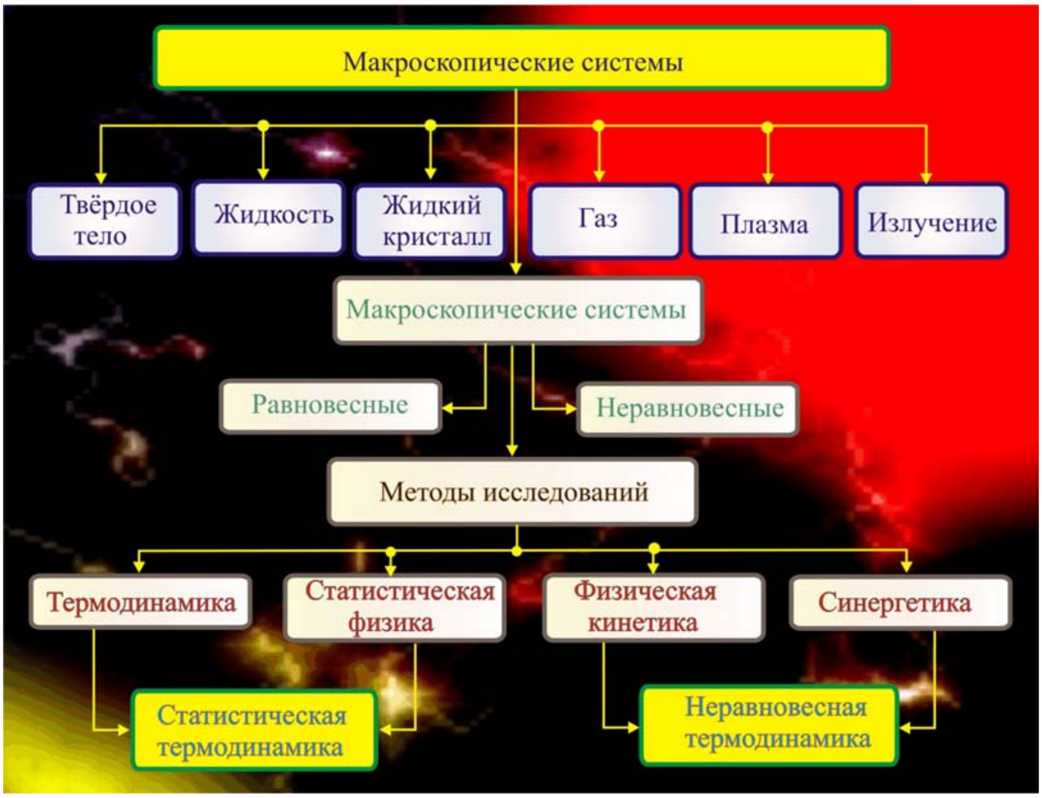
3. Тепловые процессы, составившие основу термодинамики, изучались по началу на **феноменологической** основе, когда по экспериментальным проявлениям тех или иных эффектов пытались сформулировать некие обобщающие закономерности. Таким, образом, в основу термодинамики легли три основополагающих принципа (три начала), однако физическую сущность начал термодинамики удалось выявить толь-

ко при использовании молекулярных представлений о строении вещества с использованием статистических и вероятностных методов.

4. Термодинамический метод исследования обладает достаточно большой общностью, формальной простотой и наглядностью. Статистический метод, использующий математику более высокого уровня, позволил термодинамические законы обосновать, дать им теоретическую интерпретацию, что, несомненно, расширило возможности самой термодинамики.

5. Все вещества в макросостоянии при феноменологическом рассмотрении могут в зависимости от внешних условий находиться в различных агрегатных состояниях. Макроскопические состояния характеризуются, так называемыми, макропараметрами: давлением p, объёмом V, температурой T, внутренней энергией U. Все из известных веществ, в зависимости от значений макропараметров {p,V,T} могут находиться в различных агрегатных состояниях, основными из которых являются шесть: твёрдое, жидкое, жидкокристаллическое, газообразное, плазменное и состоянии излучения.

6. Содержание приложений молекулярной физики можно представить в идее следующей структурной схемы:



7. **Твёрдые тела** характеризуется стабильностью формы и объёма. Структурные элементы вещества в твёрдом состоянии расположены относительно близко друг к другу, они совершают колебательные движения около равновесного состояния и характеризуются достаточно интенсивными связями, имеющими электродинамическое происхождение. Энергия взаимодействия частиц много больше энергии их теплового движения. Твёрдые тела принято делить на кристаллические и аморфные. В кристаллических телах существует дальний порядок расположения атомов и молекул. В аморфных телах такой строгой упорядоченности нет, колебания частиц происходят вокруг хаотически расположенных центров. В кристаллических структурах между

частицами действуют разные типы связей: ионные, ковалентные, металлические и др., что обеспечивает разнообразие физических и химических свойств твёрдых тел. Так например, вещества с ионным типом связей хрупки, а металлическая связь обеспечивает веществам пластичность. Физические свойства твёрдых тел зависят от характера взаимодействия валентных электронов с ионами. Наличие в кристаллических телах большого количества свободных электронов, не связанных с определённым объёмом кристалла, обеспечивает высокую степень теплопроводности и электропроводности, это, как правило, проводники. Аморфные тела имеют малое количество свободных электронов, поэтому обладают незначительной электропроводностью и теплопроводностью.

8. **Жидкое состояние** характеризуются тем, что атомы и молекулы расположены менее плотно, чем в твёрдых телах. Молекулы вещества в жидком состоянии сочетают свойства твёрдых тел и частично газов. **Частицы жидкости в большинстве своём совершают колебательные движения, однако некоторые из них, получив результате столкновения порцию энергии, приобретают поступательную составляющую движения.** Если это происходит вблизи поверхности, то поступательно движущаяся молекула может преодолеть силы поверхностного натяжения и перейти в парообразное состояние, чем и объясняется явления текучести и испарения. Для жидкой характерно примерное равенство кинетической энергии теплового движения молекул или атомов потенциальной энергии межмолекулярных или межатомных связей. Жидкости образуют поверхности и принимают форму объёма, в который они помещены.

9. **Жидкие кристаллы** представляют собой особое состояние некоторых органических веществ, в котором они обладают реологическими свойствами жидкости – текучестью, но при этом сохраняют упорядоченность структуры, характерную для твёрдого состояния. Жидкие кристаллы демонстрируют анизотропию ряда физических свойств, характерную для кристаллических структур. Жидкие кристаллы были открыты в 1889 г. немецким ботаником Ф. Рейницером и немецким физиком О. Леманом. К настоящему времени обнаружено более нескольких тысяч модификаций жидких кристаллов. Жидкие кристаллы наблюдаются в виде веществ, молекулы которых имеют удлиненную цилиндрическую форму. Жидкие кристаллы благодаря своим уникальным электрооптическим анизотропным свойствам широко применяются в системах обработки и отображения информации. Так называемые холестерические жидкие кристаллы способны изменять свой цвет в достаточно широком оптическом спектре под действием переменного электромагнитного поля, что широко используется в последнее время в телевизионных и компьютерных технологиях.

10. **Газообразное состояние**. Даже его название происходит от греческого и французского слова «хаос». Частицы веществ, находящихся в газообразном состоянии либо не взаимодействуют друг с другом вообще, либо взаимодействуют очень слабо. Молекулы и атомы в газообразном состоянии от столкновения до столкновения движутся поступательно, взаимодействие с соседями происходит только в момент сближения. Это даёт возможность при анализе газообразного состояния учитывать только кинетическую энергия теплового движения атомов и молекул, что существенно упрощает процесс аналитического описания состояния. Вещества в газообразном состоянии занимают весь предоставленный им объём. Газы широко распространены в природе, они составляют атмосферу Земли, газы входят в состав, практически всех жидкостей и твёрдых тел в растворённом или свободном состоянии. В значительных количествах газы содержатся в земных горных породах, растворены в водах Мирового океана и рек. Солнце, межпланетное пространство и атмосферы планет тоже состоят из веществ в газообразном состоянии. В отличие от твёрдых тел

и жидкостей объём газов в сильной степени зависит от давления и температуры. Коэффициент объёмного расширения газов на два порядка выше, чем у жидкостей. В принципе, любое из известных к настоящему времени веществ, путём подбора соответствующих значений давлений и температур может быть переведено в газообразное состояние.

11. **Плазма** – частично или полностью ионизированный газ, в котором плотности положительных и отрицательных зарядов примерно одинаковы. Газы в состояние плазмы можно перевести внешними воздействиями, например, при увеличении температуры интенсивно происходит термическая ионизация, т.е. молекулы вначале распадаются на атомы, которые затем превращаются в ионы. Процесс принудительной ионизации может протекать под действием электромагнитного излучения, особенно коротковолнового (γ – излучение, излучение рентгеновского диапазона, ультрафиолетовое излучение). Можно ионизировать газ бомбардировкой заряженными частицами. Свободные электрические заряды, присутствующие в плазме, скомпенсированы суммарным положительным зарядов ионов, это непременное условие отсутствие внутри плазмы электрического поля. Если же при внешнем воздействии такой дисбаланс возникает, то сопутствующее этому электрическое поле стремится восстановить электростатическое равновесие. Принято классифицировать плазму на низкотемпературную и высокотемпературную. Низкотемпературная плазма характеризуется температурами порядка $T \leq 10^5$ К, высокотемпературная плазма характеризуется температурами $T \cong 10^6 - 10^8$ К. В масштабах галактики плазма распространена более других агрегатных состояний. Солнечный ветер в окрестностях нашей планеты так же представляет собой плазму, заполняющую магнитосферу в виде радиационных поясов и ионосферы. Именно плазмой обусловлены такие явления как северные сияния, магнитные бури и отражение радиоволн ионосферой. В лабораторных условиях плазма получается при разного рода электрических разрядах в газах: дуговых, искровых и тлеющих. Плазма возникает в процессах горения и взрыва. Молния, включая шаровую, тоже представляет собой плазменное состояние газообразных веществ.

12. **Излучение** представляет собой способ передачи энергии посредствам электромагнитных волн в широком диапазоне длин волн. Наибольший энергетический интерес представляет излучение инфракрасного диапазона $\lambda \cong 10^{-3} - 10^{-}6$ м, видимого света $\lambda \cong 10^{-6} - 10^{-7}$ м, ультрафиолетового диапазона $\lambda \cong 10^{-7} - 10^{-9}$ м, мягкое рентгеновское излучение $\lambda \cong 10^{-9} - 10^{-12}$ м, жёсткое γ – излучение $\lambda \cong 10^{-12} - 10^{-14}$ м, космическое излучение $\lambda \leq 10^{-14}$ м. Изучение электромагнитного излучения привело к возникновению квантовой механики.

13. **Состояние макросистем принято делить на равновесные и на неравновесны**е. Статистическое равновесие замкнутой термодинамической системы предполагает, что её физические параметры, характеризующие состояние системы не изменяются во времени. Статистическое равновесие не является равновесным в механическом смысле, т.к. в системе допускается возникновение флуктуаций физических величин около равновесных значений.

14. **Термодинамическое равновесие** является состоянием системы, в которое она самопроизвольно переходит за длительный промежуток времени при условии изоляции от внешней среды. При достижении термодинамического равновесия в системе прекращаются все необратимые процессы, связанные с рассеянием (диссипацией) энергии: теплопроводность, диффузия, химические реакции и др. В отсутствии внешних полей и вращения системы достаточным условием её механического равновесия станет постоянство давления во всём объёме, предоставленного данной системе. Необходимым условием равновесия является постоянство температуры и

химического потенциала. Термодинамическая система находится в состоянии устойчивого равновесия в том случае, когда термодинамический потенциал системы в данных условиях минимален.

15. **Неравновесное состояние** термодинамических систем характеризуется протеканием в них необратимых процессов, ход которых направлен на возвращение системы в равновесное состояние. Достижение состояния равновесия возможно только в том случае, если внешние энергетические источники не дестабилизируют систему, т.е. отсутствуют внешние источники и стоки энергии. В неравновесных состояниях возможны неравновесные процессы. Так, например, если в изолированной системе имеется градиент температуры, то с течением времени этот градиент будет уменьшаться, со временем, определяемым физическими свойствами системы. Через определённое время температура во всех микрообъёмах системы станет одинаковой.

Для исследования равновесных и неравновесных состояний термодинамических систем используются несколько отличных друг от друга теоретических подходов.

16. **Термодинамический метод** исследований ставит своей целью выявление наиболее общих свойств макроскопических физических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия и особенностей процессов перехода между равновесными состояниями. Как отмечалось ранее, термодинамический метод строится на нескольких фундаментальных принципах, являющихся обобщением большого числа экспериментальных фактов, повторяющихся для широкого круга физически неоднородных термодинамических систем, находящихся в различных физических условиях. В этой связи соотношения между физическими величинами, полученные термодинамическими методами обладают определённой универсальностью и применимы к смежным областям знаний.

---

87. На поверхность воды поместили каплю масла массой 0,2 мг. Капля растеклась, образовав пятно, толщиной в одну молекулу. Рассчитайте диаметр молекулы масла, если её плотность 900 кг/м^3. Радиус пятна 20 см.

Решение

$$m = \rho V; \quad V = \frac{m}{\rho}; \quad V = d_0 S = d_0 \pi r^2; \quad \Rightarrow \quad \pi r^2 d_0 = \frac{m}{\rho};$$

$$d_0 = \frac{m}{\pi r^2 \rho} = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{3{,}14 \cdot 0{,}04 \cdot 900} \approx 1{,}77 \cdot 10^{-9}\,\text{м};$$

---

88. Молярная масса азота 0,028 кг/моль. Определите массу одной молекулы азота.

Решение

$$\mu = m_0 N_A; \quad \Rightarrow \quad m_0 = \frac{\mu}{N_A} = \frac{28 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{23}} \approx 4{,}7 \cdot 10^{-26}\,\text{кг};$$

---

89. Температуру воды увеличили на 5 К. На сколько градусов изменилась температура по шкале Цельсия?

Решение

$$T = 273{,}15 + t; \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \Delta t; \quad \Delta t = 5\ {}^0\text{C};$$

---

90. Чему равна средняя кинетическая энергия хаотического поступательного движения молекул идеального газа при температуре 27 °С?

Решение

$$<\varepsilon>=\frac{3}{2}k_B T=1{,}5\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 300\approx 6{,}21\cdot 10^{-21}\text{ Дж};$$

---

91. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа в баллоне равна $4{,}14 \cdot 10^{-21}$ Дж. Чему равна температура газа в этом баллоне?

Решение

$$<\varepsilon>=\frac{3}{2}k_B T;\quad \Rightarrow\quad T=\frac{2<\varepsilon>}{3k_B}\approx\frac{8{,}28\cdot 10^{-21}}{4{,}14\cdot 10^{-23}}\approx 200\text{K}\left(-73\ {}^0\text{C}\right);$$

---

92. В результате нагревания газа средняя кинетическая энергия теплового движения его молекул увеличилась в 4 раза. Как изменилась при этом абсолютная температура газа?

Решение

$$\left.\begin{array}{l} <\varepsilon>=\dfrac{3}{2}k_B T_1; \\ 4<\varepsilon>=\dfrac{3}{2}k_B T_2; \end{array}\right\}\quad\Rightarrow\quad \frac{T_2}{T_1}=4;$$

---

93. Кислород находится в сосуде вместимостью 0,4 м^3 под давлением $8{,}31 \cdot 10^5$ Па и при температуре 320 К. Чему равна масса кислорода? Молярная масса кислорода 0,032 кг/моль.

Решение

$$pV=\frac{m}{\mu}RT;\quad\Rightarrow\quad m=\frac{pV\mu}{RT}=\frac{8{,}31\cdot 10^5\cdot 0{,}4\cdot 0{,}032}{8{,}3\cdot 320}\approx 4\text{кг};$$

---

94. Азот массой 0,3 кг при температуре 280 К оказывает давление на стенки сосуда, равное $8{,}31 \cdot 10^4$ Па. Чему равен объём газа? Молярная масса азота 0,028 кг/моль.

Решение

$$pV=\frac{m}{\mu}RT;\quad\Rightarrow\quad V=\frac{mRT}{p\mu}=\frac{0{,}3\cdot 8{,}3\cdot 280}{8{,}31\cdot 10^4\cdot 0{,}028}\approx 0{,}3\text{м}^3;$$

---

95. Газ при давлении 0,2 МПа и температуре 15 °С имеет объём 5 л. Чему равен объём этого же газа при нормальных условиях?

Решение

$$\left.\begin{array}{l} p_1V_1 = \nu RT_1; \\ p_2V_2 = \nu RT_2; \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{p_1V_1}{p_2V_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad T_1 = 288K; \quad T_2 = 273K; \quad p_2 \approx 10^5 Па;$$

$$V_2 = \frac{p_1V_1T_2}{p_2T_1} = \frac{2\cdot 10^5 \cdot 5\cdot 10^{-3}\cdot 273}{10^5\cdot 288} \approx 9{,}5\cdot 10^{-3} м^3 (9{,}5л);$$

---

96. В цилиндре дизельного двигателя автомобиля КамАЗ-5320 температура воздуха в начале такта сжатия была 50 °С. Найдите температуру воздуха в конце такта, если его объём уменьшается в 17 раз, а давление возрастает в 50 раз.

Решение

$$\left.\begin{array}{l} p_1V_1 = \nu RT_1; \\ p_2V_2 = \nu RT_2; \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1}\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}; \quad \frac{50}{17} = \frac{T_2}{323}; \quad \Rightarrow \quad T_2 = \frac{50\cdot 323}{17} = 950K;$$

---

97. Газ находится в цилиндре с подвижным поршнем и при температуре 300 К занимает объём 250 см^3. Какой объём (в см^3) займёт газ, если температура понизится до 270 К? Давление постоянно.

Решение

$$p = const; \quad \Rightarrow \quad \left.\begin{array}{l} pV_1 = \nu RT_1; \\ pV_2 = \nu RT_2; \end{array}\right\} \Rightarrow \quad V_2 = \frac{V_1T_2}{T_1} = \frac{250\cdot 270}{300} = 225 см^3;$$

---

98. При изобарном нагревании газа его объём увеличился вдвое по сравнению с объёмом при 0 °С. На сколько градусов нагрели газ?

Решение

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad \Rightarrow \quad T_2 = \frac{V_2}{V_1}T_1 = 2\cdot 273 = 546K; \quad \Delta T = 273K;$$

---

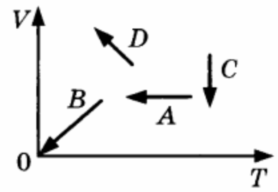
99. Некоторая масса идеального газа нагревается при постоянном давлении от 27 °С до температуры 127 °С. Объём газа при этом увеличился на 1 л. Определите первоначальный объём газа.

Решение

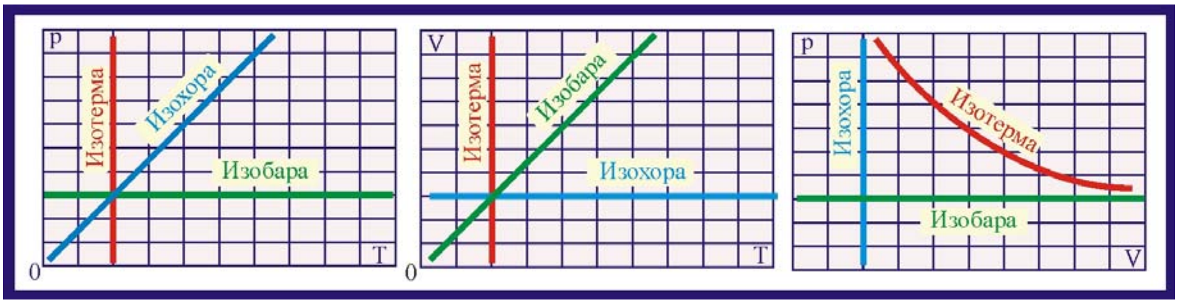
$$\left.\begin{array}{l} pV = \nu RT_1; \\ p(V+\Delta V) = \nu RT_2; \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \frac{V}{V+\Delta V} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300}{400} = 0{,}75; \quad \Rightarrow \quad V = \frac{\Delta V}{0{,}333} \approx 3л;$$

---

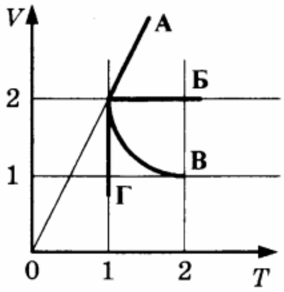
100. На рисунке показаны графики четырех процессов изменения состояния идеального газа. Какой процесс является изохорным охлаждением?



Решение



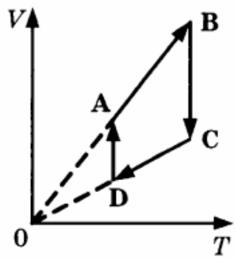
101. На VT-диаграмме приведены графики изменения состояния идеального газа. Какая линия графика соответствует изобарному процессу?



Решение

$$\left.\begin{aligned} pV_1 &= \nu RT_1; \\ pV_2 &= \nu RT_2; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad V_2 = V_1\frac{T_2}{T_1} = CV_1; \quad \mapsto \quad (A);$$

102. На рисунке показан цикл, осуществляемый с идеальным газом. Какой участок соответствует изотермическому сжатию?



Решение

$$T = \text{const}; \quad p_1V_1 = p_2V_2; \quad V_1 > V_2; \quad \mapsto \quad (BC);$$

103. С помощью психрометрической таблицы определите относительную влажность воздуха, если температура в помещении 22 °C, а влажный термометр показал 16 °C.

Психрометрическая таблица

Показания сухого термометра, °C	Разность показаний сухого и влажного термометра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Относительная влажность в %									
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	5
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11
14	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17
16	100	90	81	71	62	54	45	37	30	22
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34

Решение

$$\Delta t = 6\ ^{o}C; \quad t = 22\ ^{o}C; \quad \Rightarrow \quad \varphi = 0{,}54\ (54\%);$$

---

104. С помощью психрометрической таблицы определите показания влажного термометра, если температура в помещении 16 °С, а относительная влажность воздуха 62%.

Решение

$$\Delta t = 4\ ^{o}C; \quad t_{B} = t_{C} - \Delta t = 12\ ^{o}C;$$

---

105. Парциальное давление водяного пара в комнате 2000 Па, а давление насыщенного водяного пара при такой же температуре 4000 Па. Определите относительную влажность воздуха в комнате.

Решение

$$\varphi = \frac{p_{П}}{p_{НП}} = 0{,}5\ (50\%);$$

Зависимость давления *p* и плотности ρ насыщенного водяного пара от температуры

t, °С	*p*, кПа	ρ, г/м³	*t*, °С	*p*, кПа	ρ, г/м³
−5	0,40	3,2	11	1,33	10,0
0	0,61	4,8	12	1,40	10,7
1	0,65	5,2	13	1,49	11,4
2	0,71	5,6	14	1,60	12,1
3	0,76	6,0	15	1,71	12,8
4	0,81	6,4	16	1,81	13,6
5	0,88	6,8	17	1,93	14,5
6	0,93	7,3	18	2,07	15,4
7	1,0	7,8	19	2,20	16,3
8	1,06	8,3	20	2,33	17,3
9	1,14	8,8	25	3,17	23,0
10	1,23	9,4	50	12,3	83,0

---

3. Термодинамика

106. **Газ в сосуде, нагреваясь, поднимает поршень. Как изменяется внутренняя энергия в начале и в конце эксперимента?**

Решение

1. Поршень начнет подниматься после того, как давление под поршнем, отнесённое к его площади не превысит силу веса поршня. Давление под поршнем:

$$p = nk_B T$$

зависит от температуры, как и внутренняя энергия газа

$$\Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T;$$

2. В начале движения поршня внутренняя энергия газа увеличивается, а затем начинает расходоваться на совершение работы.

---

107. **Одинаковый ли физический смысл имеют выражения: «передача телу теплоты» и «нагревание тела»?**

Решение

1. Повседневный опыт показывает, что при соприкосновении тела со средой, обладающей более высокой температурой, оно нагревается, причём степень нагрева, при прочих равных условиях, зависит от физических свойств тела. Так, например, деревянной палкой можно достаточно долго ворошить горящий костёр, пока она не загорится, а вот алюминиевым прутом орудовать получится недолго, прут быстро нагреется и начнёт жечь руки. Из этого примера видно, что как и следовало ожидать, особенности молекулярного строения тел определяют динамику термодинамических процессов. Одной из важных термодинамических характеристик вещества является отношение подводимого количества тепла и соответствующего изменения температуры.

2. Теплоёмкостью тела C называется физическая величина, определяемая в виде отношения сообщённого телу количества теплоты δQ к вызванному изменению температуры dT

$$C = \frac{\delta Q}{dT}, \left[\frac{\text{Дж}}{\text{Т}}\right].$$

3. Для удобства использования понятия теплоёмкости в практических расчётах ввели ещё две производные величины. Молярной теплоёмкостью называется теплоёмкость одного моля вещества, которая определяет на сколько градусов, например по Кельвину, нагреется один моль вещества при сообщении ему количества теплоты $\delta Q = 1$ Дж

$$C_\mu = \frac{\delta Q}{dT\cdot\nu}, \left[\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}\right].$$

4. Удельная теплоёмкость характеризует процесс нагревания или охлаждения единицы массы вещества, чаще всего 1 кг, но это совсем не обязательно, могут быть

граммы или тонны

$$c = \frac{\delta Q}{dT \cdot m}, \left[\frac{Дж}{кг \cdot К}\right].$$

---

108. Возможно ли такое явление: тело передает теплоту окружающей среде, но при этом не охлаждается?

Решение

1. Из опыта известно, что если чашку кофе или чая оставить на столе, то через некоторое время она остынет до температуры окружающего воздуха. Закономерность этого процесса впервые была установлена Ньютоном. Рассмотрим процесс охлаждения нагретого до температуры T_1 тела, помещённого в среду с более низкой температурой T_2. Определим, следуя Ньютону, взаимосвязь между температурой тела T, которую оно будет иметь по прошествии времени t. Естественно, что процесс выравнивания температуры будет определяться, прежде всего, физическими характеристиками самого охлаждающегося тела. Введём в рассмотрение коэффициент теплоотдачи h, являющийся сложной функцией геометрических, физических и химических характеристик тела и среды, в частности, плотности, вязкости, теплоёмкости и температуропроводности.

2. Количество тепла отданного нагретым телом за промежуток времени dt определится как

$$\delta Q = hs(T - T_2)dt .$$

Величину δQ можно выразить через массу тела m, удельную теплоёмкость c и уменьшение температуры $-dT$

$$\delta Q = -cmdT .$$

Объединим уравнения

$$hs(T - T_2)dt = -cmdT .$$

Разделим переменные и проинтегрируем уравнение

$$dt = -\frac{cm}{hs}\frac{dT}{(T - T_2)}, \quad t = -\frac{cm}{hs}\int_{T_1}^{T^*}\frac{dT}{T - T_2} = -\frac{cm}{hs}\ln\frac{T^* - T_2}{T_1 - T_2} .$$

3. Полученное уравнение является законом охлаждения Ньютона, который устанавливает промежуток времени в течение которого температура тела понизится от T_1 до T^* при сохранении неизменной температуры окружающей среды. Разрешим закон охлаждения Ньютона относительно температуры T^*

$$T^* = T_2 + (T_1 - T_2)\exp\left(-\frac{cm}{sh}t\right).$$

4. Из последнего уравнения следует, что температура горячего тела сравняется с температурой окружающей среды при $t \to \infty$, естественно, такой результат несколько обескураживает, потому что процесс выравнивания температур произойдёт за конечное время. Дело в том, что во времена Ньютона мало что было известно о процессе испускания нагретыми телами электромагнитных волн в инфракрасном диапазоне. С учётом излучения процесс охлаждения будет протекать интенсивнее.

---

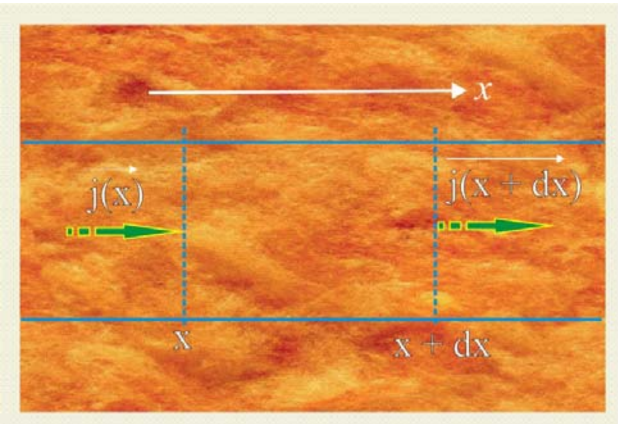
109. Почему при варке ягодного варенья предпочитают пользоваться деревянной мешалкой?

Решение

1. Уравнение теплопроводности было впервые записано Фурье великим французским математиком и физиком, который придерживался, популярной в начале XIX века теории теплорода, поэтому уравнение в общем виде было записано вначале на основе опытных данных. Несмотря на необоснованность исходных предпосылок, в ряде частных случаев они оказались достаточными для построения теории. Если рассматривались термодинамические системы постоянного объёма, находящиеся при неизменном давлении, то явления теплопроводности протекают так, как если бы теплота было неким веществом, перемещаемым в пространстве со всеми истекающими очевидными последствиями. Никаких источников тепла и стоков, только перемещение. При постоянстве объёма тепло уместно отождествлять с внутренней энергией вещества. Фурье полагал, при выводе уравнения, что тепло передаётся только путём теплообмена, конвекция и лучеиспускание отсутствуют. Постоянство объёма освобождало от рассмотрения перемещения вещества. Такие условия позволили рассматривать распространение тепла как течение жидкости, т.е. использовать методы, наработанные к тому времени в гидродинамике, т.е. практически развивать механический подход.

2. По аналогии с течением сплошных сред было введено понятие плотности теплового потока. Вектор плотности теплового потока $\vec{j}$, совпадающий с направлением распространения тепла по модулю равен количеству теплоты, проходящего в единицу времени через единичную площадь, перпендикулярную направлению распространения тепла.

3. Предположим, что в неограниченной однородной среде возникает одномерный поток тепла, причём направление распространения совпадает с осью *ox*. Одномерность потока предполагает изменение характеристик среды и параметров потока только во времени и в направлении распространения тепла. Тепловой поток, таким образом, является функцией только двух переменных $\vec{j} = \vec{j}(x,t)$.



4. Выделим в однородной среде бесконечно протяжённую призму или цилиндр площадью поперечного сечения s, параллельную выбранному направлению распространению тепла и рассмотрим бесконечно малую его толщину dx. Количество тепла, поступающего в выделенную область цилиндра, определится как

$$\delta Q_x = j(x) s dt .$$

На выходе из области количество тепла станет равным

$$\delta Q_{(x+dx)} = j(x + dx) s dt .$$

Отсутствие поступления теплоты через боковые поверхности цилиндра позволяет количество тепла проходящего через выделенный объём цилиндра за время dt представить следующим образом

$$\delta Q = [j(x) - j(x + dx)] s\, dt = -\left(\frac{\partial j}{\partial x}\right) s\, dx\, dt .$$

Величину δQ можно выразить через массу рассматриваемого объёма, удельную теплоёмкость вещества c и изменение температуры dT

$$\delta Q = dm\, c\, dT = \rho s\, dx\, c\, dT\ .$$

Приравняем далее левые части уравнений:

$$\rho\, s\, dx\, c\, dT = -\left(\frac{\partial j}{\partial x}\right) s\, dx\, dt\ ,$$

после очевидных сокращений и разделения переменных, получим

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial x}\ .$$

5. На качественном уровне понятно, что тепловой поток должен зависеть от разности температур, это следует из эмпирического уравнения теплопроводности Фурье. Из этого уравнения следует, что поток тепла может возникать только в том случае, если температура изменяется от точки к точке рассматриваемого объёма, причём вектор $\vec{j}$ направлен от точек с высшей температурой к точкам с низшей температурой

$$\delta Q = ks\Delta t \frac{T_2 - T_1}{x}, \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta Q}{s\, dt} = k \frac{T_2 - T_1}{x}, \quad \Rightarrow \quad j = k \frac{T_2 - T_1}{x}\ .$$

Применительно к рассматриваемому случаю уравнение перепишется следующим образом:

$$j = k \frac{\partial T}{\partial x}\ .$$

Уравнение количества теплоты с учётом полученного значения потока тепла перепишется следующим образом

$$j = k \frac{\partial T}{\partial x}\ .$$

Подставим значение теплового потока

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right).$$

6. Полученное уравнение называется уравнением теплопроводности. В частном случае, если коэффициент теплопроводности k не зависит от температуры, уравнение упрощается

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\ .$$

Если объединить физические параметры среды в одну величину

$$\chi^2 = \frac{k}{\rho c}\ ,$$

которая называется температуропроводностью, то уравнение теплопроводности примет вид: примет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\ .$$

7. Температуропроводность дерева $\chi \approx 8{,}2 \cdot 10^{-8}$ м^2/с, а, например алюминия $\chi \approx 8{,}4 \cdot 10^{-5}$ м^2/с, т.е. металлическая мешалка нагреется гораздо быстрее и потребуется теплоизоляция рук.

110. Почему морозильные камеры в холодильниках раньше всегда располагали наверху?

Решение

1. Плотность газа:

$$pV = \frac{m}{\mu}RT; \quad p = \frac{m}{V}\frac{RT}{\mu}; \quad \rho = \frac{p\mu}{RT};$$

2. В холодильной камере в области морозильной камеры воздух охлаждается, становится плотнее, ону3скается вниз, попутно охлаждая объём. Сейчас для этих целей более эффективно используются циркуляционные вентиляторы.

---

111. Перед горячей штамповкой латунную болванку массой 3 кг нагрели от 15 °С до 75 °С. Какое количество теплоты получила болванка? Удельная теплоемкость латуни 380 Дж / (кг · К).

Решение

$$\delta Q = cm\Delta T = 380 \cdot 3 \cdot 60 = 68{,}4\text{кДж};$$

---

112. Для получения 1800 Дж теплоты 200 г железа нагрели на 20 °С. Какова удельная теплоемкость железа?

Решение

$$\delta Q = cm\Delta T; \quad \Rightarrow \quad c = \frac{\delta Q}{m\Delta T} = \frac{1800}{0{,}2 \cdot 20} = 450\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

---

113. Какую массу воды можно нагреть от 20 °С до кипения, передав жидкости 672 кДж теплоты? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж / (кг · К).

Решение

$$\delta Q = cm\Delta T; \quad \Rightarrow \quad m = \frac{\delta Q}{c\Delta T} = \frac{6{,}72 \cdot 10^5}{4200 \cdot 80} = 2\text{кг};$$

---

114. Воздух в комнате состоит из смеси газов: водорода, кислорода, азота, водяного пара, углекислого газа и др. Что одинаково у этих газов при тепловом равновесии?

Решение

1. В состоянии теплового равновесия объем, давление могут быть различными в разных частях термодинамической системы, **и только температура во всех частях термодинамической системы, находящейся в состоянии теплового равновесия, является одинаковой.** Микроскопические процессы внутри тела не прекращаются и при тепловом равновесии: меняются положения молекул, их скорости при столкновениях.

2. Температура характеризует степень нагретости тела. Она является макроскопическим параметром, характеризующим тепловое равновесие систем тел: все тела

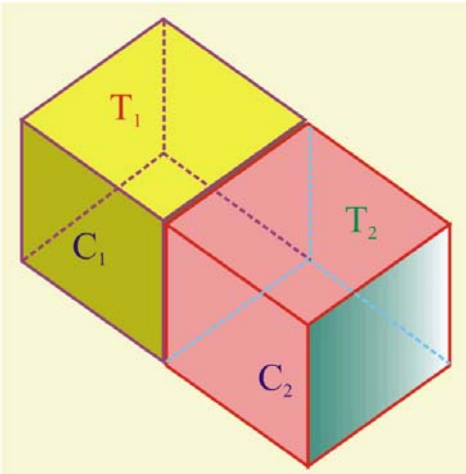
системы, находящиеся друг с другом в тепловом равновесии, имеют одну и ту же температуру, а другие макроскопические параметры (p, V, т) могут быть различны. Температура служит мерой средней кинетической энергии молекул:

$$\varepsilon = \frac{i}{2} k_B T .$$

---

115. Первое тело имеет температуру 400 К, а второе 45 °С. Какое тело будет отдавать энергию в процессе теплопередачи?

Решение



1. Пусть два тела, обладающие теплоёмкостями C_1 и C_2 находятся в контакте и при различных температурах T_1 и T_2. Предположим так же, что теплообмен происходит только между телами, а с внешней средой отсутствует. В этой ситуации количество тепла отданного одним телом должно быть равно количеству тепла, принятого другим телом. Математически это можно записать так

$$\delta Q = -C_1 dT_1 = C_2 dT_2 ,$$

где dT_1 – понижение температуры первого тела, dT_2 – повышение температуры второго тела. При постоянстве величин теплоёмкостей для рассматриваемых тел для них можно записать уравнение Фурье в следующем виде

$$C_1 \frac{dT_1}{dt} = -\frac{k\Delta s(T_1 - T_2)}{x}, \quad C_2 \frac{dT_2}{dt} = +\frac{k\Delta s(T_1 - T_2)}{x},$$

2. Следует обратить внимание на то, что если $T_1 > T_2$, то $(dT_1/dt) < 0$, а $(dT_2/dt) > 0$, другими словами, происходит выравнивание температуры тел. **Температура более нагретого тела уменьшается, а температура менее нагретого – увеличивается.** Если уравнения сложить

$$C_1 \frac{dT_1}{dt} = C_2 \frac{dT_2}{dt},$$

и проинтегрировать, то получим

$$C_1 T_1 = C_2 T_2 .$$

3. Предположим далее, что в момент времени t = 0 температуры тел будут равны $T_{1(0)}$ и $T_{2(0)}$, в этом случае

$$C_1 T_1 + C_2 T_2 = C_1 T_{1(0)} + C_2 T_{2(0)} .$$

По истечении длительного промежутка времени $T_1 = T_2 = T$, т.е.

$$T = \frac{C_1 T_{1(0)} + C_2 T_{2(0)}}{C_1 + C_2} .$$

4. Скорость изменения температуры определим, предполагая, что температура одного из тел меняется мало. Так, например, происходит при измерении температуры термометром, когда нагревание или охлаждение рабочего тела термометра не влечёт за собой значительного изменения температуры окружающей среды. В этом случае $C_1 << C_2$, $T_2 = T_{2(0)}$. Введём обозначение

$$\theta = T_1 - T = T_1 - T_2 .$$

Скорость изменения температуры можно представить следующим образом

$$\frac{dT}{dt} = \frac{d(T_1 - T)}{dt} = \frac{d\theta}{dt}.$$

Уравнение теплопроводности в этом случае примет вид

$$C_1 \frac{d\theta}{dt} = -\frac{k\Delta s\theta}{x} = -k^*\theta.$$

Интегрирование уравнения приводит к следующему результату

$$\ln\theta = -\frac{k^*}{C_1} + \text{const}.$$

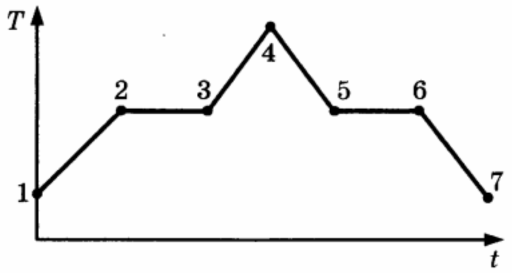
Постоянную интегрирования определим, используя начальное условие $\theta = \theta_0$, имеющее место при t = 0

$$\theta = \theta_0 \exp\left(-\frac{k^*}{C_1} t\right).$$

5. Из уравнения следует, что уменьшение температуры первого тела происходит по экспоненциальному закону, причём скорость спада температуры определяется отрицательным показателем экспоненты $(-k\Delta s/xC_1)$, зависящим от коэффициента теплопроводности тела k, площади контакта Δs, линейного размера тела x и теплоёмкости тела C_1.

---

116. На графике (см. рис.) представлено изменение температуры T вещества с течением времени t. В начальный момент вещество находилось в кристаллическом состоянии. Какой участок соответствует процессу отвердевания?

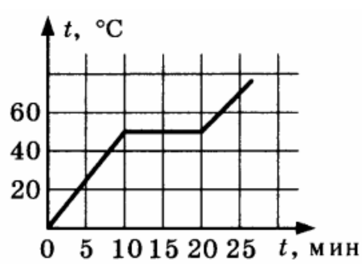


Решение

1 – 2 – нагревание вещества в твёрдом (кристаллическом состоянии;
2 – 3 – разрушение кристаллической структуры (плавление);
3 – 4 – нагревание жидкости;
4 – 5 – охлаждение жидкости;
5 – 6 – кристаллизация жидкости (отвердевание;
6 – 7 – охлаждение кристаллической структуры.

---

117. На рисунке показан график зависимости температуры кристаллического вещества от времени его нагревания. Какова температура плавления вещества?

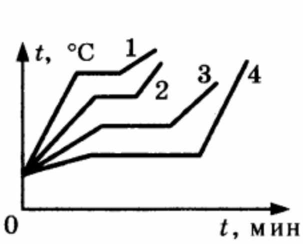


Решение

1. Процесс фазового превращения первого рода происходит, в первом приближении при постоянной температуре, в данном случае при 50 °С.

---

118. На рисунке приведены графики изменения со временем температуры четырёх веществ. В начале нагревания все эти вещества находились в жидком состоянии. Какое из веществ имеет наибольшую температуру кипения?

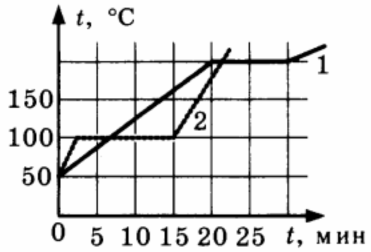


Решение

1. Вещество 1 имеет самую высокую температуру кипения и самую маленькую удельною теплоту парообразования.

---

119. На графике показаны кривые нагревания двух жидкостей одинаковой массы при постоянной мощности подводимого тепла. Определите отношение температур кипения первого вещества к температуре кипения второго вещества.



$$\zeta = \frac{T_1}{T_2} = \frac{200}{100} = 2;$$

---

120. Определите внутреннюю энергию 2 моль гелия при температуре 27 °С.

Решение

$$U = \frac{3}{2}\nu RT = 1{,}5 \cdot 2 \cdot 8{,}3 \cdot 300 = 7470Дж;$$

---

121. Определите внутреннюю энергию гелия, заполняющего аэростат объёмом 80 м^3, при давлении 100 кПа.

Решение

$$pV = \nu RT; \quad \Delta U = \frac{3}{2}\nu RT; \quad \Rightarrow \quad \Delta U = \frac{3}{2}pV = 12 \cdot 10^6 Дж;$$

---

122. Телу массой 10 кг передали количество теплоты 120 Дж и подняли его над поверхностью Земли на 5 м. Определите, на сколько увеличилась внутренняя энергия тела?

Решение

1. Величину внутренней энергии тела определяет его молекулярная структура и его температура, механическое состояние тела, не сопровождающееся тепловыми преобразованиями, на величину внутренней энергии не влияет:

$$\delta Q = \Delta U = 120 Дж;$$

---

123. Объём газа, расширяющегося при постоянном давлении 100 кПа, увеличился на 2 л. Определите работу, совершенную газом в этом процессе.

Решение

$$A = p\Delta V = 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 200 Дж;$$

---

124. Какая работа была совершена при изобарном сжатии 6 моль водорода, если его температура изменилась на 50 К?

Решение

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T; \quad \delta Q = \Delta U + A; \quad \Rightarrow \quad A = \delta Q - \Delta U = \nu R\Delta T = 6 \cdot 8{,}3 \cdot 50 = 2490 Дж;$$

---

125. Идеальный газ получил количество теплоты 100 Дж, и при этом внутренняя энергия газа уменьшилась на 100 Дж. Чему равна работа, совершенная внешними силами над газом?

Решение

$$\delta Q = -\Delta U - A; \quad \Rightarrow \quad A = -200 Дж;$$

---

126. В некотором процессе внутренняя энергия газа уменьшилась на 300 Дж, а газ совершил работу 500 Дж. Какое количество теплоты было сообщено газу?

Решение

$$\delta Q = -\Delta U + A = 200 Дж;$$

---

127. Внешние силы совершили над газом работу 500 Дж, при этом внутренняя энергия уменьшилась на 200 Дж. Определите количество теплоты, отданное газом.

Решение

$$-\delta Q = -\Delta U - A; \quad \delta Q = 700 Дж;$$

---

128. Давление идеального одноатомного газа уменьшилось на 50 кПа. Газ находится в закрытом сосуде при постоянном объёме 0,3 м^3. Какое количество теплоты было отдано газом?

Решение

$$V = const; \quad A = 0; \quad \delta Q = \Delta U = \frac{3}{2}\Delta pV = 1{,}5 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 0{,}3 = 22{,}5 кДж;$$

---

128. Одноатомный газ, находящийся в сосуде вместимостью 8 л, нагревают так, что его давление возрастает с 100 кПа до 200 кПа. Какое количество теплоты передано газу?

Решение

$$V = \text{const}; \quad A = 0; \quad \delta Q = \Delta U = \frac{3}{2}\Delta pV = 1{,}5 \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 1200\text{Дж};$$

---

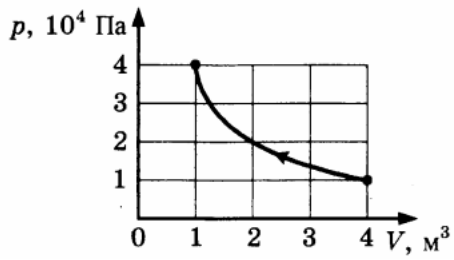
130. Чему равно изменение внутренней энергии газа, если ему передано количество теплоты 500 Дж, а газ при постоянном давлении 10^5 Па расширился на $3 \cdot 10^{-3}$ м^3?

Решение

$$\Delta U = \delta Q - A = \delta Q - p\Delta V = 500 - 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 200\text{Дж};$$

---

131. На рисунке показан процесс изменения состояния идеального газа. Внешние силы совершили над газом работу, равную $5 \cdot 10^4$ Дж. Какое количество теплоты отдает газ в этом процессе?



Решение

$$T = \text{const}; \quad \delta Q = A = 5 \cdot 10^4\text{Дж};$$

---

132. КПД идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно 40%. Какую полезную работу, совершает за цикл эта машина, если она отдаёт холодильнику 300 Дж количество теплоты?

Решение

$$\eta = 1 - \frac{Q_X}{Q_H}; \quad Q_H = \frac{Q_X}{1-\eta} = 500\text{Дж}; \quad A = \eta Q_H = 200\text{Дж};$$

---

133. Вычислите максимальное значение коэффициента полезного действия тепловой машины, если температура нагревателя 127 °С, а температура холодильника 27 °С.

Решение

$$\eta = 1 - \frac{T_X}{T_H} = 1 - \frac{300}{400} = 0{,}25\ (25\%);$$

---

4. Электричество и магнетизм

134. **Можно ли, наблюдая взаимное отталкивание двух шаров, однозначно утверждать, что они заряжены положительно?**

Решение

1. Как отмечено экспериментально, одноимённые заряды, как положительные, так и отрицательные, отталкиваются, а разноимённые – притягиваются.

---

135. **Как заряжено тело, если в процессе электризации оно потеряло электроны?**

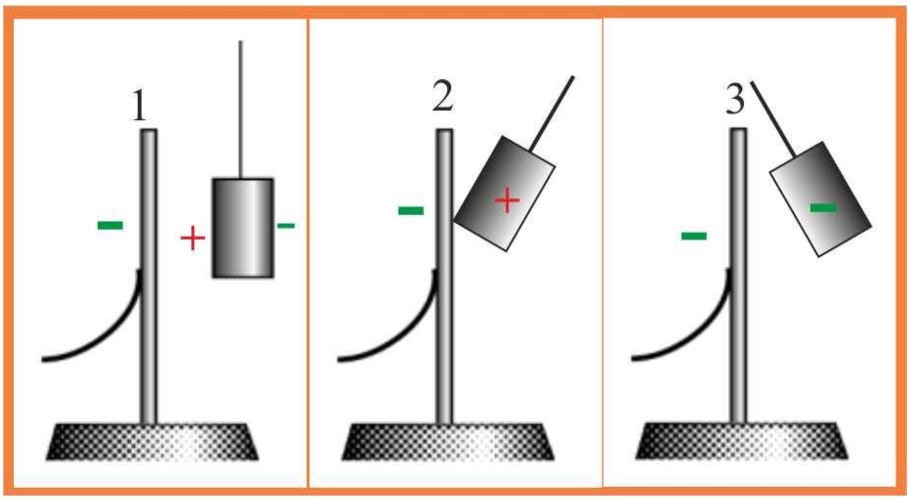
Решение

1. Электроны заряжены отрицательно, поэтому тело, обеднённое электронами, приобретает положительный заряд.

---

136. **Легкий незаряженный шарик из металлической фольги подвешен на тонкой шелковой нити. Что будет происходить с шариком, если к нему поднести стержень с положительным электрическим зарядом (без прикосновения)?**

Решение



1. Сначала в лёгком теле за счёт электризации произойдёт пространственное разделение зарядов, так что электроны переместятся вправо и шарик притянется к стержню.

2. В момент касания шарик станет, заряжен отрицательно.

3. Под действием силы Кулона шарик отклонится и на некоторое время зафиксируется в таком положении, по прошествии времени (которое, прежде всего, зависит от относительной влажности воздуха) в результате "стекания" заряда шарик станет нейтральным, и процессы повторятся.

---

137. С какой силой взаимодействуют два маленьких заряженных шарика, находящиеся в вакууме на расстоянии 9 см друг от друга? Заряд каждого шарика равен $3 \cdot 10^{-6}$ Кл.

Решение

$$\left|\vec{F}_K\right| = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \approx 9 \cdot 10^9 \frac{9 \cdot 10^{-12}}{81 \cdot 10^{-4}} \approx 10\text{Н};$$

---

138. Как надо изменить расстояние между двумя точечными электрическими зарядами, чтобы сила их кулоновского взаимодействия осталась прежней, если значение одного из этих зарядов увеличить в два раза?

Решение

$$\left.\begin{aligned} F_K &= k\frac{q_1 q_2}{r_1^2}; \\ F_K &= k\frac{q_1 2q_2}{r_2^2}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{2} \approx 1{,}41;$$

---

139. Сила, действующая в поле на заряд в 20 мкКл, равна 4 Н. Чему равна напряженность поля в этой точке?

Решение

$$\vec{F}_K = q\vec{E}; \quad \Rightarrow \quad E = \frac{F_к}{q} = \frac{4}{2 \cdot 10^5} = 2 \cdot 10^5 \frac{В}{м};$$

---

140. Напряженность однородного электрического поля равна 100 В/м, расстояние между двумя точками, расположенными на одной силовой линии поля, равно 5 см. Чему равна разность потенциалов между этими точками?

Решение

$$\Delta\varphi = E\Delta\ell = 100 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 5\ В;$$

---

141. При лечении электростатическим душем к электродам прикладывается разность потенциалов 100 кВ. Какой заряд проходит между электродами во время процедуры, если известно, что электрическое поле совершает при этом работу, равную 1800 Дж?

Решение

$$A = q\Delta\varphi; \quad q = \frac{A}{\Delta\varphi} = \frac{1800}{10^5} = 18 \cdot 10^{-3}\,Кл;$$

---

142. В электростатическом однородном поле потенциалы точек A и B соответственно равны: $\varphi_A = -700$ В, $\varphi_B = -1300$ В. При перемещении заряженной частица из точки A в точку B силы электростатического поля совершают работу, равную 9 мкДж. Каким зарядом обладает частица?

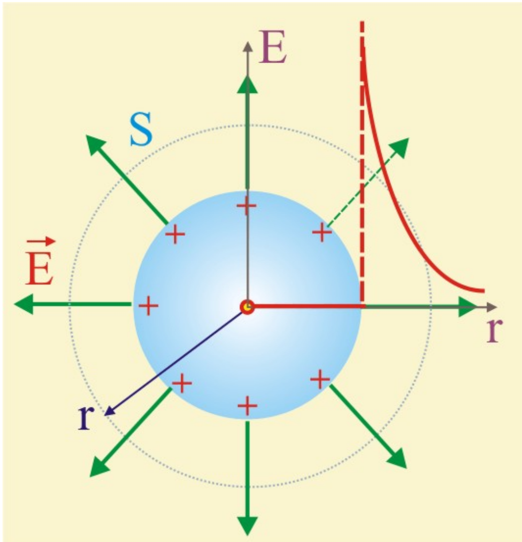
Решение

$$A = q(\varphi_A - \varphi_B); \quad q = \frac{A}{\varphi_A - \varphi_B} = \frac{9 \cdot 10^{-6}}{600} = 15\text{ нКл};$$

---

143. Металлическая сфера радиусом 10 см равномерно заряжена до 50 нКл. Найдите напряженность электрического поля на расстоянии 15 см от центра сферы.

Решение



1. На основании уравнения теоремы Гаусса можно найти величину напряжённости электрического поля, создаваемого равномерно заряженным проводящим шаром

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}.$$

2. Как видно, уравнение электрического поля равномерно заряженного проводящего шара совпадает с полем точечного заряда т.е. напряжённость обратно пропорциональна квадрату радиуса виртуальной сферы, на поверхности которой определяется модуль $\vec{E}$. Поле внутри шара, как и у всякого проводника будет нулевым, максимальное значение напряжённости будет иметь место на поверхности шара и будет уменьшаться пропорционально $1/r^2$.

3. Напряжённость поля на заданном расстоянии:

$$E = k\frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-8}}{0{,}0225} \approx 2 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}};$$

---

144. Проводящий шар радиусом 10 см заряжен положительным зарядом 3 нКл. Определите значение напряженности поля на расстоянии 2 см от поверхности шара.

Решение

$$E = k\frac{q}{(R + r)^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-9}}{0{,}0144} \approx 1875\frac{\text{В}}{\text{м}};$$

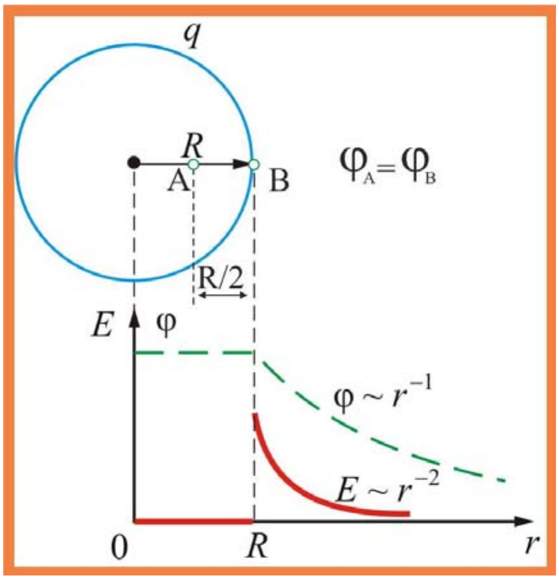
---

145. Потенциал электрического поля на поверхности металлической заряженной сферы радиусом 20 см равен 4 В. Определите потенциал точки электрического поля на расстоянии 10 см от центра сферы.

Решение

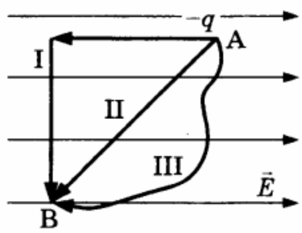
$$\left.\varphi = \frac{\Pi}{q_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}; \quad \varphi = k\frac{q}{r}; \quad \text{при} \quad r > R; \quad \varphi_2 = k\frac{q}{R}; \quad \text{при} \quad r < R;\right\}$$

$$\varphi_A = \varphi_B;$$

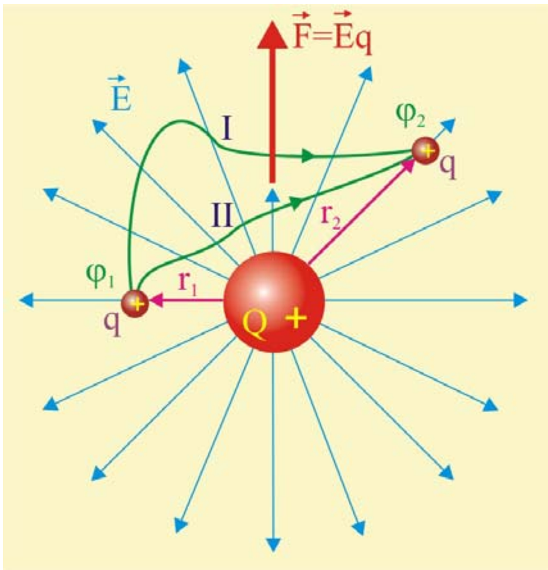


---

146. Отрицательный заряд перемещается в однородном электростатическом поле из точки A в точку B по траекториям I, II, III. В каком случае работа сил электростатического поля наибольшая?



Решение



1. Рассмотрим неподвижный точечный заряд Q, расположенный в воздухе и создающий в окрестном пространстве электрическое поле напряжённостью

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^3}\vec{r}\ .$$

2. В поле перемещается пробный заряд q из начального положения 1 в конечное положение 2 вдоль произвольной криволинейной траектории, например I. Модуль силы Кулона, возникающей при взаимодействии зарядов, запишется следующим образом

$$F_K = Eq = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r^2}\ .$$

3. Найдём далее работу, совершаемую силой Кулона на элементарном перемещении заряда $d\vec{r}$

$$\delta A = \vec{F}_K d\vec{r}\ .$$

Как видно из уравнения элементарная работа при перемещении точечного заряда в электрическом поле представляется скалярным произведением двух векторных величин, т.е. величина и знак работы зависит от взаимного направления $\vec{F}_K$ и $d\vec{r}$. Работа на конечном перемещении определится в виде интеграла

$$A_{1\to 2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{qQ\vec{r}}{r^3}d\vec{r} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2}.$$

4. Интеграл работы в общем случае зависит от положения начальной и конечной точек, а так же от формы траектории, по которой перемещается заряд q. Однако для электрических полей неподвижных зарядов работа не зависит от формы траектории. В этом легко убедится, если из конечной точки 2 вернуть заряд в точку 1 по траектории, отличной от первоначальной. При перемещении заряда по любой замкнутой траектории, когда $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$ итоговая работа будет равна нулю, т.е. алгебраическая сумма работ, совершённых электрическими силами на замкнутом пути будет равна нулю

$$A_{1\to 2} + A_{2\to 1} = A_{1\to 2} - A_{2\to 1}.$$

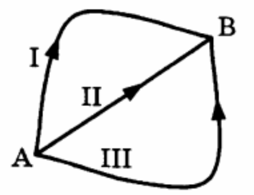
Уравнение даёт основание выражение для работы переписать так

$$A_{1\to 2} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

5. Электрическое поле неподвижных зарядов, таким образом, как и гравитационное поле, обладает свойством потенциальности, т.е**. работа, производимая такими полями, не зависит от вида траектории, а определяется только положениями начальной и конечной точек перемещения.**

---

147. Положительная α-частица перемещается в однородном электростатическом поле из точки А в точку В по траекториям I, II, III (см. рис.). Что можно сказать о работе сил электростатического поля?



Решение

$$A_I = A_{II} = A_{III};$$

---

148. Как изменится ёмкость плоского воздушного конденсатора, если площадь его обкладок и расстояние между ними уменьшить в 2 раза?

Решение

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= \frac{\varepsilon_0 s}{d}; \\ C_2 &= \frac{2\varepsilon_0 s}{2d}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{C_2}{C_1} = 1;$$

---

149. Как изменится электроёмкость конденсатора, если напряжение между его пластинами увеличить в 3 раза?

Решение

$$C = \frac{\varepsilon_0 s}{d} \neq f(U);$$

---

150. **Конденсатору электроёмкостью 4 пФ сообщили заряд 32 мкКл. Какой энергией обладает конденсатор?**

Решение

$$W_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{1 \cdot 10^{-9}}{8 \cdot 10^{-12}} = 128\text{Дж};$$

---

151. **Как изменится энергия электрического поля конденсатора, если напряжение на его обкладках увеличить в 2 раза?**

Решение

$$W_C = \frac{Cu^2}{2}; \quad \frac{W_2}{W_1} = 4;$$

---

152. **Через поперечное сечение спирали электролампы каждые 10 с проходит заряд, равный 15 Кл. Чему равна сила тока в лампе?**

Решение

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{15}{10} = 1{,}5\text{А};$$

---

153. **Через поперечное сечение контактного провода за 2 с проходит 6 · 10^{21} электронов. Определите силу тока. Заряд электрона равен $q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.**

Решение

$$i = \frac{eN}{t} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 6 \cdot 10^{21}}{2} 480\text{А};$$

---

154. **Время рабочего импульса ускорителя электронов равно 1 мкс. Средняя сила тока, создаваемого этим ускорителем, 48 кА. Определите число электронов, ускоряемых за один пуск ускорителя. Заряд электрона равен $q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.**

Решение

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}; \quad \Delta q = i\Delta t; \quad N_e = \frac{\Delta q}{e} = \frac{i\Delta t}{e} = \frac{48 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 3 \cdot 10^{17};$$

---

155. **Чему равно напряжение на участке цепи, на котором была совершена работа 500 Дж при прохождении заряда 25 Кл?**

Решение

$$A = qU; \quad \Rightarrow \quad U = \frac{A}{q} = 20\text{В};$$

---

156. Какую работу совершает электрическое поле при перемещении заряда 4 мКл, если напряжение равно 45 В?

Решение

$$A = qU = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 45 = 0{,}18 \text{Дж};$$

---

157. Чему равно сопротивление проволоки длиной 15 м, площадью поперечного сечения 2 мм^2? Удельное сопротивление материала $1{,}6 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

Решение

$$R = \rho \frac{\ell}{s} = 1{,}6 \cdot 10^{-8} \frac{15}{2 \cdot 10^{-6}} = 0{,}12 \text{ Ом};$$

---

158. Определите напряжение на электролампе, если ее сопротивление 24 Ом, а сила тока 0,04 А.

Решение

$$I = \frac{U}{R}; \quad \Rightarrow \quad U = IR = 0{,}96 \text{ В};$$

---

159. На цоколе электрической лампы написано 0,35 В и 0,2 А. Определите сопротивление спирали лампы.

Решение

$$I = \frac{U}{R}; \quad \Rightarrow \quad R = \frac{U}{I} = \frac{0{,}35}{0{,}2} = 1{,}75 \text{ Ом};$$

---

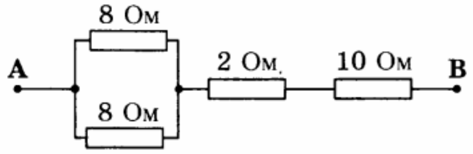
160. Рассчитайте силу тока в замкнутой цепи, состоящей из источника тока, у которого ЭДС равна 12 В, а внутреннее сопротивление равно 1 Ом. Сопротивление резистора равно 3 Ом.

Решение

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12}{1 + 3} = 3\text{А};$$

---

161. Определите сопротивление между точками А и В участка электрической цепи, представленной на рисунке.



Решение

$$R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 + R_4 = \frac{8 \cdot 8}{8 + 8} + 2 + 10 = 16 \text{ Ом};$$

---

162. При прохождении по проводнику электрического тока силой 5 А в течение 2 мин совершается работа 150 кДж. Чему равно сопротивление проводника?

Решение

$$P = \frac{A}{\tau} = I^2R; \quad \Rightarrow \quad R = \frac{A}{I^2\tau} = \frac{1{,}5\cdot 10^5}{25\cdot 120} = 50\ \text{Ом};$$

---

163. Чему равно время прохождения тока по проводнику, если при напряжении на его концах 120 В совершается работа 540 кДж? Сопротивление проводника 24 Ом.

Решение

$$\frac{A}{\tau} = \frac{U^2}{R}; \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{AR}{U^2} = \frac{5{,}4\cdot 10^5\cdot 24}{1{,}44\cdot 10^4} = 900\text{с};$$

---

164. В электронагревателе с неизменным сопротивлением спирали, через который течет постоянный ток, за время t выделяется количество теплоты Q. Как изменится количество теплоты, выделившееся в нагревателе, если силу тока и время t увеличить вдвое?

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= I^2R\tau; \\ Q_2 &= 4I^2R2\tau = \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \frac{Q_2}{Q_1} = 8;$$

---

165. На штепсельных вилках некоторых бытовых электрических приборов имеется надпись: «6 А, 250 В». Определите максимально допустимую мощность электроприборов, которые можно включать, используя такие вилки.

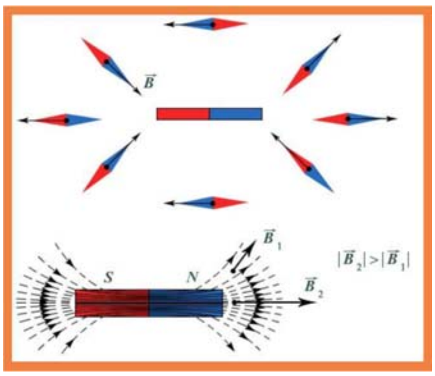
Решение

$$P_{max} = IU = 1500\ \text{Вт};$$

---

166. К магнитной стрелке (северный полюс затемнен, см. рис.), которая может поворачиваться вокруг вертикальной оси, перпендикулярной плоскости чертежа, поднесли постоянный магнит. Что произойдет со стрелкой?

Решение

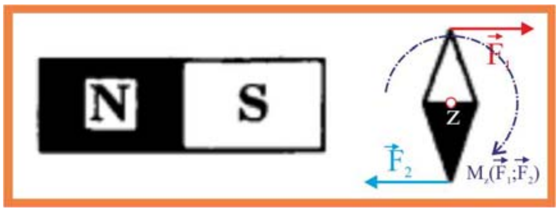


1. Поскольку ось симметрии стрелки практически невозможно совместить с направлением центрального вектора магнитной индукции магнита, то на стрелку в заданном положении будет действовать вращающий момент, стремящийся повернуть её на 180^0.

---

167. К магнитной стрелке (северный полюс затемнен, см. рис.), которая может поворачиваться вокруг вертикальной оси, перпендикулярной плоскости чертежа, поднесли постоянный магнит. Что произойдет со стрелкой?

Решение

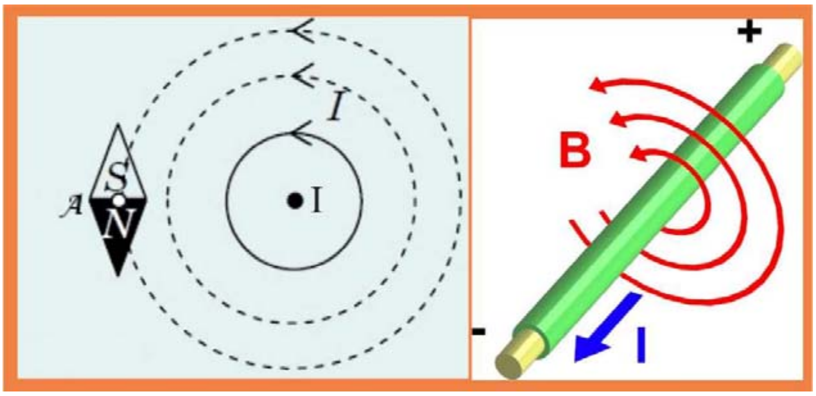


1. Стрелка повернётся под действием момента сил относительно оси вращения по часовой стрелке на 90^0.

---

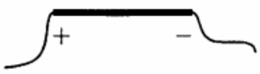
168. Ток по прямолинейному проводу идет на нас (см. рис.). Постройте линии магнитной индукции для этого тока и определите их направление.

Решение

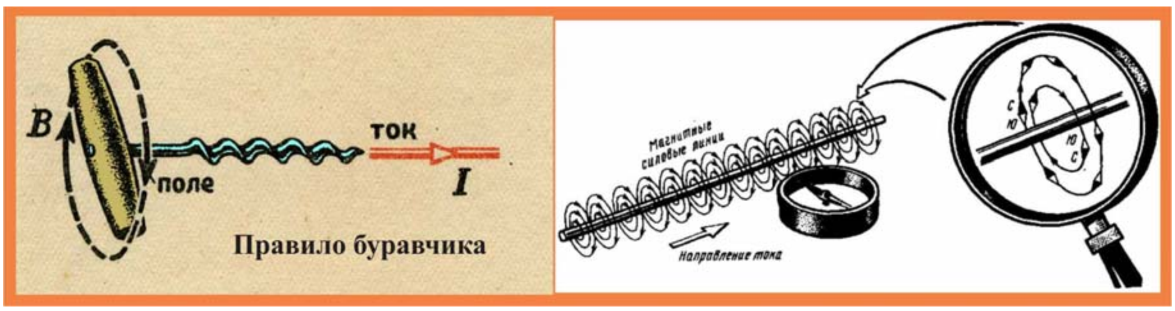


---

169. На рисунке изображен прямолинейный провод, подключенный к полюсам источника (см. рис.). Постройте линии магнитной индукции для этого тока и определите их направление.



Решение



---

170. С какой силой действует однородное магнитное поле с индукцией 0,2 Тл на проводник длиной 50 см, расположенный под углом 30° к вектору индукции, при силе тока в проводнике 6 А?

Решение

$$\vec{F}_A = I(\vec{B} \times \vec{\ell}); \quad \Rightarrow \quad |\vec{F}_A| = IB\ell\sin(\vec{B};\vec{\ell}) = 6 \cdot 02 \cdot 0{,}5 \cdot 05 = 0{,}3\text{H};$$

---

171. Прямолинейный проводник длиной l = 0,1 м, по которому течет ток, находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,4 Тл и расположен под углом 90° к вектору $\vec{B}$. Какова сила тока, если сила, действующая на проводник со стороны магнитного поля, равна 0,2 Н?

Решение

$$|\vec{F}_A| = IB\ell\sin(\vec{B};\vec{\ell}); \quad \Rightarrow \quad I = \frac{F_A}{B\ell} = \frac{0{,}2}{0{,}4 \cdot 0{,}1} = 5\text{A};$$

---

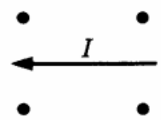
172. Прямолинейный проводник длины l с током I помещен в однородное магнитном поле перпендикулярно линиям индукции $\vec{B}$. Как изменится сила Ампера, действующая на проводник, если его длину уменьшить в 3 раза, а индукцию магнитного поля увеличить в 3 раза?

Решение

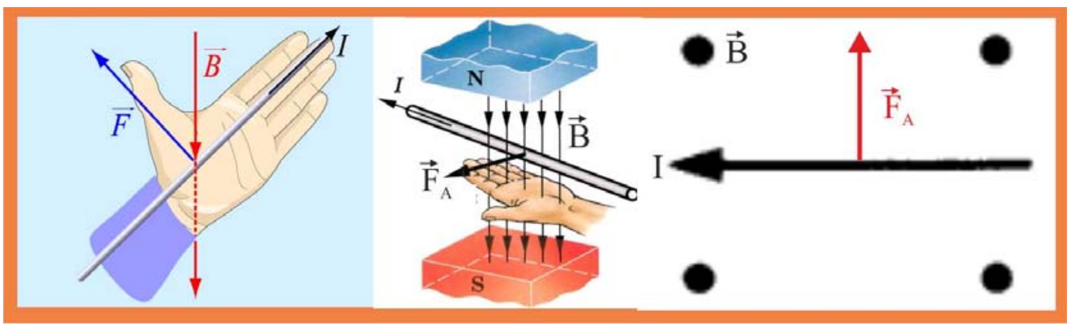
$$|\vec{F}_A| = IB\ell\sin(\vec{B};\vec{\ell}); \quad \Rightarrow \quad \text{не изменится;}$$

---

173. В однородное магнитное поле, линии индукции которого направлены на нас, поместили проводник с током. Определите направление, действующей на проводник силы.



Решение



---

174. В магнитном поле индукцией B = 4 Тл движется электрон со скоростью 10^7 м/с, направленной перпендикулярно линиям индукции магнитного поля. Чему равен модуль си-

лы F, действующей на электрон со стороны магнитного поля? Заряд электрона равен $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Решение

$$F_L = evB = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^7 \cdot 4 = 6,4 \cdot 10^{-12}\,Н;$$

---

175. Протон и α-частица влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору магнитной индукции с одинаковыми скоростями υ. Заряд протона в 2 раза меньше заряда α-частицы. Определите отношение модулей сил, действующих на них со стороны магнитного поля в этот момент времени.

Решение

$$\left.\begin{aligned} F_p &= qvB; \\ F_\alpha &= 2qvB; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{F_\alpha}{F_p} = 2;$$

---

176. В металлическое кольцо в течение первых двух секунд вдвигают магнит, в течение следующих двух секунд магнит оставляют неподвижным внутри кольца, в течение последующих двух секунд его вынимают из кольца. В какие промежутки времени в катушке течет ток?

Решение

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -\frac{\Delta B}{\Delta t}s; \quad \Rightarrow \quad |\varepsilon_i| \neq 0; \quad \left|\frac{\Delta\vec{B}}{\Delta t}\right| \neq 0; \quad i \neq 0; \quad \text{при движении катушки;}$$

$$\Delta t_1 = 0 - 2с; \quad \Delta t_2 = 5 - 6с;$$

---

177. В металлическое кольцо в течение первых двух секунд вдвигают магнит, в течение следующих двух секунд магнит оставляют неподвижным внутри кольца, в течение последующих двух секунд его вынимают из кольца. В какие промежутки времени в катушке не течет ток?

Решение

1. Ток в кольце отсутствует во время постоянства магнитного потока, т.е. при $\Delta t = 3 - 4$ с.

---

178. Угол между вектором магнитной индукции и плоскостью контура 30°. Определите угол между вектором магнитной индукции и положительной нормалью к контуру.

Решение

$$\left(\vec{B};\vec{n}\right) = \frac{\pi}{2} - \alpha = 60^0;$$

---

179. Как должна располагаться плоскость витка по отношению к линиям магнитной индукции, чтобы магнитный поток был минимальным?

Решение

$$\Phi_B = B\cos(\vec{B};\vec{n})s; \quad \Phi_{B(max)} = Bs; \quad \cos(\vec{B};\vec{n}) = \frac{\pi}{2};$$

---

180. Плоскость замкнутого контура расположена под углом 45° к силовым линиям однородного магнитного поля. Что происходит с магнитным потоком при увеличении магнитной индукции в 3 раза, если площадь контура и его ориентация не меняются?

Решение

$$\left.\begin{aligned} \Phi_{B(1)} &= B\cos 45^0 s; \\ \Phi_{B(2)} &= 3B\cos 45^0; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{\Phi_{B(2)}}{\Phi_{B(1)}} = 3;$$

---

181. За 0,3 с магнитный поток, пронизывающий проволочную рамку, изменился на 0,06 Вб. Какова скорость изменения магнитного потока?

Решение

$$\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{0{,}06}{03} = 02\frac{\text{Вб}}{\text{с}};$$

---

182. Магнитный поток, пронизывающий контур проводника равномерно, изменился на 0,6 Вб так, что ЭДС индукции оказалась равной 1,2 В. Найдите время изменения магнитного потока.

Решение

$$|\varepsilon_i| = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}; \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta\Phi_B}{|\varepsilon|} = \frac{0{,}6}{1{,}2} = 0{,}5\text{с};$$

---

183. Плоский виток, площадь которого 20 см^2, расположен перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Найдите абсолютную величину ЭДС, возникающую в витке, если индукция поля равномерно убывает от 0,05 до 0,01 Тл за 0,005 с.

Решение

$$|\varepsilon_i| = \frac{\Delta B}{\Delta t}s = \frac{B_1 - B_2}{\Delta t}s = \frac{0{,}04}{0{,}005}2\cdot 10^{-3} = 0{,}016\text{В};$$

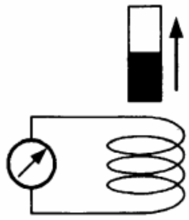
---

184. В однородном магнитном поле находится плоский виток площадью 200 см^2, расположенный перпендикулярно линиям поля. Чему равна сила тока в витке, если индукция поля убывает с постоянной скоростью 0,8 Тл/с. Сопротивление витка 0,5 Ом.

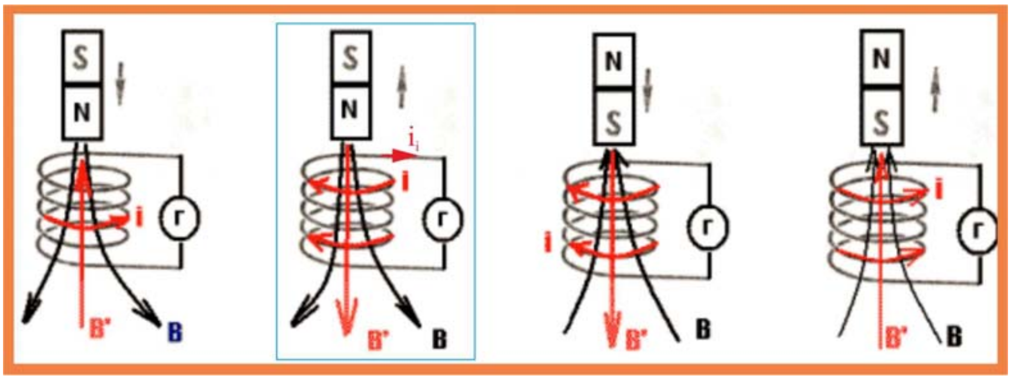
Решение

$$i_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{1}{R}\frac{\Delta B}{\Delta t}s = \frac{0{,}8}{0{,}5}2 \cdot 10^{-2} = 0{,}032A;$$

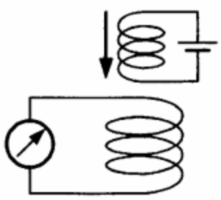
185. Катушка соединена с микроамперметром. Из нее вынимают постоянный магнит (северный полюс заштрихован). Определите направление индукционного тока, возникающего в катушке.



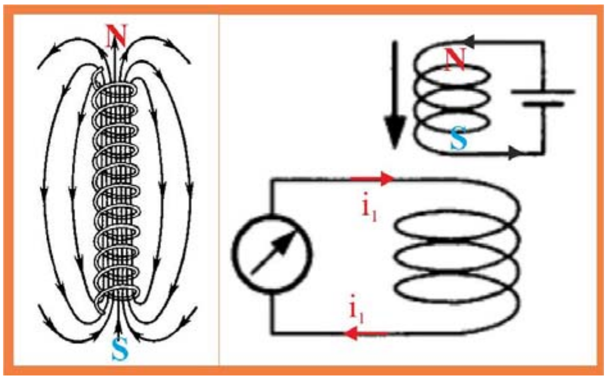
Решение



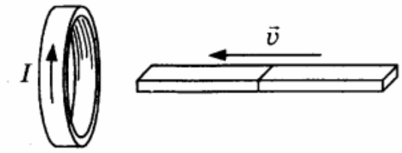
186. Катушка соединена с микроамперметром. Сверху к ней приближают электромагнит. Определите направление индукционного тока, возникающего в катушке.



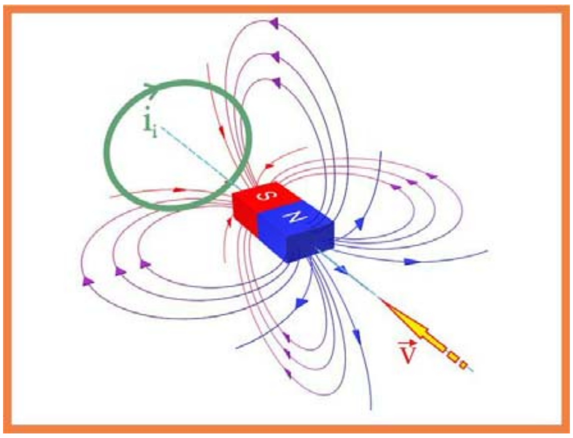
Решение



187. Магнит вводят в кольцо, в результате чего появляется ток, направление которого показано на рисунке. Какой полюс магнита ближе к кольцу?



Решение



---

188. Определите индуктивность проводника, в котором равномерное изменение силы тока на 2 А в течение 0,25 с возбуждает ЭДС самоиндукции 20 мВ.

Решение

$$|\varepsilon_{si}| = L\frac{\Delta i}{\Delta t}; \quad \Rightarrow \quad L = \frac{|\varepsilon_{si}|\Delta t}{\Delta i} = \frac{2\cdot 10^{-2}\cdot 0{,}25}{2} = 2{,}5\cdot 10^{-3}\,\text{Гн};$$

---

189. В проводнике индуктивностью 5 мГн сила тока в течение 0,2 с равномерно возрастает с 2 А до какого-то конечного значения. При этом в проводнике возбуждается ЭДС самоиндукции, равная 0,2 В. Определите конечное значение силы тока в проводнике.

Решение

$$\Delta i = \frac{\varepsilon_{si}\Delta t}{L} = \frac{0{,}2\cdot 0{,}2}{5\cdot 10^{-3}} = 8\text{А}; \quad \Rightarrow \quad i_2 = i_1 + \Delta i = 10\text{А};$$

---

190. Определите энергию магнитного поля соленоида индуктивностью 0,5 Гн при силе тока 4 А.

Решение

$$W_L = \frac{LI^2}{2} = \frac{0{,}5\cdot 16}{4} = 4\text{Дж};$$

---

191. Энергия магнитного поля в дросселе при силе тока 3 А равна 2,7 Дж. Какую индуктивность имеет дроссель?

Решение

$$W_L = \frac{LI^2}{2}; \quad \Rightarrow \quad L = \frac{2W_L}{I^2} = \frac{5{,}4}{9} = 0{,}6\,\text{Гн};$$

---

5. Колебания и волны

192. При измерении пульса человека было зафиксировано 75 пульсаций крови за 1 мин. Определите частоту сокращения сердечной мышцы.

Решение

$$\nu = \frac{N}{\Delta t} = \frac{75}{60} = 1{,}25\ \text{Гц}; \quad E = \frac{1}{\nu} = 0{,}8\text{с};$$

---

193. Каков период колебаний поршня двигателя автомобиля, если за 30 с поршень совершает 600 колебаний?

Решение

$$T = \frac{\Delta T}{N} = \frac{30}{600} = 0{,}05\text{с};$$

---

194. Сколько полных колебаний совершит материальная точка за 5 с, если частота колебаний 440 Гц?

Решение

$$T = \frac{1}{\nu}; \quad N = \frac{\Delta t}{T} = \nu\Delta t = 2200;$$

---

195. Тело совершает гармонические колебания по закону $x = 0{,}2\sin(4\pi t)$. Определите амплитуду колебаний.

Решение

$$x(t) = A\sin\omega t; \quad \Rightarrow \quad A = 0{,}2\text{м};$$

---

196. Математический маятник совершил 100 колебаний за 628 с. Чему равна длина нити маятника?

Решение

$$T = \frac{\Delta t}{N} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}; \quad \Rightarrow \quad \ell = \frac{\Delta t^2 g}{4\pi^2 N^2} = \frac{394384 \cdot 10}{4 \cdot 9{,}88 \cdot 10^4} \approx 9{,}979\text{м};$$

---

197. Амплитуду колебаний математического маятника уменьшили в 2 раза. Как при этом изменился период колебаний маятника?

Решение

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \neq f(A);$$

---

198. К пружине жесткостью 200 Н/м подвешен груз массой 0,4 кг. Определите частоту свободных колебаний этого пружинного маятника.

Решение

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};\quad \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{6{,}28}\sqrt{\frac{200}{0{,}4}} = 3{,}56\text{Гц};$$

---

199. Груз, подвешенный на пружине жесткостью 250 Н/м, совершает свободные колебания с циклической частотой 50 $с^{-1}$. Найдите массу груза.

Решение

$$T = \frac{1}{\nu} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};\quad \omega = 2\pi\nu;\quad m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{250}{2500} = 0{,}1\text{кг};$$

---

200. Груз, подвешенный на лёгкой пружине жесткостью 100 Н/м, совершает свободные гармонические колебания. Какой должна быть жесткость пружины, чтобы частота колебаний этого же груза увеличилась в 4 раза?

Решение

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1}{m}};\quad 4\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_2}{m}};\quad 4 = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}};\quad k_2 = 16k_1 = 1600\frac{\text{Н}}{\text{м}};$$

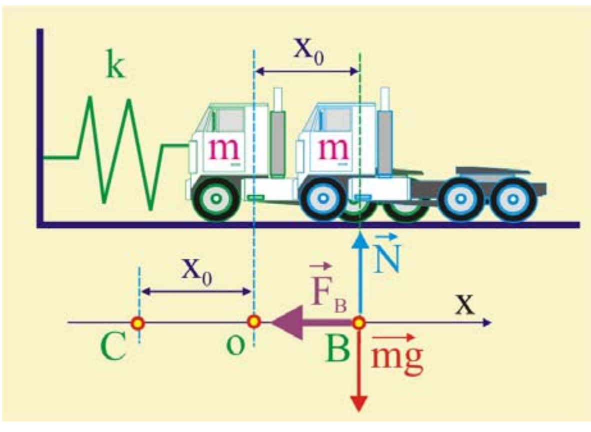
---

201. Во сколько раз период колебания потенциальной энергии пружины меньше периода колебаний маятника?

Решение

1. Уравнения движения для простейших колебательных систем можно получить двумя способами. Путём анализа действующих на массу сил, или, развивая энергетический анализ процесса.

2. Получим в начале уравнение движения массы, скреплённой с горизонтальной пружиной на основе анализа действующей системы сил (рис. 1.1). Горизонтальная пружина удобна тем, что позволяет не учитывать действие силы тяжести. Будучи смещённой из положения статического равновесия O в положение B, масса оказывается под действием системы сил



$$\left\{m\vec{g};\ \vec{N};\ \vec{F}_{возвр} \equiv F_{упр} = -kx\right\},$$

причём сила тяжести и нормальная реакция связи, могут не учитываться при дальнейшем рассмотрении, их работа на перемещении вдоль оси ох равна нулю, т.к. обе эти силы перпендикулярны направлению перемещения,

$$\delta A = mg \cdot dx \cdot \cos\left(\vec{i};\, m\vec{g}\right) = 0.$$

3. На направление движения будет иметь проекцию отличную, от нуля, только возвращающая сила, обусловленная, в данном случае, упругостью пружины. Уравнение второго закона Ньютона в проекции на горизонтальную ось, таким образом, запишется так

$$\sum_{i=1}^{i=n} F_{kx} = m\ddot{x}; \quad -F_B = m\ddot{x}; \quad -kx = m\ddot{x} \ ,$$

где k – коэффициент жёсткости пружины. Преобразуем последнее уравнение к виду

$$m\ddot{x} + kx = 0; \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0.$$

Для придания уравнению вида одного из известных типов дифференциальных уравнений, введём обозначение

$$\frac{k}{m} = \omega^2; \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \ ,$$

и перепишем в виде

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0, \qquad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0.$$

4. Полученное линейное дифференциальное уравнение второго порядка без свободного члена имеет известное из высшей математики общее решение

$$x = C_1 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t \ ,$$

где C_1, C_2 – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий. Предположим, что в начальный момент времени при t = 0 задано начальное положение массы x = x(0) и начальная скорость $\dot{x}(0)$. Определим проекцию скорости на направление движения

$$v_x \equiv \dot{x} \equiv \frac{dx}{dt} = -C_1\omega \sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t \ .$$

Образует из уравнений координаты и скорости систему

$$\left.\begin{aligned} x &= C_1 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t; \\ \dot{x} &= -C_1\omega \sin\omega t + C_2 \cos\omega t. \end{aligned}\right\}$$

Подставим в уравнения системы начальные условия

$$x(0) = C_1 \cos\omega\cdot 0 + C_2 \sin\omega\cdot 0, \quad \Rightarrow \quad C_1 = x(0);$$

$$\dot{x}(0) = C_1\omega \sin\omega\cdot 0 + C_2\omega\cos\omega\cdot 0, \quad \Rightarrow \quad C_2 = \frac{\dot{x}(0)}{\omega}.$$

С учётом значений постоянных интегрирования решение (1.4) перепишется следующим образом

$$x = x(0)\cos\omega t + \frac{\dot{x}(0)}{\omega}\sin\omega t \ .$$

5. Уравнение представляет собой закон движения массы, соединённой с горизонтальной пружиной без учёта сопротивления среды и силы трения. Если движение будет начинаться без начальной скорости, т.е. $\dot{x}(0) = 0$, то закон движения примет вид

$$x = x_0 \cos\omega t \ .$$

При наличии начальной фазы колебаний уравнение можно переписать следующим образом

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0).$$

6. Уравнение справедливо для всех систем, совершающих свободные собственные не затухающие колебания. Различные системы будут иметь разные выражения для

ω^2. Квадрат циклической частоты в рассматриваемых случаях является возвращающей силой, приходящейся на единицу массы и единицу смещения.

7. Существует несколько равноправных форм записи уравнений, с использованием разных обозначений кинематических параметров

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0) \equiv x_0 \sin(\omega t + \varphi_0);$$

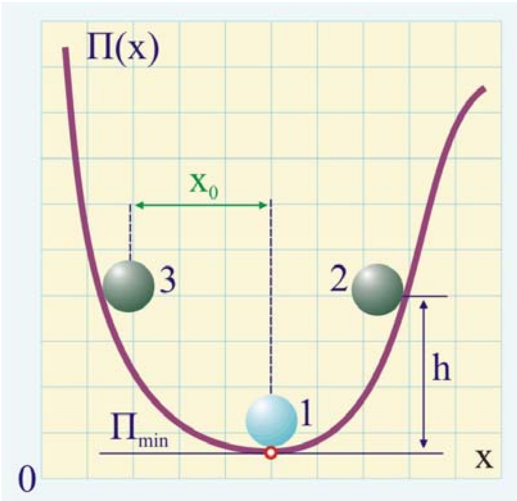
$$x = x_{max} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right); \quad x = A\sin(2\pi\nu t + \varphi_0);$$

Так, например, уравнение движения массы, совершающей колебания на вертикальной пружине не отличаются, необходимо только учесть статическое удлинение пружины под действием силы тяжести

$$k \cdot \Delta x_{CT} = mg \quad \Rightarrow \quad \Delta x_{CT} = \frac{k}{mg};$$

При вертикальных колебаниях сместится только центр колебаний.

8. А теперь получим дифференциальное уравнение свободных колебаний на основе анализа движения с энергетических позиций. Это удобно сделать на примере частицы известной массы, находящейся в потенциальной яме. Прекрасной моделью такой системы может служить металлический шарик внутри криволинейной поверхности. При смещении массы из состояния равновесия из положения 1 в положение 2 система приобретает запас потенциальной энергии. Если шарик считать материальной точкой, а положение статического равновесия 1 совместить с минимальным значением потенциальной энергии, то



$$\Pi_2 = mgh.$$

9. Если далее шарик отпустить без начальной скорости, то он начнёт двигаться в сторону минимизации потенциальной энергии, причём по мере опускания шарика относительно нулевого уровня потенциальной энергии, будет происходить её трансформация в кинетическую энергию. В точке 1 потенциальная энергия станет равной нулю, шарик будет обладать только кинетической энергией, которая затем снова начнёт преобразовываться в потенциальную энергию. В точке 3 энергия шарика снова станет только потенциальной. Если пренебречь потерями на сопротивление и трение, то шарик будет бесконечно долго перемещаться внутри потенциальной ямы, совершая гармонические собственные незатухающие колебания.

10. Применительно к массе, скреплённой с горизонтальной пружиной, изменение потенциальной энергии определится уравнением

$$\Pi = \frac{kx^2}{2},$$

величина x в конкретном случае зависит от положения массы, которая будет совершать движение в пределах потенциальной ямы. Потенциальную яму любой формы можно представить в виде функции смещения, аппроксимируя её степенным рядом

$$\Pi(x) = ax^2 + bx^3 + cx \ + \ldots,$$

при малых отклонениях $x^2 >> x^3 >> x^4$, с учётом этого $\Pi(x) \cong ax^2$.

В рассматриваемом случае, при растяжении и сжатии пружины, её потенциальная энергия будет равна

$$\Pi(x)=\frac{kx^2}{2}, \text{ или } ax^2=\frac{kx^2}{2}, \quad \Rightarrow a=\frac{k}{2}.$$

11. Проекция действующей силы для консервативных механических систем связана с потенциальной энергией известным соотношением

$$F_x=-\frac{\partial\Pi(x)}{\partial x}=-2ax=-kx;$$

Уравнение (1.16) совпадает с ранее введённым значением возвращающей силы. Перепишем (1.16) следующим образом

$F_x=-kx, \quad m\ddot{x}+kx=0, \quad m\ddot{x}+\omega^2 mx=0,$

или окончательно

$$\ddot{x}+\omega^2 x=0,$$

что аналогично с уравнению, полученному путём анализа сил.

12. Рассмотрим далее энергетические особенности гармонических незатухающих собственных колебаний. Отметим, что упругая сила относится к консервативным силам, работа которых не зависит от вида траектории, а определяется только положением начальной и конечной точки, т.е. для массы, соединённой с горизонтальной пружиной можно записать

$$\oint_L \vec{F}_{\text{упр}} d\vec{\ell}=0.$$

13. Полная энергия колеблющейся массы должна оставаться постоянной, т.е. справедлив закон сохранения энергии. В процессе колебаний происходит преобразование потенциальной энергии в кинетическую энергию. На дне потенциальной ямы масса обладает только кинетической энергией, которая имеет максимальной значение. В крайних положениях массы энергия имеет потенциальный характер

$$E_{2,3}=\Pi_{max}=\frac{kx_0^2}{2}, \quad E_1=K_{max}=\frac{m\dot{x}_0^2}{2}=\frac{mx_0^2\omega^2}{2}.$$

14. Установим закон изменения кинетической и потенциальной энергии в случае гармонического колебания:

$$K(t)=\frac{m\dot{x}^2}{2}=\frac{mx_0^2\omega^2}{2}\sin^2(\omega t+\varphi_0),$$

$$\Pi(t)=\frac{kx^2}{2}=\frac{kx_0^2}{2}\cos^2(\omega t+\varphi_0),$$

Заменяя в уравнении k на $m\omega^2$, и складывая их, получим:

$$E=K+\Pi=\frac{kx_0^2}{2}=\frac{mx_0^2\omega^2}{2}, \quad \langle E\rangle=\frac{E}{2}.$$

Периодичность изменения энергии установим, переписав уравнения в соответствии с тригонометрическими правилами

$$K(t)=K_{max}\sin^2(\omega t+\varphi_0)=K_{max}\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2(\omega t+\varphi_0)\right],$$

$$\Pi(t)=\Pi_{max}\cos^2(\omega t+\varphi_0)=\Pi_{max}\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2(\omega t+\varphi_0)\right],$$

очевидно, что кинетическая и потенциальная энергии изменяются с частотой 2ω, в два раза превышающей частоту колебаний. В моменты амплитудного значения смещения кинетическая энергия обращается в нуль, а полная энергия колебаний равна наибольшему значению потенциальной энергии

$$E = \Pi_{max} = \frac{kA^2}{2}.$$

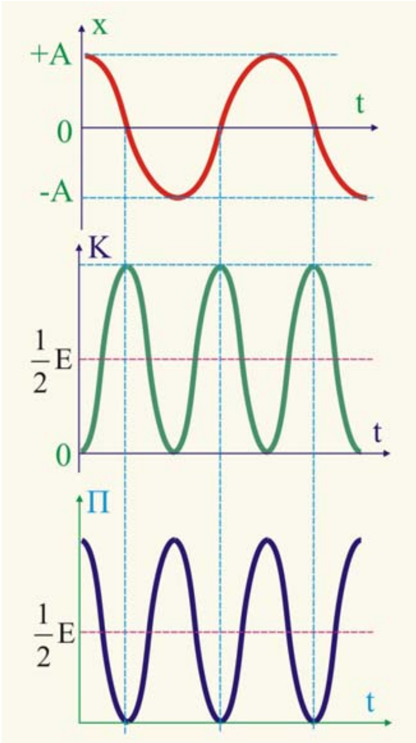
При прохождении системой положения равновесия при x = 0, полная энергия является кинетической

$$E = K_{max} = \frac{mA^2\omega^2}{2}.$$

Разумеется, что в отсутствие сопротивления значение максимальной кинетической энергии совпадает со значением максимальной потенциальной энергии колебательной системы.

Средние значения кинетической энергии $< K >$ и потенциальной $< \Pi >$ равны половине полной энергии

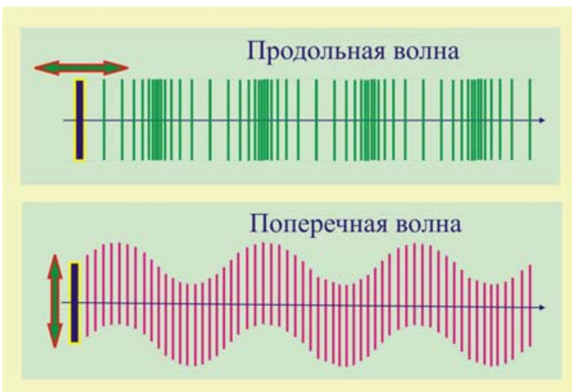
$$< K > = < \Pi > = \frac{E}{2} = \frac{kA^2}{4}.$$



202. На поверхности воды в озере волна распространяется со скоростью 5 м/с. Определите период колебаний бакена, если длина волны 3 м.

Решение

1 Волнами, можно считать процессы распространения в пространстве любых изменений состояния материи в форме вещества или поля, **не связанных с переносом среды**. **Отличие** упругих волн, обусловленных механическими колебаниями, от всех прочих видов движения состоит в том, что при волновом процессе **не происходит переноса вещества из одного мета в другое**, а переносится лишь форма возмущённой среды – гребни и впадины поперечной волны или сгущения и разряжения продольной волны. Всякое колеблющееся тело (камертон, струна, мембрана, диффузор динамика и т.д.), при условии его нахождения в упругой среде, обозначает своё присутствие излучением упругих волн. Периодические деформации среды, возникающие в окрестности колеблющихся тел, распространяются в окрестностях, при этом упругие силы, действующие между отдельными частичками среды, стремятся их вернуть в невозмущённое состояние статического равновесия. Частицы же среды при распространении колебаний колеблются около этого положения. От одних участков среды к другим передаётся только состояние деформации, т.е. форма возмущённой среды.



2. Процесс распространения колебаний за пределы положения источника называется волновым процессом или попросту – волной. В зависимости от характера упругих деформаций волно-

вые процессы принято делить на продольные и поперечные.

Если колебания частиц среды происходят в направлении распространения волны, то эта волна называется продольной. Если же перемещение происходит в направлении перпендикулярном вектору скорости волнового движения, то волна полагается поперечной.

3. Поперечные волны по обыкновению возникают в средах, обладающих сопротивлением сдвигу. Их образование связано с тем, что различные частицы среды начинают колебаться в разное время, поэтому колеблются в разных фазах. Когда одни частицы среды движутся вверх, то другие могут двигаться в это время вниз, среда при этом вынуждена деформироваться, образуя гребни и впадины.

Продольные волны возникают, например, в упругой пружине, один конец которой закреплён, а второй совершает гармонические колебания. Отдельные участки пружины будут колебаться с различными фазами, что приведёт к возникновению вдоль пружины сжатий и растяжений. Типичным примером продольных волн является распространение звуковых и ультразвуковых волн в воздухе или воде, где по мере распространении волнового движения образуются чередующиеся изменения плотности среды.

4. В реальных средах чаще всего возникают комбинированные волны, анализ которых обнаруживает характерные свойства как продольных, так и поперечных волн.

Распространяясь в среде, упругие волны переносят механическую энергию, которая складывается из кинетической энергии движения частиц волны и потенциальной энергии упругой деформации среды. В зависимости от частотного диапазона волны делятся на инфразвуковые, звуковые, ультразвуковые и гиперзвуковые волны (табл. 1).

Таблица 1

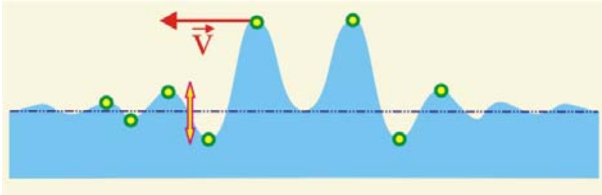
№	Тип волн	Частотный диапазон
1	Инфразвуковые волны	0 – 20 Гц
2	Звуковой диапазон	20 Гц – 20 кГц
3	Ультразвуковой диапазон	20 кГц – 1 мГц
3	Гиперзвуковой диапазон	1 мГц – 10 гГц

5. Область пространства, в которой колеблются все частицы среды, называется **волновым полем**. Поверхность, во всех точках которой частицы колеблются в одинаковой фазе, называется фронтом волны или **волновым фронтом**. В однородной изотропной среде, т.е. в среде с одинаковыми физическими свойствами во всех направлениях и в отсутствии препятствий, упругие волны распространяются с постоянной скоростью.

6. Наличие препятствий существенно усложняет картину распространения, механизм взаимодействия волн с препятствиями зависит от соотношения размеров препятствий и длин волн. При рассмотрении процесса образования поперечных волн на примере длинного шнура имели дело с, так называемыми **бегущими волнами**, возникающими при отсутствии отражения. Если размеры среды ограничены, как в скрипичной или гитарной струне, то бегущие волны распространяясь, будут отражаться от закрепленных концов и на длине струны образуется комбинация волн и распространяющихся взад и вперёд, в этом случае говорят о **стоячих волнах**.

7. Отдельные осцилляторы (колеблющиеся материальные точки) образующие среду, не перемещаются вместе с волнами. Они колеблются по гармоническому закону вблизи положения своего равновесия. В этом легко убедится, если в середину подходящей лужи, в которой на поверхности плавает мусор, бросить камень.

Возникшая круговая волна, распространится до самых до берегов, а вот плавающие предметы практически останутся на месте. Некоторое непродолжительное время они будут по мере достижения их волны подниматься и опускаться относительно спокойного уровня воды.

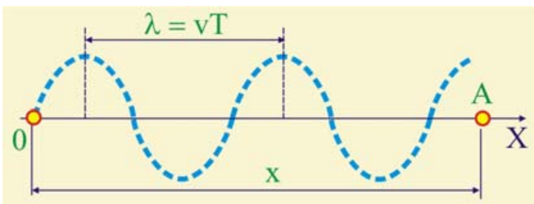


Прежде чем приступить к получению уравнения простейшего волнового движения необходимо сделать некоторые замечания о скоростях, фигурирующих в этом процессе, поскольку смысл и содержание этих величин отличаются от принятых в классической механике. При рассмотрении волнового движения различают три различных по смыслу и содержанию скорости.

- **Колебательная скорость частиц.** Это скорость, которую приобретают частицы среды, будучи увлечёнными колебательным движением при прохождении волны. По сути это скорость колебаний частиц относительно положения равновесия.
- **Волновая или фазовая скорость.** Это скорость, с которой перемещаются в пространстве поверхности одинаковой фазы, т.е. скорость с которой перемещаются горбы или впадины волн.
- **Групповая скорость.** При сложении нескольких волн с разными длинами (частотами) и скоростями перемещения образуются группы волн (цуги, волновые пакеты). В реальности волны довольно редко наблюдаются в виде отдельных монохроматических компонент. В частности, вспышка белого света имеет сплошной спектр частот, поэтому характеризуется групповой скоростью распространения. Естественно со временем, вследствие разности фазовых скоростей для отдельных компонент в среде, пакет расплывается. Если среда отсутствует, такое имеет место быть для электромагнитных волн, то все частоты распространяются с одинаковыми скоростями. Для монохроматических волн значения фазовой групповой скорости совпадают.

8. Задача исследования волнового движения, как правило, сводится к определению амплитуды и фазы колебательного движения в различных точках среды, а так же изменение этих величин во времени. Задача решаема, если известен закон, по которому колеблется тело, являющееся источником волн и по каким законам происходит взаимодействие этого тела с окружающей средой. Правда, в ряде случаев информация об источнике волн является несущественной, потому что в место параметров колеблющегося тела задаётся расположение волнового фронта или волновой поверхности, а требуется определить состояние колебательного процесса в других точках среды.

9. Рассмотрим простейший случай, когда волна распространяется в положительном направлении оси OX, при этом величину, характеризующую колебательные параметры частиц обозначим как *y*. Этой величиной может быть смещение относительно положения равновесия, отклонение давления или плотности среды. Пусть в начальный момент времени при t = 0, y = 0 и начальная фаза φ = 0



$$y = y_0 \sin \omega t,$$

где $\omega = 2\pi/T$ – циклическая частота, T – период колебаний, y_0 – амплитуда колебаний, ωt – аргумент синуса, определяющий значение колеблющейся величины в каждый момент времени, другими ωt – фаза колебаний в точке О.

Точки А волновое движение достигнет за время

$$\tau = \frac{x}{v},$$

фаза колебаний в этой точке определится как

$$\omega\left(t - \frac{x}{v}\right).$$

Совмещая уравнения получим значение колеблющейся величины в точке А для момента времени t

$$y(x,t) = y_0 \sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right),$$

где v – фазовая скорость волны. Если волна распространяется в обратном направлении, то уравнение следует записать следующим образом

$$y(x,t) = y_0 \sin\omega\left(t + \frac{x}{v}\right).$$

Преобразуем последнее уравнение к виду

$$y(x,t) = y_0 \sin\left(\omega t \pm \frac{\omega x}{v}\right).$$

Циклическую частоту ω можно выразить через частоту ν, которая измеряется в герцах, или период T, который измеряется в секундах, т.е.

$$\omega = 2\pi\nu; \quad \omega = 2\pi/T.$$

Поскольку изначально было введено предположение о постоянстве амплитуды и фазовой скорости, т.е. волна предполагалась плоской (поверхности равных фаз представляют собой плоскости). Расстояние, пройденное волной в течение периода, называется **длиной волны**

$$\lambda = vT = v\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) = \frac{v}{\nu}, \quad \Rightarrow \quad v = \nu\lambda + \frac{\lambda}{T}; \quad \Rightarrow \quad T = \frac{\lambda}{v} = 0{,}6c;.$$

С учётом введённых обозначений уравнение движения примет вид

$$y(x,t) = y_0 \sin\left(\omega t \pm \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = y_0 \sin\left(2\pi\nu t \pm \frac{2\pi x}{\lambda}\right).$$

В последнем уравнении присутствует постоянная для данной волны величина $2\pi/\lambda$, которая называется **волновым числом**, это векторная величина, модуль которой равен $2\pi/\lambda$ а направлен вектор волнового числа по направлению распространения волны

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{i},$$

где $\vec{i}$ – единичный вектор, направленный по оси OX и измеряемый в единицах волнового числа, т.е. в $м^{-1}$.

Уравнение плоской бегущей волны, распространяющейся в направлении оси OX, окончательно запишется в виде

$$y(x,t) = y_0 \sin(\omega t - kx).$$

---

203. Расстояние между ближайшими гребнями волн в море 4 м. Лодка качается на волнах, распространяющихся со скоростью 3 м/с. С какой частотой волны ударяют о корпус лодки?

Решение

$$\lambda = 4м; \quad v = \nu\lambda; \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{v}{\lambda} = 0,75\ Гц;$$

---

204. Какие изменения отмечает человек в звуке при увеличении частоты колебаний в звуковой волне?

Решение

1. Наука о звуке называется акустикой, это слово греческого происхождения (akustikos – слуховой). По началу, в период становления, акустика занималась исключительно волнами именно звукового диапазона 20 Гц – 20 кГц. Но, по мере развития, диапазон волн, входящих в круг интересов акустики, расширялся как в сторону низких частот – инфразвуковой диапазон 0 Гц – 20 Гц, так и в сторону высоких частот – ультразвук и гиперзвук до 10^{13} Гц. В области акустики, в той или иной степени, работали многие классики науки ещё в те времена, когда все естественные науки входили в состав натурфилософии. Ещё Пифагор (6 в. до н.э.) обнаружил взаимосвязь между высотой слышимого тона и длиной струны или трубы. Аристотель (4 в. до н.э.) установил, что звучащее тело распространяет в окружающей среде сжатия и разрежения и объяснил причины возникновения эха. Леонардо да Винчи (15 – 16 вв.) исследовал отражение звука, сформулировал принцип независимости распространения волн от различных источников. Г. Галилей впервые указал на то, что звучащие тела колеблются, при этом частота излучаемых волн зависит от размеров тел, а интенсивность звука – от амплитуды колебаний. В разные времена звуковыми волнами занимались И. Ньютон, Р. Гук, Гюйгенс, Т. Юнг, О. Френель, Доплер, Фурье, Рэлей, Джинс, Л.И. Мандельштам, М.А. Исакович. Особенно в этой славной когорте следует отметить Рэлея, Дж. Стретта, который в 1877 – 78 г. обобщил огромный теоретический и экспериментальный материал по акустике в книге «Теория звука».

2. Существование звуковых волн вытекает из законов Ньютона. Удар по торцу тонкого длинного стержня сжимает слой, прилегающий к торцу, и сообщает ему скорость. Возникшие силы упругости ускоряют следующий слой и деформируют его. Упругие силы, возникшие при деформации второго слоя, остановят первый слой, а второй слой приобретет скорость и т. д. Так движение и деформация будут передаваться от слоя к слою, – по стержню побежит упругая бегущая волна, которая будет переносить исходное возмущение вдоль по стержню практически без изменения.

3. Во всех других случаях распространения упругих волн в любых средах: твердых, жидких и газообразных, основные черты картины те же, что и для стержня: частицы среды в волне приобретают скорость, деформируются и в них возникают упругие напряжения, которые и передают волну дальше по телу.

Заметим, что из приведенной картины еще не следует существование упругих волн, пока концепция не подкреплена фактическим обращением к законам Ньютона. Действительно, подобное описание можно было бы повторить и для «теплового удара» – кратковременного прикладывания нагретого тела к торцу стержня. Первоначально нагреется торцевой слой, затем он нагреет смежный слой, а сам при этом охладится, и т. д. Однако, как можно показать, тепловой волны, переносящей нагретое состояние вдоль стержня, не возникает: нагревание расплывается по начальному участку стержня. Передача тепла описывается совсем другими законами, чем передача механического возмущения.

4. При распространении звуковой волны, как уже отмечалось, следует различать два совершенно разных явления: движение частиц среды в волне и перемещение самой упругой волны по среде. Первое явление – это движение частиц как материальных точек; второе явление – переход возмущенного состояния среды с одних частиц на другие. Так, величина смещения и скорость частицы в волне зависят от силы звука, например для слышимых звуков – от их громкости. Эти величины в звуковой волне, как правило, очень малы, а после прохождения волны каждая частица практически остается в своем исходном положении. Волна же удаляется от места возникновения; скорость ее велика (сотни и тысячи метров в секунду) и не зависит от силы звука, а только от параметров среды, в частности, от модуля Юнга и плотности среды

$$c = \sqrt{E/\rho}\ .$$

5. Скорость звука всегда конечна, отсюда следует, что во всех акустических вопросах нужно учитывать как упругость среды, так и ее инерционные свойства; от других же свойств среды ее акустическое поведение, практически, не зависит.

6. Если к телу приложить силу, то в нем всегда должна создаться упругая волна. Однако в обычных задачах теоретической механики упругие волны не учитывают. Изучая движение свободного тела, возникающее под действием прикладываемой к телу силы, считают, что ускорение получает сразу все тело, а не только участок приложения силы, затем соседний участок и т. д. Аналогично, рассматривая действие силы на закрепленное тело, считают, что тело, деформируясь, приходит в равновесие все сразу, во всех своих частях. Такой подход равносилен предположению, что скорость звука в теле бесконечна.

7. В первом примере это соответствует абсолютно жесткому телу (бесконечная упругость), а во втором - безмассовому телу. Механические задачи при таком подходе сильно упрощаются; В частности, оказывается возможным в каждой задаче учитывать либо только массу тела (первый пример), либо только его упругие свойства (второй пример).

8. Акустика принципиально отказывается рассматривать реальные тела как абсолютно жесткие или безмассовые, потому что при этом теряется изучаемое явление: распространение волны, т. е. передача возмущения по телу с конечной скоростью.

Процесс действия силы на тело можно считать медленным, можно пренебрегать возникающей упругой волной и относить задачу к «обычной» механике, если

$$L/c \ll T,$$

где L – размер тела, c – скорость звука, T – характерный промежуток времени. Тогда состояние тела в каждый момент (его ускорение и деформация) зависит только от сил, действующих на него в этот же момент. Если же это неравенство не выполнено, то процесс следует считать быстрым. Движение тела определяется при этом в основном возникшей упругой волной. В частности, ускорение и скорости разных точек свободного тела различны: тело двигается не как одно целое; если же тело закреплено, то его деформированное состояние определится не только величиной сил в данный момент, но и ранее созданными волнами.

9. В качестве примера укажем, что синусоидальную силу частотой 1000 Гц, действующую на стальной стержень длиной 10 см, следует считать медленным воздействием. Скорость звука в стали, превышает 5000 м/сек. Если эта сила действует вдоль стержня на один его конец, то различие в ускорениях между двумя концами меньше 1%; обычно такой малой разницей можно пренебречь. Если второй конец стержня жестко оперт, то таким же малым окажется и различие в сжатиях у опертого конца и конца, на который действует сила: стержень будет сжиматься и растягивать-

ся «квазистатически», почти равномерно по всей длине. Но ту же силу следует считать быстрым воздействием, если она приложена к длинному рельсу: она создаст в нем типичный волновой процесс (стоячую волну); части рельса будут сжаты в то же время, когда другие – растянуты.

Для Земли в целом следует считать быстрыми даже воздействия с периодами в несколько минут при землетрясениях, например, в земной коре возникают упругие волны с периодами, доходящими почти до часа.

10. В некоторых явлениях упругие волны могут оказаться существенными, даже если нас интересует только движение данного тела как целого. Например, в классической задаче о соударении идеально упругих шаров пренебрежение возникающими упругими волнами приводит к ошибке при подсчете скорости шаров после соударения. В самом деле, уравнение сохранения энергии обычно пишут как равенство кинетических энергий системы шаров до, и после соударения. Правильное решение должно учитывать, однако, и энергию возникших при ударе упругих волн. Кинетическая энергия шаров, рассматриваемых как материальные точки, окажется, поэтому после соударения всегда меньше, чем перед соударением.

11. Изучать звуковые волны можно двумя принципиально разными способами. Можно рассматривать волну как движение материальных точек (частиц среды), упруго взаимодействующих между собой. В этом способе объект изучения — отдельные частицы среды и их движение. К частицам можно применить уравнения механики системы материальных точек, учесть силы взаимодействия между ними, их инерцию и найти таким способом движение каждой частицы. Так удается рассмотреть, однако, только простейшие виды волн - бегущие одномерные волны. Для волн же любого вида этот способ весьма неудобен.

12. В самом деле, силы упругости, действующие на какую-либо частицу, вызваны деформациями соседних частиц, а эти деформации связаны с движением еще более удаленных частиц и т. д.; в итоге, чтобы найти движение одной частицы, требуется выяснить и движение всех остальных частиц среды. Но тогда, оказывается, проще с самого начала отказаться от громоздкого рассмотрения поведения каждой частицы в отдельности и вместо этого изучать волну в целом как самостоятельный объект. В этом и заключается второй способ.

13. Выбор в качестве основного объекта изучения не отдельных частиц среды, а всей волны в целом диктуется тем, что для волны удается найти простые законы поведения. Законы распространения, законы отражения и преломления на границах разных сред, законы рассеяния от препятствий, особенности поведения в ограниченных областях среды и т. д. Получить равноценные результаты, изучая движение системы отдельных взаимодействующих частиц, было бы практически невозможно. Конечно, вывод уравнения поведения акустических волн основан на тех же уравнениях механики частиц.

14. Схема построения акустики как механики упругих волн звукового диапазона имеет, таким образом, следующий вид. Общие законы поведения упругих волн мы получим как следствия ньютоновской механики для частиц среды. Но, получив эти законы, мы в каждой конкретной физической ситуации будем искать поведение волны в целом, уже не интересуясь движением отдельных частиц среды. В тех же случаях, когда это понадобится, можно снова перейти к частицам: изучив волну в целом, легко найти движение каждой частицы. Роль механики акустических волн как самостоятельного раздела физики подчеркивается следующим обстоятельством. В смежных науках – оптике и радиофизике, также изучающих волны, но там не идёт речь о частицах среды, да и о самой среде тоже, по крайней мере, для основного явления – распространения электромагнитных волн в вакууме. Но, вместе с тем, элек-

трические и магнитные явления нельзя связать с механическим поведением тел, законы электромагнитных волн оказались весьма близкими к законам механики упругих волн. Волновая картина мира, похоже, универсальна.

15. В отличие от акустики, волновые представления в других науках, имеющих дело с волновыми явлениями, первичны, но свои исходные понятия и математический аппарат эти науки в значительной степени заимствовали из акустики как науки о волнах. Исторически акустика послужила прототипом всех волновых наук.

16. Основные задачи, решаемые в рамках акустики можно сформулировать следующим образом. Превышение давления Δp в волне над давлением в невозмущенной среде p (например, в воздухе – превышение над атмосферным давлением p_A) будем называть акустическим давлением или звуковым давлением. Подчеркнем, что эта величина нас интересует сама по себе, а не как приращение невозмущенного давления.

17. Основные величины, характеризующие акустическое состояние жидкости помимо давления, это скорость частиц жидкости (v), а также плотность (ρ) и температура (T) жидкости. При движении жидкости, в том числе и в любой звуковой волне, все эти величины изменяются от точки к точке и с течением времени. Изменения этих величин зависят друг от друга. Так, давление зависит от плотности и температуры, изменение скорости частиц с течением времени зависит от пространственного изменения давления и т. п.

18. Если все эти изменения зависят от времени и координат достаточно гладко, то связь между величинами, характеризующими волну, оказывается чрезвычайно сильной: в этом случае задание пространственно-временной, зависимости только одной из величин (например, давления) однозначно определяет пространственно-временные зависимости всех остальных величин.

19. Математически зависимости между величинами, характеризующими упругую волну, можно выразить дифференциальными уравнениями в частных производных с независимыми переменными – временем и координатами. В гидродинамике идеальной жидкости полная система состоит из уравнения движения, уравнения непрерывности и уравнения состояния среды. Основные типы задач, встречающиеся в различных акустических ситуациях и приводящие к однозначному решению, следующие.

- **Задачи о свободных волнах**. Нахождение звуковых волн, которые могут распространяться в неограниченной среде в отсутствие внешних воздействий; нахождение типов волн, сохраняющих свою форму при распространении.
- **Задачи с начальными условиями**. В них задается распределение давления и скоростей частиц во всей среде для некоторого момента времени (начальный момент) и требуется найти волну в дальнейшие моменты времени.
- **Краевые задачи**. В этих задачах изучают волны в ограниченном объёме среды, свойства границ которого считают заданными. Например, это могут быть абсолютно «жесткие», абсолютно «мягкие» и другие типы стенок. Оказывается, что в отсутствие внешних воздействий в таком объеме среды возможен только дискретный набор гармонических колебаний среды; задача сводится к нахождению этого набора.
- **Задачи о сторонних воздействиях – источниках звука**. В этих задачах рассматривают звуковые волны, создаваемые инородными телами, помещенными в неограниченную среду и совершающими колебания, или силами, приложенными к среде, и т. п. Звуковое поле в этом случае – волны, расходящиеся от колеблющихся тел и уходящие в бесконечность.

- **Задачи о рассеянии от препятствий**. В этих задачах задано звуковое поле и требуется найти, как оно изменится, если поместить в среду те или иные препятствия. Это – задачи об отражении и прохождении звука, а также дифракционные задачи.

20. Большинство других задач акустики сводится к тем или иным комбинациям перечисленных типов. Общим для этих объективных и субъективных (физических и физиологических) точек зрения является энергетический подход. Звук, как и всякие другие типы упругих волн, представляет собой поток энергии, в связи с чем, с позиции физических представлений, он может изменять состояние среды, через которую распространяется. С физиологической точки зрения звук вызывает в живых организмах определённые ощущения, возникающие вследствие воздействия через слуховой аппарат на мозг, по крайней мере, у человека и ряда млекопитающих. Наличие у живых организмов акустического канала информации, позволяет дополнять информационные оптические потоки. Достаточно вспомнить, что речь человека и средства общения многих животных основана на излучении и приёме упругих волн акустического диапазона, т.е. – звука. Анализ звука с физиологической точки зрения более сложен, чем весь комплекс физических процессов, сопровождающих излучение и приём звука.

---

205. **Источник колебаний с периодом 5 мс вызывает в воде звуковую волну с длиной волны 7,175 м. Определите скорость звука в воде.**

Решение

$$\lambda = vT = v\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) = \frac{v}{\nu}, \quad \Rightarrow \quad v = \nu\lambda = \frac{\lambda}{T} = \frac{7{,}175}{5\cdot 10^{-3}} = 1435\,\frac{\text{м}}{\text{с}};$$

---

206. **Звуковая волна частотой 1 кГц распространяется в стальном стержне со скоростью 5 км/с. Определите длину этой волны.**

Решение

$$v = \lambda\nu; \quad \lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{5\cdot 10^{3}}{1\cdot 10^{3}} = 5\text{м};$$

---

207. **Скорость звука в воздухе 340 м/с. Длина звуковой волны в воздухе для самого низкого мужского голоса достигает 4,3 м. Определите частоту колебаний этого голоса.**

Решение

$$v = \lambda\nu; \quad \nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{4{,}3} = 79\ \text{Гц};$$

---

208. **Колебания напряжения на конденсаторе в цепи переменного тока описываются уравнением: $u = 50\cos(100\pi t)$, где все величины выражены в единицах СИ. Чему равна циклическая частота колебаний напряжения?**

Решение

$$u(t) = u_m \cos\omega t; \quad \Rightarrow \quad \omega = 100\pi\,\frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

---

209. **Чему равен период колебаний в колебательном контуре, состоящем из конденсатора емкостью 4 мкФ и катушки индуктивности 1 Гн? Ответ выразите в миллисекундах, округлив его до целых.**

Решение

$$T = 2\pi\sqrt{LC} = 6{,}28\sqrt{1\cdot 4\cdot 40^{-6}} \approx 12{,}56\text{мс};$$

---

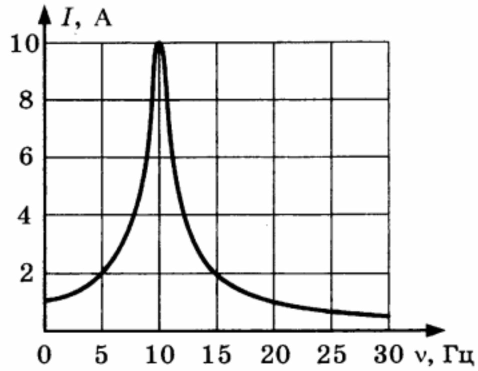
210. **Колебательный контур состоит из конденсатора электроемкостью *C* и катушки индуктивности *L*. Как изменится период электромагнитных колебаний в этом контуре, если электроемкость конденсатора увеличить в 4 раза?**

Решение

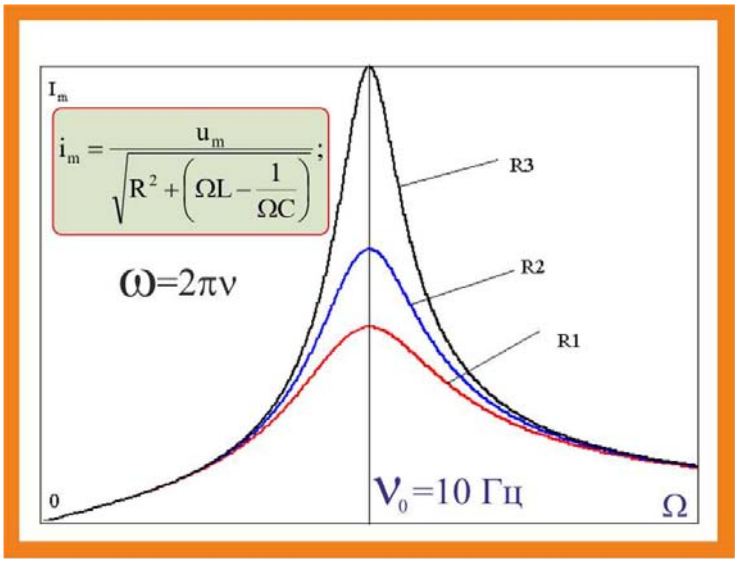
$$\left.\begin{array}{l} T_1 = 2\pi\sqrt{LC}; \\ T_2 = 2\pi\sqrt{L4C}; \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = 2;$$

---

211. **На рисунке представлен график зависимости амплитуды силы тока вынужденных колебаний от частоты ν вынуждающей ЭДС. При какой частоте происходит резонанс?**



Решение



---

212. Амплитуда колебаний напряжения на участке цепи переменного тока равна 50 В. Чему равно действующее значение напряжения на этом участке цепи?

Решение

$$u = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2 dt} = \frac{u_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707u_m = 35{,}4B;$$

---

213. Действующее значение силы тока в цепи переменного тока равно 5 А. Чему равна амплитуда колебаний силы тока в цепи?

Решение

$$i = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} = \frac{i_m}{\sqrt{2}}; \quad \Rightarrow \quad i_m = i\sqrt{2} = 7{,}05A;$$

---

214. Сила тока через резистор меняется по закону $i = 36\sin(128t)$. Определите действующее значение силы тока в цепи.

Решение

$$i_m = 36A; \quad i = \frac{i_m}{\sqrt{2}} \approx 25{,}5A;$$

---

215. Емкость конденсатора, включенного в цепь переменного тока, равна 2 мкФ. Уравнение колебаний напряжения на конденсаторе имеет вид: $u = 75\cos\left(2\cdot 10^3 t\right)$, где все величины выражены в СИ. Определите амплитуду силы тока.

Решение

$$X_C = \frac{1}{\omega C}; \quad i_m = \frac{u_m}{X_C} = u_m\omega C = 75\cdot 2\cdot 10^3\cdot 2\cdot 10^{-6} = 0{,}3A;$$

---

216. Чему равна длина электромагнитной волны, распространяющейся в воздухе, если период колебаний 0,01 мкс? Скорость распространения электромагнитных волн $c = 3\cdot 10^8$ м/с .

Решение

$$c = \frac{\lambda}{T}; \quad \lambda = cT = 3\cdot 10^8\cdot 1\cdot 10^{-8} = 3м;$$

---

217. На какую длину волны нужно настроить радиоприёмник, чтобы слушать радиостанцию «Наше радио», которая вещает на частоте 101,7 МГц? Скорость распространения электромагнитных волн $c = 3\cdot 10^8$ м/с .

Решение

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3\cdot 10^8}{1{,}01\cdot 10^8} \approx 2{,}97м;$$

---

218. Длина электромагнитной волны в воздухе равна 0,6 мкм. Чему равна частота колебаний вектора напряженности электрического поля в этой волне? Скорость распространения электромагнитных волн $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

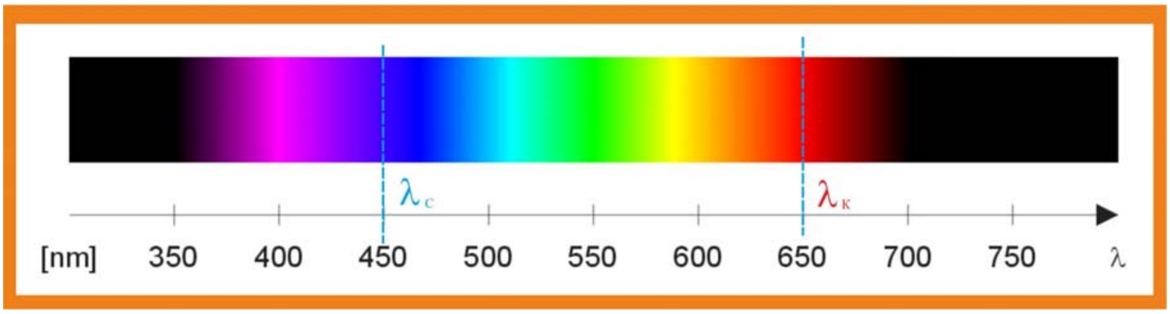
Решение

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-7}} = 5 \cdot 10^{14}\,\text{Гц};$$

---

219. У какого света больше длина волны — у красного или синего?

Решение



---

220. Земля удалена от Солнца на расстояние 150 млн км. Сколько времени идет свет от Солнца к Земле? Скорость распространения электромагнитных волн $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Решение

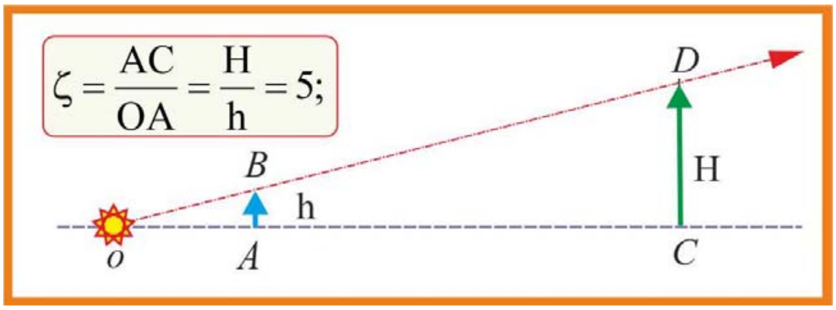
$$\tau = \frac{S}{c} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^8} = 500\text{с};$$

---

6. Оптика

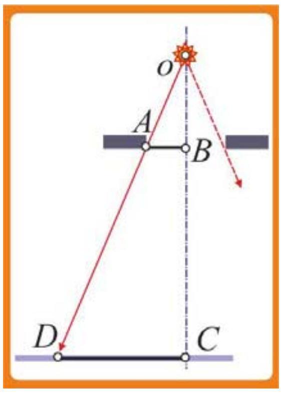
221. Предмет, освещенный маленькой лампочкой, отбрасывает тень на стену. Высота предмета 0,03 м, высота его тени 0,15 м. Во сколько раз расстояние от лампочки до предмета меньше, чем от лампочки до стены?

Решение



---

222. Маленькая лампочка освещает экран через непрозрачную перегородку с круглым отверстием радиуса 0,2 м. Расстояние от лампочки до экрана в 5 раз больше расстояния от лампочки до перегородки. Каков радиус освещенного пятна на экране?



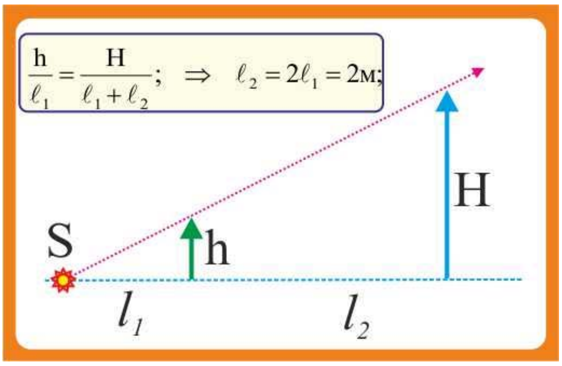
Решение

$$\frac{AB}{DC} = \frac{1}{5}; \quad \Rightarrow \quad DC = R = 0{,}2 \cdot 5 = 1\text{м};$$

---

223. Тень на экране от предмета, освещенного точечным источником света, имеет размеры в 3 раза больше, чем сам предмет. Расстояние от источника света до предмета равно 1 м. Определите расстояние от предмета до экрана.

Решение



---

224. Луч света падает на плоское зеркало. Угол отражения равен 30°. Определите угол между падающим и отраженным лучами.

Решение

$$\alpha = \beta = 30^\circ; \quad \Rightarrow \quad \alpha + \beta = 60^\circ;$$

---

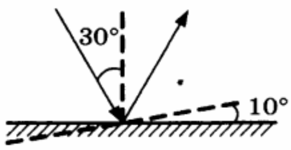
225. Луч света падает на плоское зеркало. Угол падения уменьшили на 5°. Что произойдет с углом между отраженным лучом и зеркалом?

Решение

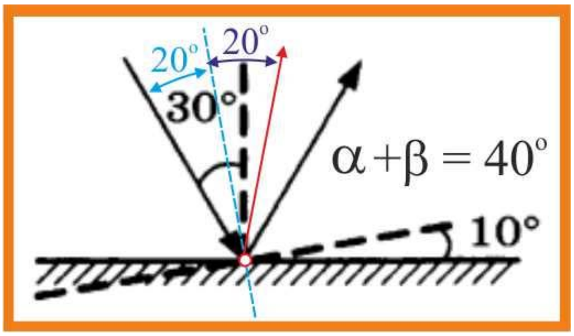
$$\alpha = \beta; \quad \alpha - \Delta\alpha = \beta - \Delta\beta; \quad \Rightarrow \quad \Delta\beta = \Delta\alpha = 5^\circ;$$

---

226. Угол падения света на горизонтально расположенное плоское зеркало равен 30°. Каким будет угол между падающим и отраженным лучами, если повернуть зеркало на 10° так, как показано на рисунке?



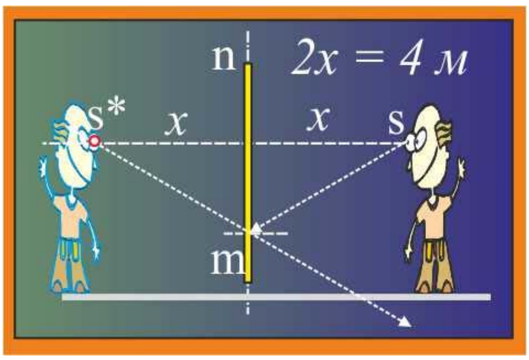
Решение



---

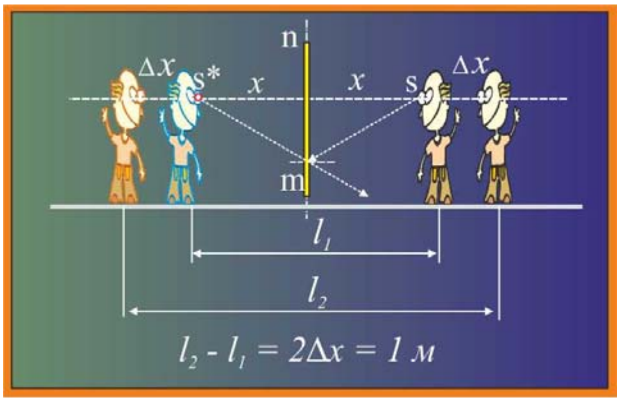
227. Человек, находится на расстоянии 2 м от плоского зеркала. На каком расстоянии от человека находится его изображение?

Решение



228. Человек, находившийся на расстоянии 3 м от плоского зеркала, удалился от него на 50 см. На сколько увеличилось расстояние между человеком и его изображением?

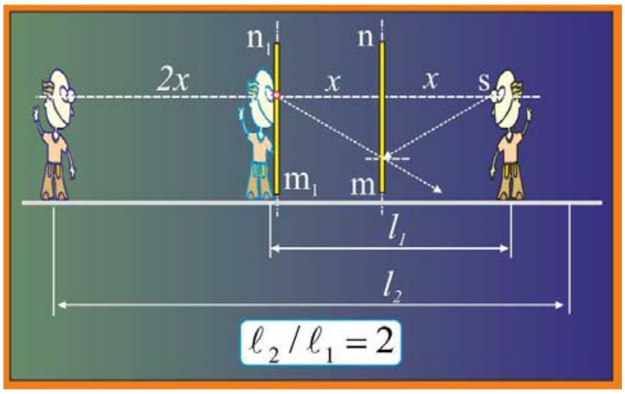
Решение



---

229. Во сколько раз увеличится расстояние между предметом и его изображением в плоском зеркале, если зеркало переместить в то место, где было изображение предмета? Предмет остался неподвижен.

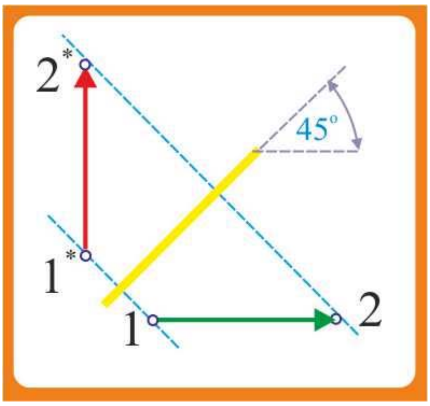
Решение



---

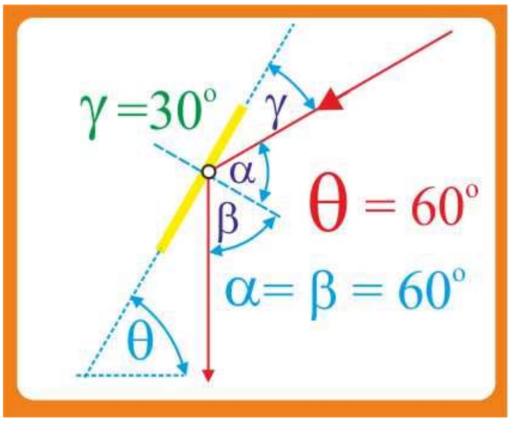
230. На горизонтальном столе лежит книга. Под каким углом к поверхности стола должно быть расположено зеркало, чтобы изображение книги в плоском зеркале находилось в вертикальной плоскости?

Решение



231. Под каким углом к горизонту следует расположить плоское зеркало, чтобы осветить дно вертикального колодца отраженными от зеркала лучами, падающими под углом 30° к горизонту?

Решение

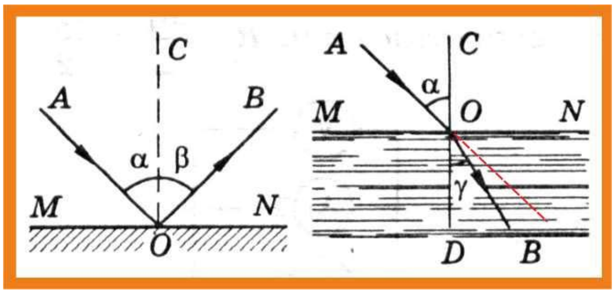


---

232. Луч света выходит из алмаза в воздух. Сравните угол падения и угол преломления. Абсолютный показатель преломления алмаза 2,42, а воздуха 1.

Решение

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n; \quad \Rightarrow \quad \sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{n}; \quad n > 1; \quad \Rightarrow \quad \gamma < \alpha;$$



---

233. Во сколько раз уменьшается скорость света при переходе луча из воздуха в алмаз? Абсолютный показатель преломления воды 1, а алмаза 2,42.

Решение

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n = \frac{v_1}{v_2}; \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{v_1}{n} \approx \frac{3\cdot 10^8}{2{,}42} \approx 1{,}24\cdot 10^8\,\frac{м}{с};$$

---

234. Во сколько раз увеличивается длина волны при переходе луча из воды в воздух? Абсолютный показатель преломления воды 1,33, а воздуха 1.

Решение

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}; \quad \Rightarrow \quad \lambda_2 = n\lambda_1 = 1{,}33\lambda_1;$$

---

235. При переходе луча света из одной среды в другую угол падения равен 30°, а угол преломления 60°. Определите относительный показатель преломления первой среды относительно второй.

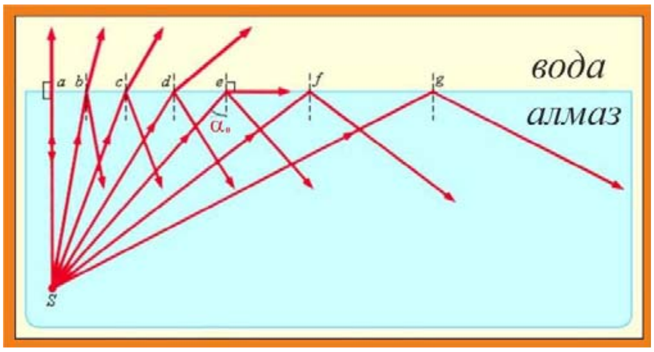
Решение

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{1}{n}; \quad n = \frac{\sin 60^{o}}{\sin 30^{0}} \approx 1{,}73;$$

---

236. Абсолютный показатель преломления для воды 1,33, а для алмаза — 2,42. В каком направлении свет должен пересекать границу этих двух прозрачных сред, чтобы стало возможным явление полного отражения?

Решение



---

237. Показатели преломления относительно воздуха для воды, стекла и алмаза соответственно равны 1,33; 1,5; 2,42. В каком из этих веществ предельный угол полного отражения при выходе в воздух имеет максимальное значение?

Решение

$$\sin\alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}; \quad n_2 = 1; \quad \alpha_0 = \arcsin\frac{1}{n}; \quad \Rightarrow \quad \alpha_{0(\max)} = \arcsin\frac{1}{1{,}33} \approx 48{,}8^{o};$$

---

238. Синус предельного угла полного внутреннего отражения на границе стекло–воздух равен 8/13. Определите, чему равен абсолютный показатель преломления стекла.

Решение

$$\sin\alpha_0 = \frac{1}{n}; \quad n = \frac{1}{\sin\alpha_0} = \frac{13}{8} = 1{,}625;$$

---

239. Определите предельный угол полного внутреннего отражения на границе жидкого азота и алмаза, если показатель преломления алмаза 2,42, а азота 1,21.

Решение

$$\sin\alpha_0 = \frac{n_1}{n_2}; \quad \Rightarrow \quad \alpha_0 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsin 0{,}5 = 30^\circ;$$

---

240. **В некотором прозрачном веществе свет распространяется со скоростью, вдвое меньшей скорости света в вакууме. Чему будет равен предельный угол полного отражения для поверхности раздела этого вещества с вакуумом?**

Решение

$$\sin\alpha_0 = \frac{n_1}{n_2} = \frac{v}{c}; \quad \Rightarrow \quad \alpha_0 = \arcsin\left(\frac{v}{c}\right) = \arcsin 0{,}5 = 30^\circ;$$

---

241. **Луч света выходит из скипидара в воздух. Предельный угол полного внутреннего отражения для этого луча 42°. Чему равна скорость распространения света в скипидаре?**

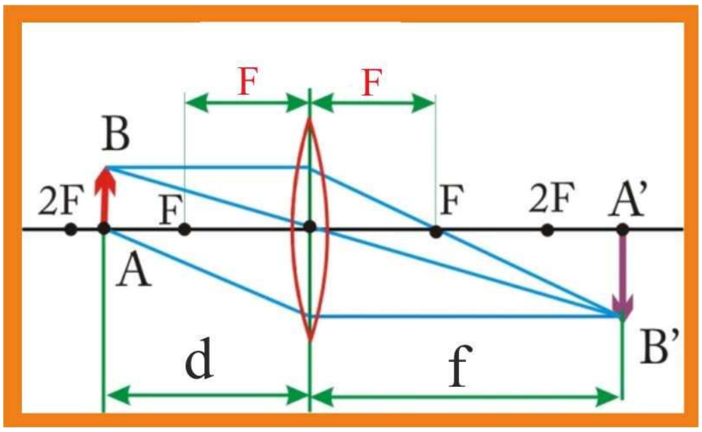
Решение

$$\sin 42^\circ \approx 0{,}6691; \quad n = \frac{1}{\sin\alpha_0} \approx 1{,}5; \quad v = \frac{c}{n} = 2\cdot 10^8\ \frac{м}{с};$$

---

242. **Двояковогнутую стеклянную линзу поместили в жидкость, абсолютный показатель преломления которой равен показателю преломления стекла. На линзу направили пучок света параллельный главной оптической оси. Какие изменения произойдут с пучком света после прохождения линзы?**

Решение



1. Изменение направления распространения света в линзе, как и в призме, происходит вследствие преломления лучей, которое становится возможным благодаря разности показателей преломления стекла и среды. В обсуждаемом случае преломления не будет, и световой пучок не будет менять своё направление.

---

243. **Двояковыпуклую стеклянную линзу поместили в жидкость, абсолютный показатель преломления которой меньше, чем у стекла. Какой будет линза в этой жидкости — собирающей или рассеивающей?**

Решение

1. Линза будет собирающей, всё будет происходить как и воздухе, фокусное расстояние линзы будет зависеть от соотношений показателей преломления жидкости и стекла.

---

244. Определите оптическую силу рассеивающей линзы, фокусное расстояние которой 50 см.

Решение

$$F = -\frac{1}{D}; \quad \Rightarrow \quad D = -\frac{1}{F} = -\frac{1}{0{,}5} = -2\text{дптр};$$

---

245. Человек носит очки, оптическая сила которых (−2) дптр. Определите фокусное расстояние линз.

Решение

$$F = -\frac{1}{D}; \quad \Rightarrow \quad F = -0{,}5\text{м};$$

---

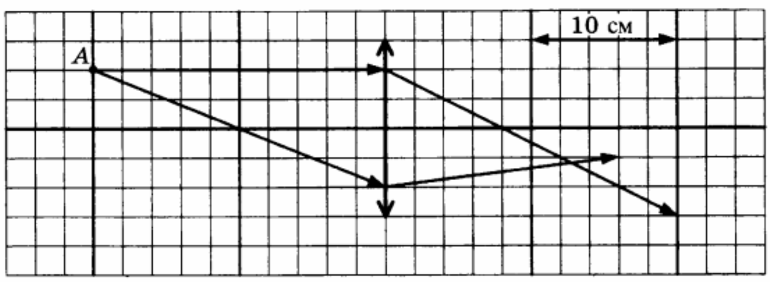
246. При проведении эксперимента ученик использовал две линзы. Фокусное расстояние первой линзы 50 см, фокусное расстояние второй линзы 100 см. Во сколько раз отличаются оптические силы этих линз?

Решение

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{1}{0{,}5} = 2;$$

---

247. На рисунке показан ход лучей от точечного источника света A через тонкую линзу.



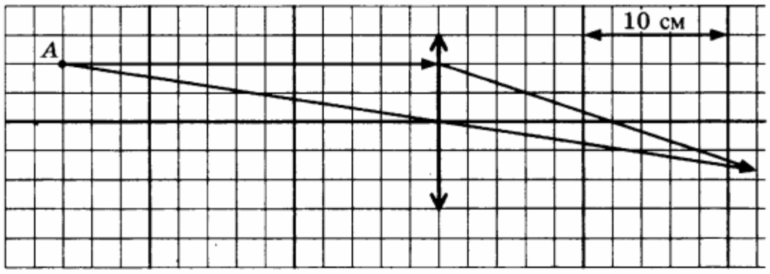
Определите оптическую силу линзы.

Решение

$$F = 0{,}08\text{м}; \quad D = \frac{1}{F} = 12{,}5\text{дптр};$$

---

248. На рисунке показан ход лучей от точечного источника света A через тонкую линзу. Какова оптическая сила линзы?



Решение

$$F = 0{,}12\text{м}; \quad D = \frac{1}{F} = 8{,}3\text{дптр};$$

---

249. Предмет находится на расстоянии 10 см от линзы, а экран, на котором получено четкое изображение предмета, удален от линзы на расстояние 40 см. Определите фокусное расстояние линзы.

Решение

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}; \quad \Rightarrow \quad F = \frac{gf}{d+f} = \frac{400}{50} = 8\text{см};$$

---

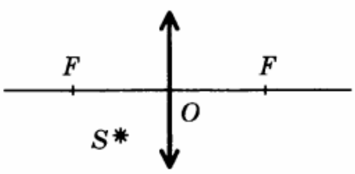
250. Расстояние между предметом и экраном равно 80 см. На каком расстоянии от предмета нужно расположить линзу с фокусным расстоянием 20 см, чтобы получить четкое изображение на экране?

Решение

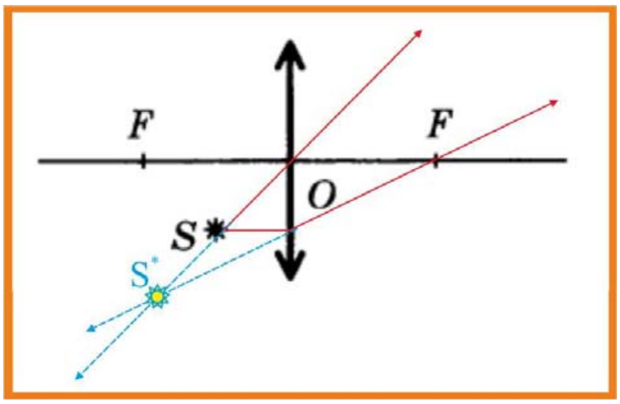
$$F = \frac{gf}{d+f}; \quad \Rightarrow \quad F = \frac{df}{\ell}; \quad \left.\begin{aligned} df &= F\ell; \\ d + f &= \ell; \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad d = 40\text{см};$$

---

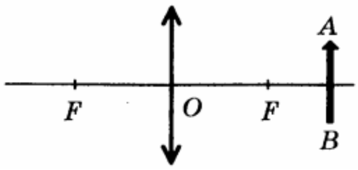
251. Постройте изображение светящейся точки, находящейся перед фокусом собирающей линзы.



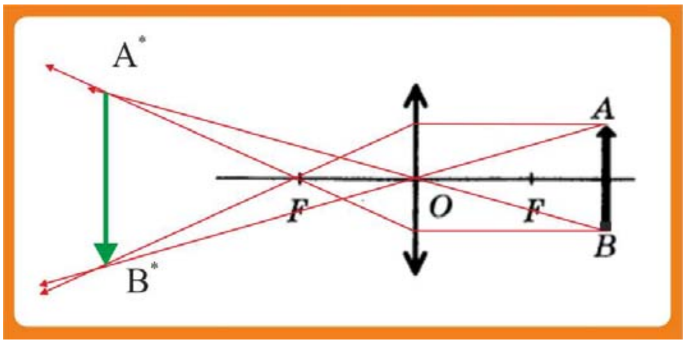
Решение



252. Постройте изображение предмета, полученное с помощью собирающей линзы. Предмет находится за фокусом. Каким получилось изображение?



Решение

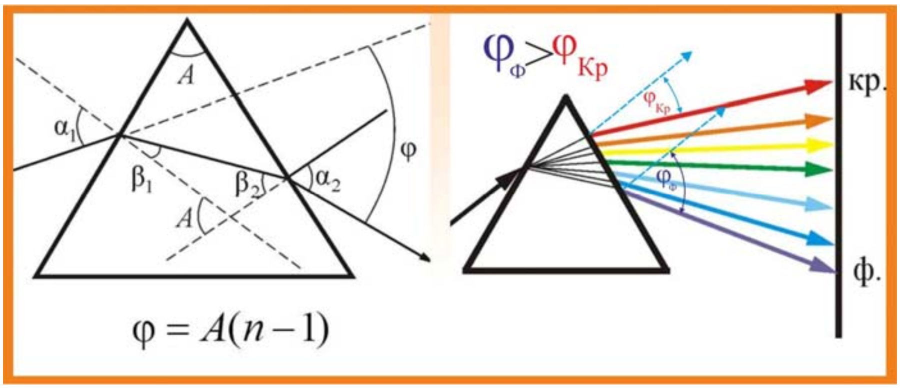


---

253. Лучи, какого цвета больше всего преломляются треугольной стеклянной призмой?

254. Лучи, какого цвета меньше всего преломляются треугольной стеклянной призмой?

Решение



---

255. Лучи, какого цвета распространяются в стекле с максимальной скоростью?

256. Лучи, какого цвета распространяются в стекле с минимальной скоростью?

Решение

$$v = \frac{c}{n}; \quad n_{Кр} \approx 1{,}51; \quad n_{Ф} \approx 1{,}53; \quad \Rightarrow \quad v_{Кр} > v_{Ф};$$

---

257. Забор покрасили зеленой краской. Лучи, какого цвета теперь отражает забор?

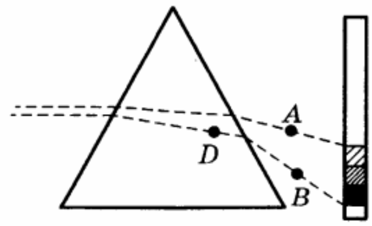
258. Раму покрасили в белый цвет. Лучи, какого цвета теперь отражает рама?

Решение

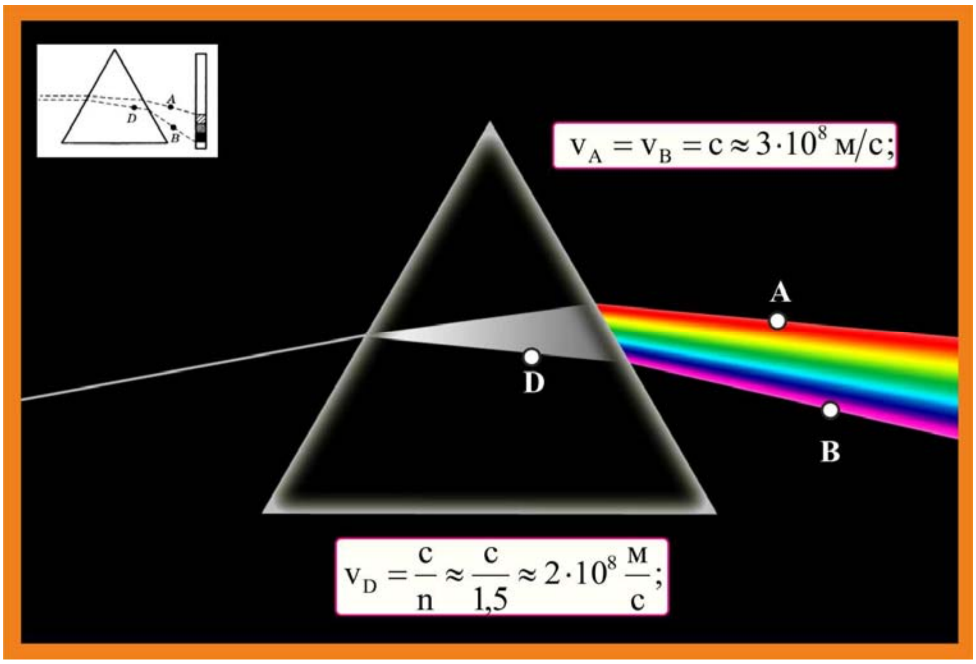
1. При падении на забор солнечного "белого" света забор будет восприниматься зелёного цвета, потому что кроме зеленых лучей слой краски остальные поглощает.
2. Слой краски отражает все видимые лучи спектра.

---

259. На стеклянную призму, направляют пучок солнечного света и на экране наблюдают спектр (см. рис.). Обозначим: v_D, v_A, v_B — скорости света в точках D, A и B соответственно. Сравните скорости в этих точках.



Решение



---

7. Специальная теория относительности

260. Найдите энергию покоя пылинки массой 1 мг.

Решение

$$E_0 = mc^2 = 10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 9 \cdot 10^{10}\,\text{Дж};$$

---

261. Скорость частицы равна 0,6 *c*. Найдите её кинетическую энергию.

Решение

$$K = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{0{,}6c}{c}\right)^2}} - mc^2 = 0{,}25mc^2;$$

---

262. Во сколько раз уменьшается продольный размер тела при движении со скоростью 0,6 *c*?

Решение

$$\ell = \ell_0\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}; \quad \ell = \ell_0\sqrt{1-0{,}36} = 0{,}8\ell_0; \quad \Rightarrow \quad \frac{\ell_0}{\ell} = 1{,}25;$$

---

263. Какую скорость должно иметь движущееся тело, чтобы его продольные размеры уменьшились в 2 раза?

Решение

$$\ell = \ell_0\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}; \quad \frac{1}{4} = 1-\frac{v^2}{c^2}; \quad \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4}; \quad v = c\sqrt{\frac{3}{4}} \approx 2{,}6\cdot 10^8\,\frac{\text{м}}{\text{с}};$$

---

264. Мимо неподвижного наблюдателя движется стержень со скоростью 0,6 *c*. Наблюдатель регистрирует длину стержня 2 м. Какова длина стержня в системе координат, относительно которой стержень покоится?

Решение

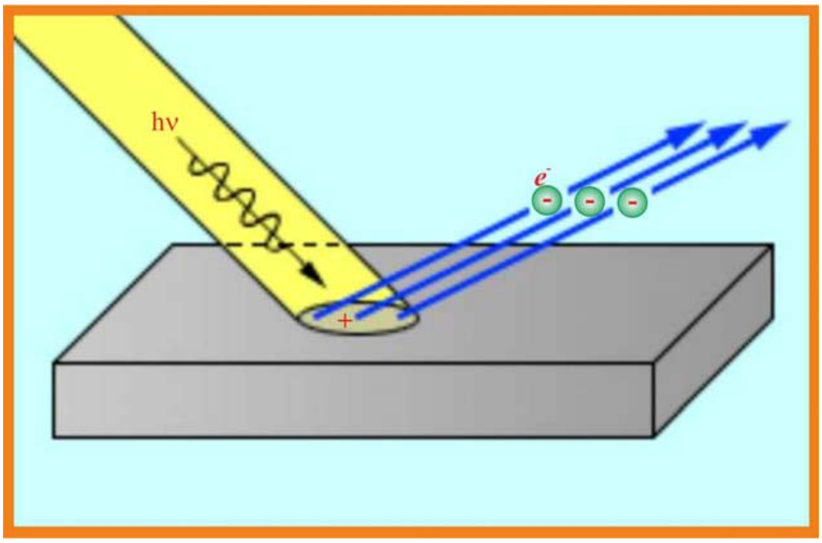
$$\ell_0 = \frac{\ell}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{1-0{,}36}} = 2{,}5\text{м};$$

---

8. Квантовая физика

265. Незаряженный, изолированный от других тел металлический шар освещается ультрафиолетовым светом. Заряд какого знака будет иметь этот шар в результате фотоэффекта?

Решение



---

266. Как изменяется максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов при увеличении частоты падающего света?

Решение

$$h\nu = K_{max} + A; \quad \Rightarrow \quad K_{max} = h\nu - A; \quad \nu \uparrow; K_{max} \uparrow;$$

---

267. Металлическую пластину освещали монохроматическим светом одинаковой интенсивности: сначала красным, потом зеленым и затем синим. В каком случае максимальная кинетическая энергия вылетающих фотоэлектронов была наибольшей?

Решение

$$K_{max} = h\nu - A; \quad \nu_{Кр} \approx (3{,}95 \div 483)10^{15}\,Гц; \quad \nu_{Зел} \approx (5{,}36 \div 6{,}0)10^{15}\,Гц;$$

$$\nu_{Син} \approx (6{,}25 \div 6{,}56)10^{15}\,Гц; \quad \nu_{Син} > \nu_{Зел} > \nu_{Кр}; \quad K_{max} \Leftrightarrow \nu_{Син};$$

---

268. Работа выхода для материала пластины равна 4 эВ. Пластина освещается монохроматическим светом. Какова энергия фотонов падающего света, если максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов равна 2,5 эВ?

Решение

$$\varepsilon_f = K_{max} + A = 6{,}5 эВ \approx 1\cdot 10^{-18} Дж;$$

---

269. На пластину из никеля попадает электромагнитное излучение, энергия фотонов которого равна 8 эВ. При этом в результате фотоэффекта из пластины вылетают электроны с максимальной энергией 3 эВ. Какова работа выхода электронов из никеля?

Решение

$$\varepsilon_f = K_{max} + A; \quad \Rightarrow \quad A = \varepsilon_f - A = 5 эВ \approx 8\cdot 10^{-19} Дж;$$

---

270. Металлическую пластину освещают светом с энергией фотонов 6,2 эВ. Работа выхода для металла пластины равна 2,5 эВ. Какова максимальная кинетическая энергия образовавшихся фотоэлектронов?

Решение

$$\varepsilon_f = K_{max} + A; \quad \Rightarrow \quad K_{max} = \varepsilon_f - A = 3{,}7 эВ \approx 6\cdot 10^{-19} Дж;$$

---

271. Найдите длину волны света, которым освещается поверхность металла, если фотоэлектроны имеют кинетическую энергию $4{,}5\cdot 10^{-20}$ Дж, а работа выхода электрона из металла $7{,}5\cdot 10^{-19}$ Дж.

Решение

$$\frac{hc}{\lambda} = K_{max} + A; \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{hc}{K_{max} + A} \approx \frac{2\cdot 10^{-25}}{7{,}95\cdot 10^{-19}} \approx 2{,}5\cdot 10^{-7} м;$$

---

272. Определите красную границу $(\lambda_{кр})$ фотоэффекта для металла, если при облучении его светом с длиной волны 450 нм максимальная кинетическая энергия электронов равна $3{,}5\cdot 10^{-19}$ Дж.

Решение

$$\frac{hc}{\lambda} = K_{max} + \frac{hc}{\lambda_0}; \quad \frac{hc}{\lambda} - K_{max} = \frac{hc}{\lambda_0}; \quad \lambda_0 = \frac{hc}{\frac{hc}{\lambda} - K_{max}} \approx \frac{2\cdot 10^{-25}}{9{,}4\cdot 10^{-20}} \approx 2{,}1\cdot 10^{-6} м;$$

---

273. Какой заряд имеет свет с частотой $4\cdot 10^{15}$ Гц?

Решение

1. Свет является электромагнитной волной, а поэтому зарядом не обладает.

---

274. Какой энергией обладает свет с частотой $5{,}1\cdot 10^{14}$ Гц?

Решение

$$\varepsilon_f = h\nu = 6{,}61\cdot 10^{-34}\cdot 5{,}1\cdot 10^{14} = 3{,}37\cdot 10^{-19} Дж;$$

---

275. Какова энергия фотона, соответствующая длине световой волны $\lambda = 6$ мкм?

Решение

$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda} \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{6 \cdot 10^{-6}} \approx 3{,}3 \cdot 10^{-20}\,\text{Дж};$$

---

276. Определите импульс фотона, обладающего энергией $4{,}2 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Решение

$$p_f = \frac{\varepsilon_f}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{4{,}2 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^{8}} \approx 1{,}4 \cdot 10^{-27}\,\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

---

277. Определите длину волны излучения, если импульс фотона 10^{-27} кг · м/с.

Решение

$$p_f = \frac{h}{\lambda}; \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{p_f} \approx \frac{6{,}61 \cdot 10^{-34}}{10^{-27}} = 6{,}61 \cdot 10^{-7}\,\text{м};$$

---

278. Два источника света излучают волны, длины которых $\lambda_1 = 3{,}75 \cdot 10^{-7}$ м и $\lambda_2 = 7{,}5 \cdot 10^{-7}$ м. Чему равно отношение импульсов p_1/p_2 фотонов, излучаемых первым и вторым источниками?

Решение

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \approx 2;$$

---

279. Какова энергия фотона, излучаемого при переходе атома из возбужденного состояния с энергией E_1 в основное с энергией E_0?

Решение

$$\varepsilon_f = h\nu = E_1 - E_0;$$

---

280. Какова энергия фотона, поглощаемого при переходе атома из основного состояния с энергией E_0 в возбужденное с энергией E_1?

Решение

$$\varepsilon_f = h\nu = E_1 - E_0;$$

---

281. Как изменился заряд атома при испускании фотона энергией 6 эВ?

Решение

1. Испускание или поглощение фотонов (электромагнитные импульсы) не связано с изменением или перераспределением электронных оболочек атомов, поэтому из заряд не изменяется.

---

282. Найдите изменение энергии атома водорода при испускании им волн с частотой $4{,}57 \cdot 10^{14}$ Гц.

Решение

$$\Delta E = h\nu \approx 3 \cdot 10^{-19}\,\text{Дж};$$

---

283. На сколько уменьшилась энергия атома при излучении им фотона длиной волны $6{,}6 \cdot 10^{-7}$ м?

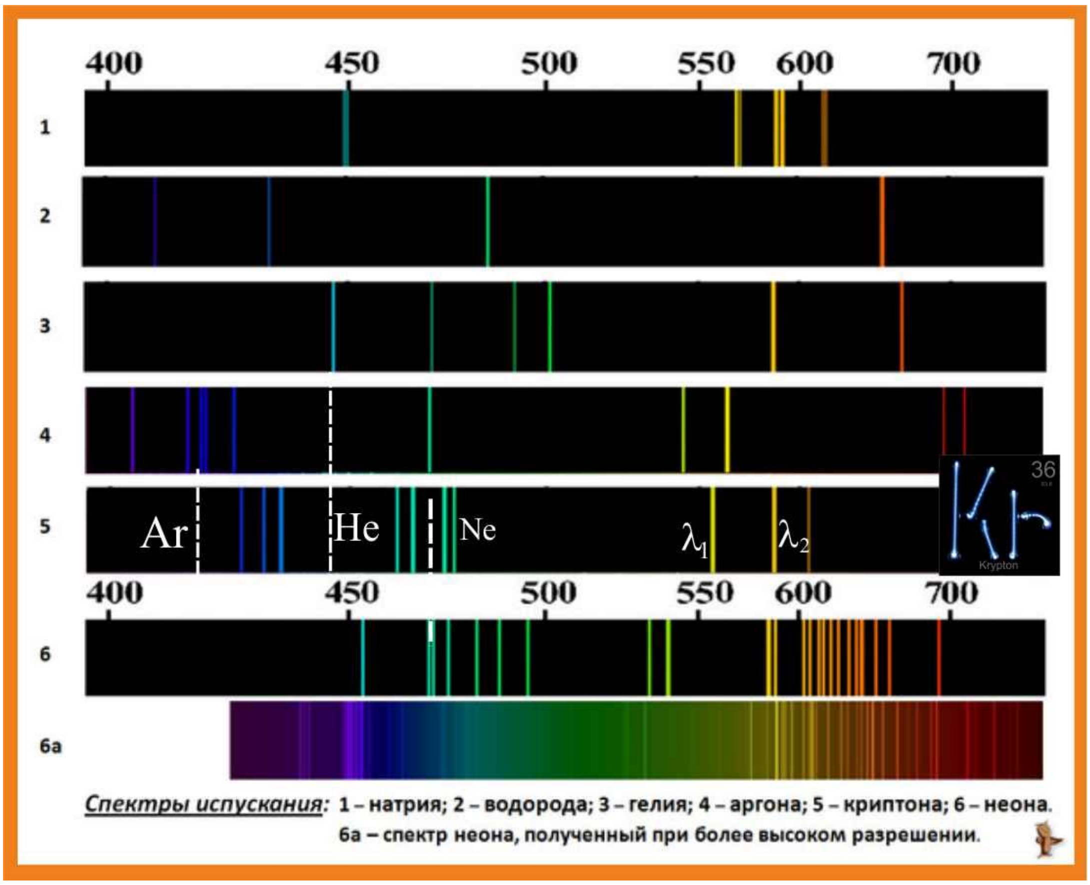
Решение

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} \approx 3 \cdot 10^{-19}\,\text{Дж};$$

---

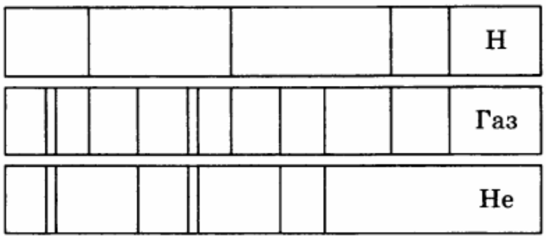
284. Известно, что криптон имеет в видимой части спектра излучения линии, соответствующие длинам волн 557 нм и 587 нм. В спектре излучения неизвестного газа обнаружены линии, соответствующие длинам волн 419 нм, 441 нм, 470 нм, 557 нм и 587 нм. Что можно сказать о неизвестном газе?

Решение

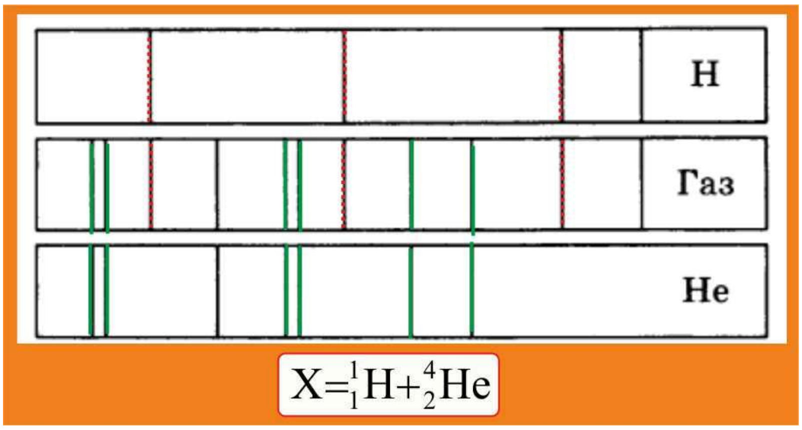


Спектры испускания: 1 – натрия; 2 – водорода; 3 – гелия; 4 – аргона; 5 – криптона; 6 – неона. 6а – спектр неона, полученный при более высоком разрешении.

285. На рисунке приведены спектр поглощения неизвестного газа (в середине), спектры поглощения атомов водорода (вверху) и гелия (внизу). Что можно сказать о химическом составе газа?



Решение



---

286. Элемент $^A_Z X$ испытал α-распад. Какой заряд и массовое число будет у нового элемента Y?

Решение

$$\alpha \equiv {}^4_2He; \quad \Rightarrow \quad A_Y = A_X - 4; \quad Z_Y = Z_X - 2; \quad \Rightarrow \quad {}^{A-4}_{Z-2}Y;$$

---

287. Элемент $^A_Z X$ испытал β-распад. Какой заряд и массовое число будет у нового элемента Y?

Решение

$$\beta^- \equiv {}^0_1e; \quad \Rightarrow \quad {}^{A}_{Z+1}Y;$$

---

288. Элемент $^A_Z X$ испытал γ-распад. Какой заряд и массовое число будет у нового элемента Y?

Решение

$${}^A_Z X \to {}^A_X Y + \gamma;$$

---

289. В начальный момент времени было 2400 атомных ядер изотопа с периодом полураспада 5 мин. Сколько ядер этого изотопа останется нераспавшимися через 10 мин?

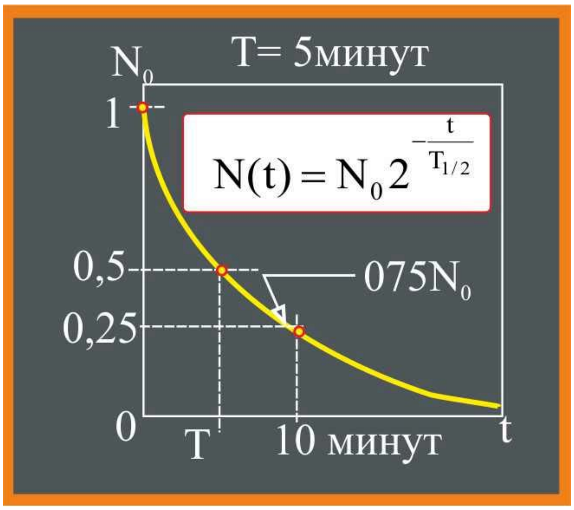
Решение

1. В соответствии с законом радиоактивного распада:

$$N(t) = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}};$$

$$\frac{N_0}{N} = 2^{\frac{t}{T_{1/2}}} = 2^2;$$

$$N_t = \frac{N_0}{4} \approx 600;$$



---

290. Количество радиоактивных атомов за 36 суток уменьшилось в 4 раза. Определите период полураспада этого химического элемента.

Решение

$$N(t) = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}; \quad \frac{N_0}{N} = 2^{\frac{36}{T_{1/2}}} = 2^2; \quad \Rightarrow \quad T_{1/2} = 18\text{суток};$$

---

291. Период полураспада нептуния 2,3 сут. Через какое время количество радиоактивных атомов уменьшится в 32 раза?

Решение

$$N(t) = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}; \quad \frac{N_0}{N} = 32 = 2^{\frac{t}{2,3}} = 2^5; \quad \Rightarrow \quad t = 11,5 \text{ лет};$$

---

292. Чему равно число нейтронов в ядре урана $^{238}_{92}U$?

Решение

$$N_n = A - Z = 146;$$

---

293. По данным таблицы химических элементов Д.И. Менделеева определите число протонов в ядре молибдена.

Mo	42
	95,94
Молибден	

Решение

$$N_p = Z = 42;$$

---

294. По данным таблицы химических элементов Д.И. Менделеева определите число нейтронов в ядре полония.

Po [210]	84
Полоний	

Решение

$$N_n = A - Z = 210 - 84 = 126;$$

---

295. В результате реакции синтеза дейтерия с ядром $^{X}_{Y}Z$ образуется ядро бора и нейтрон в соответствии с реакцией: $^{2}_{1}H + {}^{X}_{Y}Z \to {}^{10}_{5}B + {}^{1}_{0}n$. Каковы массовое число X и заряд Y (в единицах элементарного заряда) ядра, вступившего в реакцию с дейтерием?

Решение

$$X = 10 + 1 - 2 = 9; \quad Y = 5 - 1 = 4;$$

---

296. Какая частица X получается в результате ядерной реакции $^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \to {}^{12}_{6}C + X$?

Решение

$$A_X = 9 + 4 - 12 = 1; \quad Z_X = 4 + 2 - 6 = 0; \quad {}^{1}_{0}X \equiv {}^{1}_{0}n;$$

$$^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \to {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n:$$

---

297. Какая бомбардирующая частица X участвует в ядерной реакции $X + {}^{11}_{5}B \to {}^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n$?

Решение

$$A_X = 14 + 1 - 11 = 4; \quad Z_X = 7 - 5 = 2; \quad {}^{4}_{2}X \equiv {}^{4}_{2}He;$$

$$^{4}_{2}He + {}^{11}_{5}B \to {}^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n;$$

---

298. Какая частица X участвует в реакции $^{25}_{12}Mg + X \to {}^{4}_{2}He + {}^{22}_{11}Na$?

Решение

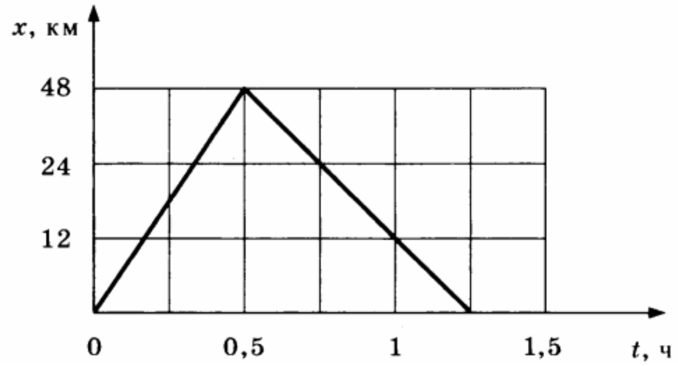
$$A_X = 4 + 22 - 25 = 1; \quad Z_X = 11 + 2 - 12 = 1; \quad {}^{1}_{1}X \equiv {}^{1}_{1}p;$$

$$^{25}_{12}Mg + {}^{1}_{1}p \to {}^{4}_{2}He + {}^{22}_{11}Na;$$

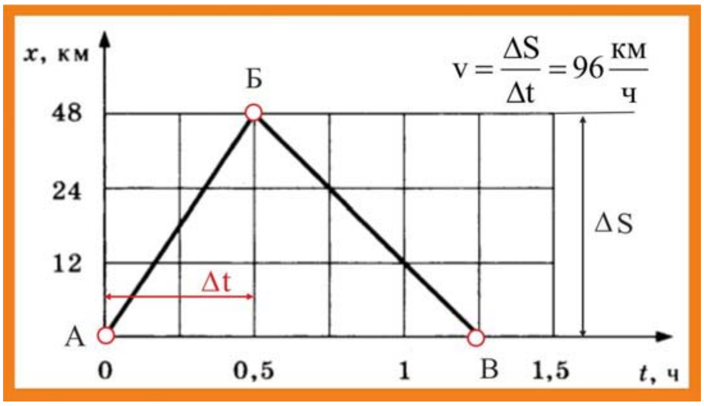
Часть 2 ЕГЭ

1. Механика

299. На рисунке представлен график движения автобуса из пункта A в пункт B и обратно. Пункт A находится в точке $x = 0$, а пункт B — в точке $x = 48$ км. Чему равна скорость автобуса на пути из А в Б?



Решение



---

300. Пловец пересекает реку шириной 225 м. Скорость течения реки 1,2 м/с. Скорость пловца относительно воды 1,5 м/с и направлена перпендикулярно к вектору скорости течения. На сколько будет снесен течением пловец к тому моменту, когда он достигнет противоположного берега?

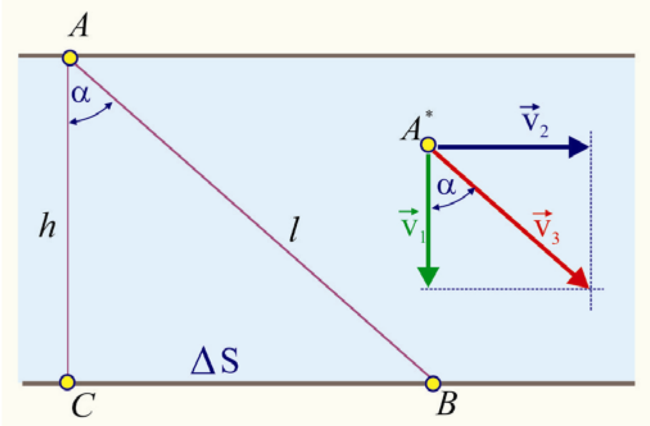
Решение

$$\tau = \frac{S}{v_2} = \frac{225}{1,5} = 150\text{ с};\quad x = v_1\tau = 1,2\cdot 150 = 180\text{ м};$$

---

301. **Наблюдатель с берега видит, что пловец пересекает реку шириной 180 м перпендикулярно берегу. При этом скорость течения реки 1,2 м/с, а скорость пловца относительно воды 1,5 м/с. За какое время пловец пересечет реку?**

Решение



1. Если относительная скорость физкультурника $\vec{v}_1$, переносная скорость реки $\vec{v}_2$, то вектор абсолютной скорости пловца определится как (см. рис. к предыдущей задаче):

$$\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2;$$

Модуль абсолютной скорости пловца:

$$|\vec{v}_3| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \approx 1{,}92\frac{\text{м}}{\text{с}};$$

2. Направление вектора абсолютной скорости пловца (скорости относительно берега):

$$\alpha = \arccos\frac{v_3}{v_1} \approx 38{,}7^0;$$

3. Расстояние, проделанное пловцом от берега до берега:

$$\ell = \frac{h}{\cos\alpha} \approx 231\text{м};$$

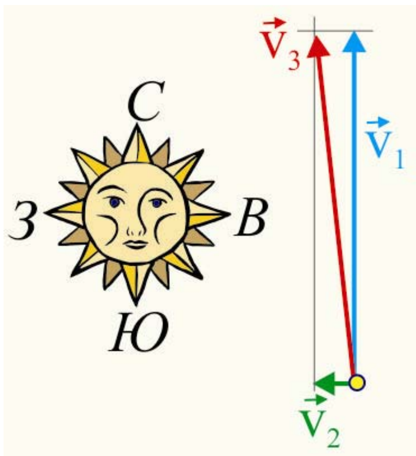
4. Время пересечения водной глади:

$$\tau = \frac{\ell}{v_3} \approx 120\text{ с};$$

---

302. **Самолет летит из Москвы в Мурманск. Во время полета дует западный ветер со скоростью 30 м/с относительно Земли, при этом самолет перемещается точно на север со скоростью 250 м/с относительно Земли. Определите скорость самолета относительно воздуха.**

Решение



1. По условию задачи заданы две абсолютные скорости: самолёта $\vec{v}_1$ и ветра $\vec{v}_2$, требуется определить относительную скорость самолёта относительно воздуха $\vec{v}_3$. Модуль относительной скорости определится как:

$$|\vec{v}_3| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{6{,}25\cdot 10^4 + 9\cdot 10^2} \approx 252\,\text{м/с};$$

2. Направление относительной скорости самолёта:

$$\left(\vec{v}_3;\vec{v}_1\right)=\alpha=\arccos\frac{|\vec{v}_3|}{|\vec{v}_1|}\approx 6{,}8^0;$$

---

303. Пассажир поезда, идущего со скоростью 72 км/ч, видит в окне грузовой поезд, который движется в том же направлении, в течение 26 с. С какой скоростью едет грузовой поезд, если его длина 130 м? Скорость грузового поезда меньше скорости пассажирского.

Решение

1. Если длина грузового поезда ℓ, время его наблюдения из окна пассажирского поезда $\tau\cdot$ то, относительная скорость грузового поезда определится как:

$$v_2=\frac{\ell}{\tau}=5\frac{м}{с};$$

2. Абсолютная скорость грузового поезда:

$$v_3=v_1-v_2=15\frac{м}{с};$$

---

304. В течение какого времени скорой поезд длиной 300 м, идущий со скоростью 54 км/ч, будет проходить мимо встречного товарного поезда длиной 600 м, идущего со скоростью 36 км/ч?

Решение

1. Относительная скорость поездов:

$$v_3=v_1+v_2=15+10=25м/с;$$

2. Время наблюдения встречного прохождения поездов:

$$\tau=\frac{\ell_1+\ell_2}{v_3}=\frac{900}{25}=36с;$$

---

305. Координата тела изменяется с течением времени согласно формуле $x=6-4t+t^2$ Составьте соответствующее уравнение проекции перемещения тела.

Решение

1. Заданное уравнение движения с начальной скоростью и постоянным ускорением:

$$x=6-4t+t^2,$$

можно записать в общем виде:

$$x(t)=x_0-v_0t+\frac{at^2}{2},$$

откуда видно, что: $x_0 = 6$ м, $v_0 = 4$ м/с, $a = 2$ м/с^2.

2. Перемещением называется кратчайшая направленная прямая (вектор) соединяющая начальное и конечное положение исследуемого движущегося объекта. Другими словами, тело начинает двигаться не из начала координат, а из точки с координатой x_0, поэтому уравнение перемещения будет иметь вид:

$$|\vec{r}| = -4t + t^2;$$

---

306. Чему равна проекция перемещения материальной точки за 2 с, движение которой вдоль оси OX описывается уравнением $x = 12 - 3t + t^2$?

Решение

1. Уравнение перемещения материальной точки:

$$r(t) = -3t + t^2;$$

2. Модуль перемещения точки за время $\tau = 2$с:

$$r(\tau) = -6 + 4 = -2\text{м},$$

точка переместилась в направлении обратном оси ОХ и перейдя через начало отсчёта удалилась влево на 2 м.

---

307. Координата тела изменяется с течением времени согласно формуле $x = 32 - 8t + 2t^2$. Определите модуль перемещения тела через 3 с.

Решение

1. Уравнение перемещения материальной точки:

$$r(t) = -8t + 2t^2;$$

2. Модуль перемещения точки за время $\tau = 3$ с:

$$|r| = -24 + 18 = 6\text{м},$$

точка переместилась по модулю на 6 м, от начала системы отсчёта, при этом она оказалась на расстоянии s = 32 − 6 = 26 м.

---

307. Движение тела описывается уравнением $x = 8 - 6t + 0{,}5t^2$. Определите проекцию скорости тела через 3 с после начала движения.

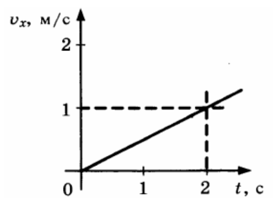
Решение

1. Уравнение проекции скорости тела на ось ОХ:

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt} = -6 + t; \quad \Rightarrow \quad v_x(\tau) = -6 + 3 = -3\frac{\text{м}}{\text{с}};$$

---

309. Тело движется по оси OX. Проекция его скорости $v_x(t)$ меняется по закону, приведенному на графике. Определите путь, пройденный телом за 2 с.



Решение

1. Ускорение тела на заданном промежутке времени:

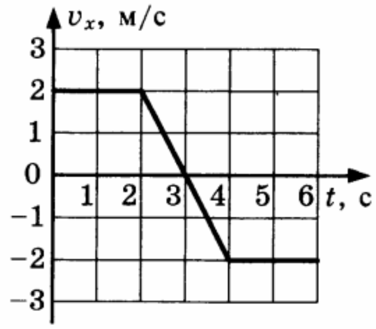
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0{,}5\frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

2. Т.к. тело начинает, судя по приведённому графику, движение из состояния покоя, то уравнение движения будет иметь вид:

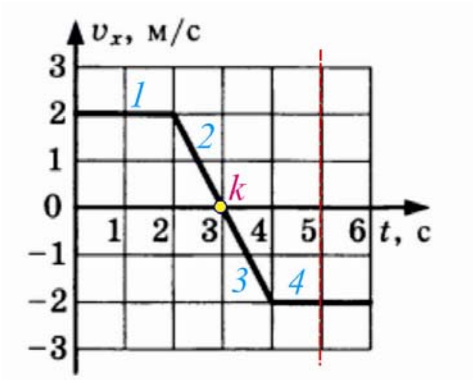
$$x(t)=\frac{at^2}{2};\quad \Rightarrow \quad x(\tau)=\frac{0{,}5\cdot 4}{2}=1\text{м};$$

---

310. **На графике изображена зависимость проекции скорости тела, движущегося вдоль оси OX, от времени. Какое перемещение совершило тело к моменту времени t = 5 с?**



Решение



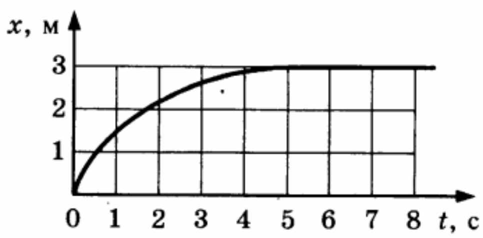
1. Как следует из заданного графика, в точке k тело останавливается и скорость меняет направление, т.е. тело начинает движение в обратном направлении. В этой связи участки движения 2 и 3 ввиду их симметрии на величину перемещения не повлияют т.к. общее перемещение в течение 2 – 4 равно нулю.

2. Чтобы вычислить требуемое перемещение достаточно из перемещения, произошедшего на участке 1 вычесть перемещение на участке 4:

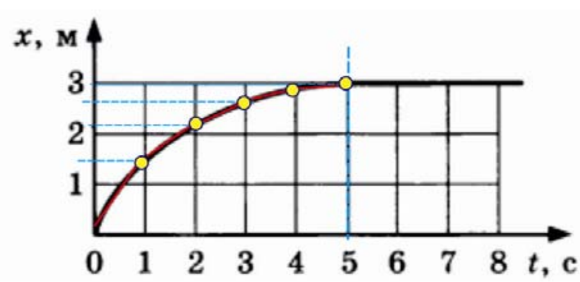
$$r=2\cdot 2-2\cdot 1=2\text{м};$$

---

311. **На рисунке изображен график изменения координаты тела с течением времени. Как изменялась скорость тела в промежуток времени от 0 до 5 с?**



Решение



1. Разобьем заданную зависимость x = f(t) на пять одинаковых отрезков, длительностью τ = 1 с, каждый отрезок можно аппроксимировать прямой линией. В этом случае видно, что отношение изменения координаты тела к фиксированному промежутку времени,

т.е скорость тела – уменьшается:

$$\Delta x_{0\to1} > \Delta x_{1\to2} > \Delta x_{2\to3} > \Delta x_{3\to4} > \Delta x_{4\to5};$$

$$v_{0\to1} = \frac{\Delta x_{0\to1}}{\tau} > v_{1\to2} = \frac{\Delta x_{1\to2}}{\tau} > \cdots v_{4\to5} = \frac{\Delta x_{4\to5}}{\tau};$$

Скорость тела с течением времени уменьшается, между 5 и 6 секундами движения тело останавливается, его координата остаётся неизменной.

---

312. Какой путь пройдет свободно падающее тело за пятую секунду? Начальная скорость тела равна нулю.

Решение

1. Свободно падающее без начальной скорости тело за $\tau_5 = 5$с опустится по вертикали на расстояние

$$y_5 = \frac{g\tau_5^2}{2};$$

2. За первые $\tau_4 = 4$ с тело опустится на

$$y_4 = \frac{g\tau_4^2}{2};$$

3. За пятую секунду движения тело пройдёт расстояние:

$$\Delta y = y_5 - y_4 = \frac{g}{2}\left(\tau_5^2 - \tau_4^2\right) = 5(25 - 16) = 45\text{м};$$

---

313. За какую секунду свободного падения тело проходит путь 65 м? Начальная скорость тела равна нулю.

Решение

1. Уравнение секундного перемещения тела в режиме свободного падения:

$$\Delta y = y_t - y_{t-1} = \frac{g}{2}\left[t^2 - (t-1)^2\right]; \quad \Rightarrow \quad \frac{2\Delta y}{g} = t^2 - \left(t^2 - 2t + 1\right);$$

$$\frac{2\Delta y}{g} = 2t - 1; \quad \Rightarrow \quad \frac{130}{10} + 1 = 2t; \quad t = 7\text{с};$$

---

314. Определите, на сколько метров путь, пройденный свободно падающим телом за десятую секунду, больше пути, пройденного в предыдущую секунду. Начальная скорость тела равна нулю.

Решение

1. Путь, пройденный за десятую секунду полёта:

$$\Delta y_{10} = \frac{g}{2}\left(10^2 - 9^2\right) = 95\text{м};$$

2. Путь, пройденный за девятую секунду свободного падения:

$$\Delta y_9 = \frac{g}{2}\left(9^2 - 8^2\right) = 85\text{м};$$

3. Разность пройденного пути:

$$\Delta y = \Delta y_{10} - \Delta y_9 = 10\text{м};$$

---

315. **Камень свободно падает без начальной скорости. За какое время он пролетит третий метр своего пути?**

Решение

1. Время падения на $y_3 = 3$ м:

$$y_3 = \frac{gt_3^2}{2}; \quad \Rightarrow \quad t_3 = \sqrt{\frac{2y_3}{g}} = \sqrt{\frac{6}{5}} \approx 1с;$$

2. Время падения на $y_2 = 2$ м:

$$y_2 = \frac{gt_2^2}{2}; \quad \Rightarrow \quad t_2 = \sqrt{\frac{2y_2}{g}} = \sqrt{\frac{4}{5}} \approx 0{,}9с;$$

3. Время, за которое камень пролетает третий метр своего пути:

$$\tau = t_3 - t_2 \approx 0{,}1с;$$

---

316. **Известно, что Земля вращается вокруг своей оси. Определите линейную скорость точки экватора, если радиус Земли 6400 км.**

Решение

1. В соответствии с уравнением Эйлера модуль линейной скорости точки, принадлежащей вращающемуся телу равен произведению угловой скорости вращения на кратчайшее расстояние до оси вращения:

$$v = \omega R = \frac{2\pi}{T}R;$$

2. Период вращения Земли вокруг соей собственной оси:

$$T = 24часа = 1440минут = 8{,}64 \cdot 10^4 с;$$

3. Линейная скорость точек экватора:

$$v_R \approx \frac{6{,}28}{8{,}64 \cdot 10^4} 6{,}4 \cdot 10^6 \approx 470\frac{м}{с};$$

---

317. **Линейная скорость конца минутной стрелки Кремлёвских курантов равна 6 мм/с. Определите длину минутной стрелки.**

Решение

1. Угловая скорость вращения минутной стрелки вокруг оси Z связана с заданной линейной скоростью уравнением Эйлера

$$v_M = \omega r_M; \quad \Rightarrow \quad r_M = \frac{v_M}{\omega};$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; \quad \Rightarrow \quad r_M = \frac{v_M T}{2\pi};$$

$$T = 60\ мин = 3600\ с;$$

$$r_M = \frac{6 \cdot 10^{-3} \cdot 3600}{6{,}28} \approx 3{,}44м;$$

---

318. Точка равномерно движется по окружности радиусом 1,5 м с угловой скоростью 3 рад/с. Определите линейную скорость точки.

Решение

$$v = \omega r = 1{,}5 \cdot 3 = 4{,}5\frac{м}{с};$$

---

319. Как изменится центростремительное ускорение точек обода колеса, если угловая скорость увеличится в 5 раз?

Решение

1. Нормальное (центростремительное) ускорение пропорционально квадрату линейной скорости и обратно пропорционально расстоянию от данной точки до оси вращения

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r; \Rightarrow \left.\begin{aligned} a_{n(1)} &= \omega^2 r; \\ a_{n(2)} &= 5^2\omega^2 r; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{a_{n(2)}}{a_{n(1)}} = 25;$$

---

320. Во сколько раз увеличится центростремительное ускорение точек обода колеса, если период обращения колеса уменьшится в 2 раза?

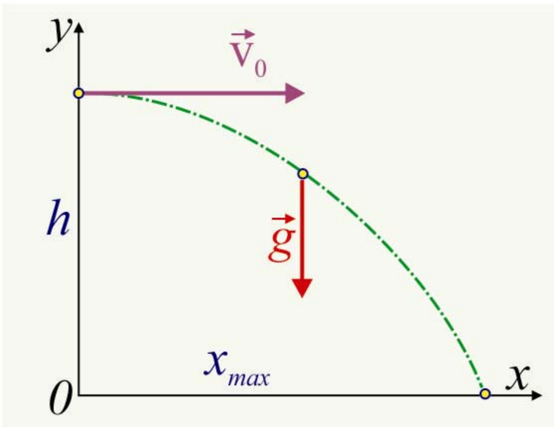
Решение

1. Нормальное ускорение, представленное через угловую скорость и период:

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r; \Rightarrow \left.\begin{aligned} a_{n(1)} &= \frac{4\pi^2}{T^2} r; \\ a_{n(2)} &= \frac{16\pi^2}{T^2}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{a_{n(2)}}{a_{n(1)}} = 4;$$

---

321. С башни высотой 80 м горизонтально брошен камень. Через какое время он упадет на землю?



Решение

1. Горизонтальный бросок тела в поле земного тяготения можно разложить на два более простых движения: ускоренное по вертикальной оси с ускорением g и равномерное с начальной скоростьюv_0. Полёт при этом будет продолжаться время, удовлетворяющее условию:

$$h = \frac{g\tau^2}{2}; \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 4c;$$

---

322. Глыбу льда сбрасывают с крыши с высоты 45 м горизонтально со скоростью 3 м/с. На каком расстоянии от дома упадёт глыба?

Решение

1. Время падения глыбы льда:

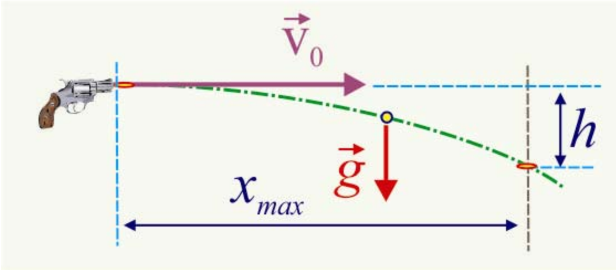
$$\tau = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 3с;$$

2. Перемещение глыбы льда в горизонтальном направлении:

$$x_{max} = v_0\tau = 9м;$$

---

323. **Пуля вылетает из ствола в горизонтальном направлении со скоростью 800 м/с. На сколько снизится пуля во время полёта, если щит с мишенью находится на расстоянии 400 м?**



Решение

1. Время полёта пули до мишени:

$$\tau = \frac{x_{max}}{v_0} = 0{,}5 \text{ с};$$

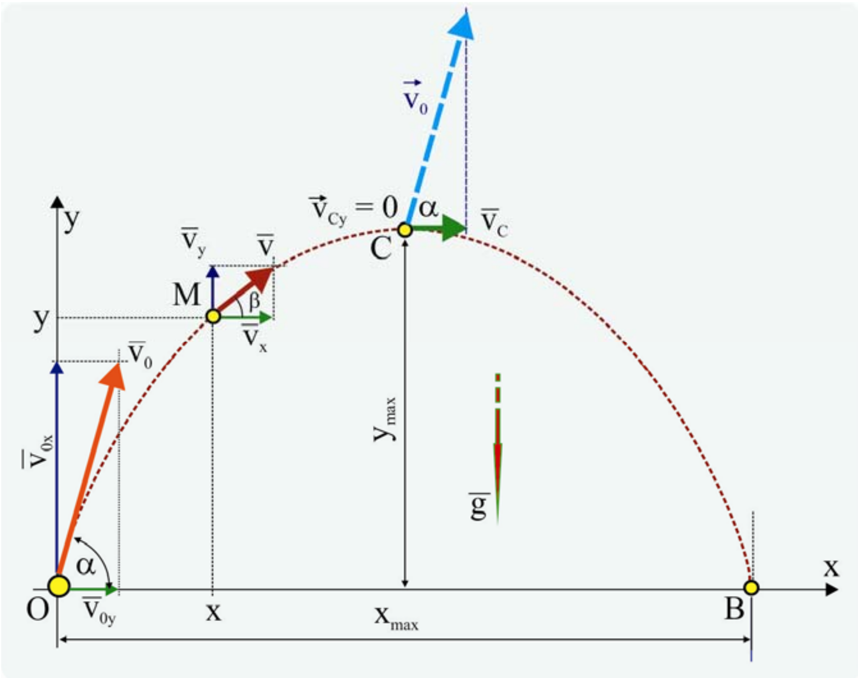
2. Отклонение пули от горизонтали:

$$h = \frac{g\tau^2}{2} = 1{,}25 \text{ м};$$

---

324. **Тело брошено со скоростью 10 м/с под углом 60° к горизонту. Определите скорость тела в верхней точке траектории.**

Решение



1. Кинематические уравнения движения тела, брошенного под углом α к горизонту:

$$\left.\begin{aligned} &v_x = v_0\cos\alpha;\\ &v_y = v_0\sin\alpha - gt;\\ &x(t) = v_0 t\cos\alpha;\\ &y(t) = v_0\sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}; \end{aligned}\right\}$$

2. Из уравнений, в частности, следует, что проекция скорости на горизонтальную ось величина постоянная во всё время полёта тела:

$$v_x = v_0\cos = 5\,м/с;$$

---

326. Диск, брошенный под углом 45° к горизонту, достиг наибольшей высоты 15 м. Определите дальность полета диска.

Решение

1. Время подъёма тела в высшую точку траектории (см. рис. и уравнения к предыдущей задаче):

$$v_{C(y)} = 0; \quad v_0\sin\alpha - gt = 0; \quad \tau_C = \frac{v_0\sin\alpha}{g};$$

2. Полное время полёта диска:

$$\tau = 2\tau_C = \frac{2v_0\sin\alpha}{g};$$

3. Максимальная высота подъёма:

$$y_{max} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g} - \frac{g}{2}\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g^2} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g};$$

4. Начальная скорость броска:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2y_{max}g}{\sin^2\alpha}} = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{2y_{max}g} = \frac{1}{0{,}707}\sqrt{2\cdot 15\cdot 10} \approx 24{,}5\frac{м}{с};$$

5. Дальность броска:

$$x_{max} = v_0\cos\alpha\tau = v_0\frac{2v_0\sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g} \approx 60м;$$

6. Проще скорость броска можно определить, используя закон сохранения механической энергии (но это уже динамические методы):

$$\frac{m(v_0\sin\alpha)^2}{2} = mgy_{max}; \quad \Rightarrow \quad v_0 = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{2y_{max}g};$$

---

327. Найдите высоту подъема сигнальной ракеты, выпущенной со скоростью 20 м/с под углом 60° к горизонту.

Решение

1. Максимальная высота подъёма ракеты (см. предыдущую задачу):

$$y_{max} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} \approx \frac{400\cdot 0{,}75}{20} \approx 15\ м;$$

---

328. **Камень, брошенный под углом к горизонту, достиг наибольшей высоты 45 м. Найдите время полета камня.**

Решение

1. Максимальная высота подъёма:

$$y_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g} - \frac{g}{2}\frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g^2} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}; \quad \Rightarrow \quad v_0 \sin\alpha = \sqrt{2y_{max}g}$$

2. Полное время полёта диска:

$$\tau = 2\tau_C = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}; \quad \tau = \frac{2\sqrt{2y_{max}g}}{g} \approx 6\ \text{c};$$

---

329. **Масса бетонного блока, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, равна 6 кг. Какой будет масса блока, если первую его сторону увеличить в 2 раза, вторую — в 1,5 раза, а третью уменьшить в 3 раза?**

Решение

$$\left.\begin{aligned} m_1 &= \rho V_1 = \rho(a \cdot b \cdot c); \\ m_2 &= \rho V_2 = \rho\left(2a \cdot 1{,}5b \cdot \frac{c}{3}\right); \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{m_2}{m_1} = 1; \quad m_1 = m_2 = 6\text{кг};$$

---

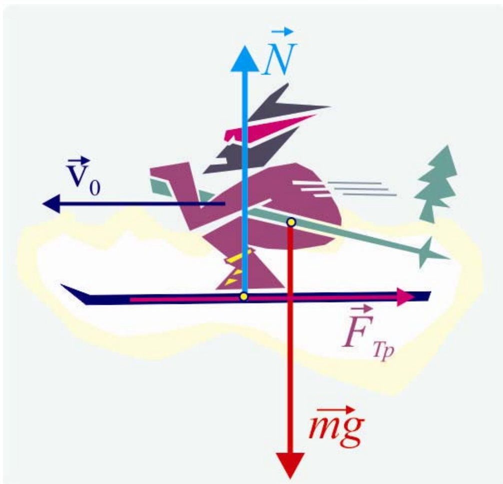
330. **Два кубика изготовлены из одинакового материала. Сторона первого кубика в 2 раза больше, чем второго. Сравните массы кубиков.**

Решение

$$\left.\begin{aligned} m_1 &= \rho\ell^3; \\ m_2 &= \rho(2\ell)^3; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{m_2}{m_1} = 8;$$

---

331. **Лыжник массой 60 кг, имеющий в конце спуска скорость 10 м/с, останавливается через 20 с после окончания спуска. Определите величину силы трения.**



Решение

1. Средняя величина ускорения лыжника:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0{,}5\frac{\text{м}}{\text{c}^2};$$

2. Уравнение второго закона Ньютона в проекции на ось, совпадающую с направлением движения:

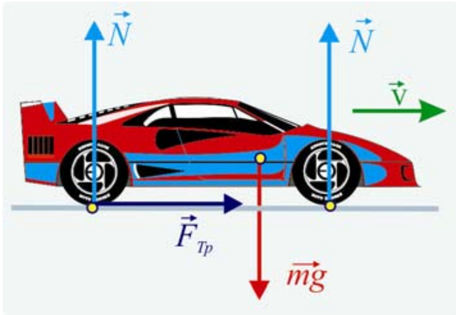
$$\sum_{i=1}^{i=n} F_{x(i)} = ma_x;$$

3. Модуль силы трения:

$$\left|\vec{F}_{Tp}\right| = \mu N = \mu mg; \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{F}_{Tp}\right| = ma = 30\text{H};$$

---

332. **Автомобиль массой 1800 кг, двигаясь из состояния покоя по горизонтальному пути, через 10 с достигает скорости 30 м/с. Определите силу тяги двигателя. Сопротивлением движению пренебречь.**



Решение

1. В заданных условиях на автомобиль действует большое количество сил разного рода, но все они относятся к внутренним силам, не способным изменить состояние механической системы, каковой является автомобиль. Только сила трения между ведущими колёсами и дорогой является силой внешней, поэтому в данном случае сила трения может рассматриваться как движущая сила.

2. Ускорение автомобиля:

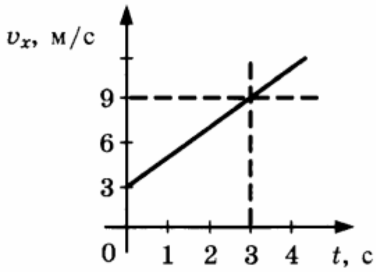
$$a = \Delta v / \Delta t = 3\,м/с^2;$$

3. Величина силы трения (движущей силы или силы тяги двигателя):

$$F = ma = 5400Н = 5{,}4кН;$$

---

333. **Тело массой 100 г двигается вдоль оси *OX*, причем проекция скорости v_x меняется с течением времени по закону приведенному на графике. Определите значение силы, действующей на это тело в момент времени 2 с.**



Решение

1. Проекция ускорения на направление движения определяется по заданному графику:

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{9-3}{3} = 2\frac{м}{с^2};$$

2. Модуль проекции силы, действующей на тело:

$$F_x = ma_x = 0{,}2Н;$$

---

334. **Определите равнодействующую двух равных сил по 5 Н, направленных под углом 120° друг к другу.**

Решение

1. Заданные силы представляют собой плоскую систему сходящихся сил, которая приводится к одному центру, поэтому вектор равнодействующей (главный вектор системы) определяется как:

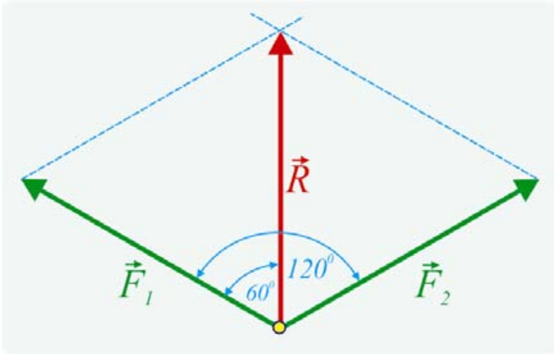
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2;$$

2. Модуль равнодействующей в общем случае определяется по правилу параллелограмма:

$$\left|\vec{R}\right| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 120^0};$$

$$\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right| = \left|\vec{F}\right|; \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{R}\right| = \left|\vec{F}\right| = 5\text{Н};$$

3. В данном случае можно получить результат проще, т.к. вектор каждой из сил и вектор равнодействующей образуют равносторонний треугольник.



335. **Силы 6 Н и 8 Н приложены к одному телу. Угол между направлениями сил 90°. Масса тела 2 кг. Определите ускорение, с которым движется тело.**

Решение

1. Применяя правило параллелограмма, определим модуль равнодействующей силы ($\cos 90^0 = 0$):

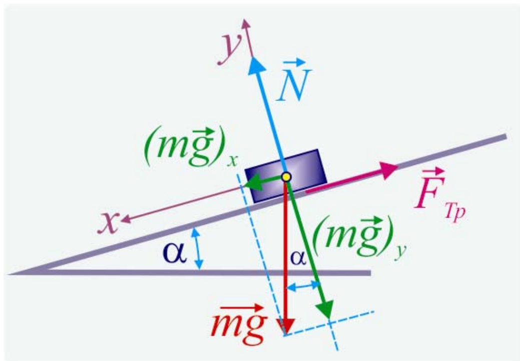
$$\left|\vec{R}\right| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{36 + 64} = 10\text{Н};$$

2. Ускорение, с которым движется тело, определяется вторым законом Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F}; \quad \Rightarrow \quad a = \frac{10}{2} = 5\frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

336. **Брусок спускается с наклонной плоскости, длиной 15 см в течение 0,26 с. Определите равнодействующую всех сил, действующих на брусок во время движения, если его масса 0,1 кг и движение начинается из состояния покоя.**

Решение



1. Под действием плоской системы сходящихся сил брусок вниз по наклонной плоскости брусок может двигаться либо равномерно при:

$$mg\sin\alpha = \mu mg\cos\alpha; \quad \sin\alpha = \mu\cos\alpha;$$

$$\mu = \text{tg}\alpha;$$

Такое движение будет иметь место, например, при $\alpha = 30^0$ и $\mu \approx 0{,}577$. В этом случае равнодействующая всех сил будет эквивалентна нулю.

2. В случае

$$mg\sin\alpha > \mu mg\cos\alpha$$

движение будет ускоренным

$$\ell = \frac{at^2}{2}; \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2\ell}{t^2} = \frac{0{,}3}{0{,}0676} \approx 4{,}44\frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

3. Равнодействующая всех сил при ускоренном спуске:

$$F = ma = 0{,}44\text{Н};$$

337. Снаряд массой 2 кг вылетает из ствола орудия в горизонтальном направлении со скоростью 400 м/с. Определите значение равнодействующей силы, считая её постоянной, если длина ствола 2,5 м.

Решение

1. Кинематические уравнения, описывающие движение снаряда в стволе орудия:

$$\left.\begin{aligned} v &= a\tau; \\ \ell &= \frac{a\tau^2}{2}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \tau &= \frac{v}{a}; \\ a &= \frac{v^2}{2\ell}; \end{aligned}\right\}$$

2. В соответствии со вторым законом Ньютона:

$$F = ma = \frac{mv^2}{2\ell} = 64\text{кН};$$

---

338. Два шара радиусами 20 см и 30 см соприкасаются друг с другом. Во сколько раз уменьшится сила тяготения между шарами, если один из шаров отодвинуть на расстояние 100 см?

Решение

1. На основании закона Всемирного тяготения Ньютона, с учётом первоначального расстояния между центрами масс шаров $r_1 = 0{,}5$ м и увеличения этого расстояния до $r_2 = 1{,}5$ м, можно составить следующую систему алгебраических уравнений:

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= G\frac{m_1m_2}{r_1^2} = G\frac{m_1m_2}{(0{,}5)^2}; \\ F_2 &= G\frac{m_1m_2}{r_2^2} = G\frac{m_1m_2}{(1{,}5)^2}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{1{,}5^2}{0{,}5^2} = 9;$$

---

339. Расстояние между планетой Нептун и Солнцем в 30 раз больше, чем расстояние между Землей и Солнцем, а масса Нептуна в 15 раз больше массы Земли. Во сколько раз сила притяжения Солнца к Земле больше, чем Солнца к Нептуну?

Решение

$$\left.\begin{aligned} F_{C-З} &= G\frac{M_З M_C}{r^2}; \\ F_{C-H} &= G\frac{15M_З M_C}{900r^2}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{F_{C-З}}{F_{C-H}} = 60;$$

---

340. Как изменится сила тяжести, действующая на ракету, если она поднимется на высоту, равную двум радиусам?

Решение

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= G\frac{mM}{r^2}; \\ F_2 &= G\frac{mM}{(r+2r)^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = 9;$$

---

341. Как изменится сила тяжести, действующая на космический корабль, если сначала он был на расстоянии трех земных радиусов от поверхности планеты, а потом только одного радиуса?

Решение

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= G\frac{mM}{r^2}; \\ F_2 &= G\frac{mM}{(3r-r)^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = 4;$$

---

342. Определите ускорение свободного падения на планете, масса которой больше массы Земли на 200%, а радиус на 100% больше земного. Ускорение свободного падения на Земле считайте 10 м/с^2.

Решение

$$\left.\begin{aligned} mg_1 &= G\frac{mM}{r^2}; \\ mg_2 &= G\frac{m(M+2M)}{(r+r)^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} \approx 1{,}333; \Rightarrow g_2 \approx 7{,}5\frac{\text{м}}{\text{c}^2};$$

---

343. Предположим, что радиус Земли уменьшился в 3 раза. Как должна измениться её масса, чтобы ускорение свободного падения на поверхности осталось прежним?

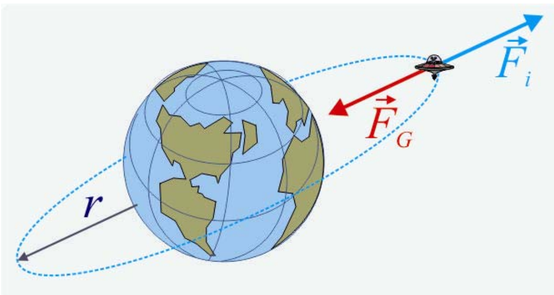
Решение

$$G\frac{M}{r^2} = \frac{9M_x}{r^2}; \Rightarrow M_x = \frac{M}{9};$$

---

344. Космический корабль движется вокруг Земли по круговой орбите радиусом 30 000 км. Масса Земли $6 \cdot 10^{24}$ кг. Определите его скорость.

Решение



1. Если, в соответствии с принципом Д Аламбера присоединить к действующим реальным силам Ньютона фиктивные силы инерции, вызванные особенностями движения, в данном случае по круговой траектории, то исследуемое тело можно условно рассматривать как покоящееся. Условие нахождения космического корабля на стационарной круговой орбите в таком случае представится как равенство модуля силы притяжения модулю силы инерции:

$$G\frac{mM}{r^2} = \frac{mv^2}{r}; \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \approx \sqrt{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{3\cdot 10^7}} \approx 3652\frac{\text{м}}{\text{c}} \approx 3{,}652\frac{\text{км}}{\text{c}};$$

---

345. **Первая космическая скорость для спутника Марса, летающего на небольшой высоте, равна 3,5 км/с. Определите массу Марса, если радиус планеты $3{,}38 \cdot 10^6$ м.**

Решение

1. Условие нахождения спутника на круговой низкой орбите:

$$G\frac{mM}{r^2} = \frac{mv^2}{r}; \quad \Rightarrow \quad M = \frac{v^2 r}{G} \approx \frac{1{,}225 \cdot 10^7 \cdot 3{,}38 \cdot 10^6}{6{,}67 \cdot 10^{-11}} \approx 6{,}2 \cdot 10^{23} \text{кг};$$

---

346. **Как бы изменилась первая космическая скорость, если бы радиус планеты увеличился в 9 раз?**

Решение

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{\frac{GM}{r}}; \\ v_2 &= \sqrt{\frac{81GM}{r}}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{\sqrt{81}}; \quad v_2 = \frac{v_1}{9};$$

---

347. **Массу спутника увеличили в 4 раза. Как изменится его первая космическая скорость?**

Решение

1. Как видно из условия нахождения спутника на круговой орбите вблизи планеты

$$G\frac{mM}{r^2} = \frac{mv^2}{r}; \quad \Rightarrow \quad v_I = \sqrt{\frac{GM}{r}},$$

масса спутника в уравнение первой космической скорости не входит, поэтому масса спутника на величину скорости не влияет.

---

348. **Рассчитайте период обращения спутника Меркурия, летающего на небольшой высоте, если масса планеты $3{,}26 \cdot 10^{23}$ кг, а радиус $2{,}42 \cdot 10^6$ м.**

Решение

1. Линейная скорость спутника Меркурия:

$$G\frac{mM}{r^2} = \frac{mv^2}{r}; \quad \Rightarrow \quad v_I = \sqrt{\frac{GM}{r}};$$

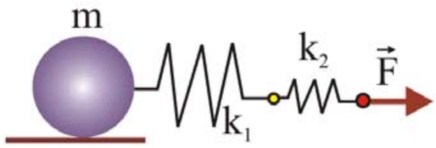
2. Период обращения спутника:

$$v_I = \omega r = \frac{2\pi}{T} r = \sqrt{\frac{GM}{r}}; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \approx 6{,}28\sqrt{\frac{1{,}42 \cdot 10^{19}}{2{,}17 \cdot 10^{13}}} \approx 5074\text{с} \approx 84{,}58\text{мин};$$

---

349. **Определите жесткость системы пружин при их последовательном соединении. Жесткость первой пружины 600 Н/м, а второй 400 Н/м.**

Решение



Последовательные пружины

1. При последовательном соединении пружин их деформация будет разной при одинаковой действующей силе, это обстоятельство позволяет определить общую жёсткость пружин следующим образом

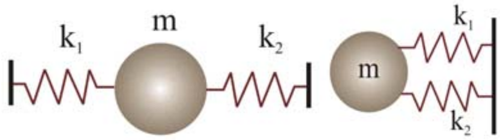
$$\Delta x_o = \Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} = \frac{F}{k_o},$$

$$k_o = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = \frac{600 \cdot 400}{1000} \approx 240\frac{Н}{м}.$$

---

350. Определите жесткость системы пружин при их параллельном соединении. Жесткость первой пружины 200 Н/м, а второй — 400 Н/м.

Решение



Параллельное соединение пружин

1. У пружин, соединённых параллельно деформации одинаковы:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x .$$

2. Сила, действующая на массу со стороны пружин, определится в виде суммы

$$F = F_1 + F_2, \quad \text{или} \quad k_0 \Delta x = k_1 \Delta x + k_2 \Delta x ,$$

$$k_0 = k_1 + k_2 = 600\frac{Н}{м};$$

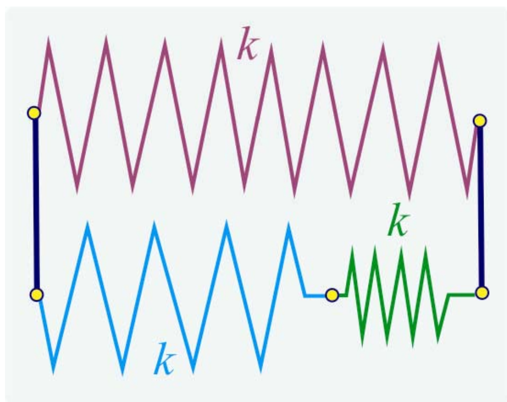
3. Запишем уравнение движения массы под действием эквивалентной пружины жёсткостью k_o, что позволит определить максимальное смещение:

$$ma = (k_1 + k_2)\Delta x_{max}, \quad \Rightarrow \quad \Delta x_{max} = ma/(k_1 + k_2).$$

---

351. К двум последовательно соединенным пружинам параллельно присоединена третья. Какова жесткость этой системы, если все пружины имеют одинаковую жесткость, равную 600 Н/м?

Решение



1. Коэффициент упругости последовательно соединённых пружин:

$$k_1 = \frac{k^2}{2k} = \frac{k}{2};$$

2. Суммарная жёсткость трёх пружин, одна из которых соединена параллельно двум другим, соединённых между собой последовательно:

$$k_0 = \frac{k}{2} + k = 1{,}5k = 900\frac{Н}{м};$$

---

352. **Под действием груза проволока удлинилась на 1 см. Этот же груз подвесили к проволоке такой же длины из того же материала, но имеющей в 2 раза большую площадь сечения. Каким будет удлинение проволоки?**

Решение

1. Удлинение проволоки описывается законом Гука:

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta\ell}{\ell},$$

где F – сила, приложенная к проволоке, S – площадь поперечного сечения проволоки, E – Модуль упругости (модуль Юнга), ℓ – длина проволоки, $\Delta\ell$ – удлинение проволоки под нагрузкой.

2. Как следует из закона Гука:

$$\Delta\ell = \frac{F\ell}{ES}; \quad \Rightarrow \quad \Delta\ell \sim \frac{1}{S},$$

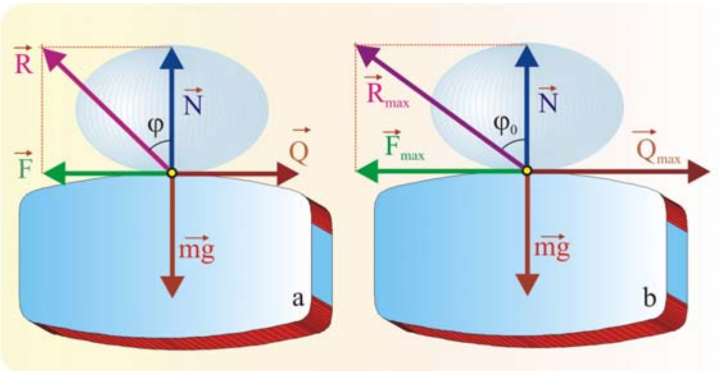
увеличение площади поперечного сечения в два раза при прочих равных условиях приводит к уменьшению в два раза удлинения.

---

353. **На шероховатой горизонтальной поверхности лежит тело массой 1 кг. Коэффициент трения скольжения тела о поверхность равен 0,1. Определите силу трения между телом и поверхностью, которая возникает при действии на тело горизонтальной силы 0,5 Н.**

Решение

1. Пусть на шероховатой поверхности в состоянии относительного покоя находится тело массой m произвольной формы. Сила тяжести $m\vec{g}$ в данном случае уравновешивается нормальной реакцией связи $\vec{N}$. Если приложить в общей точке поверхности и тела силу $\vec{Q}$, линия действия которой лежит в касательной плоскости, то состояние покоя не нарушится. Это говорит о том, что реакция опорной поверхности не сводится только к $\vec{N}$, если бы это было так, то малая по величине сила $\vec{Q}$ нарушила бы состояние равновесия. На это указывает и повседневный опыт. Чтобы сдвинуть тело с места, нужно приложить силу, превосходящую некоторое значение $\vec{Q}_{max}$. Таким образом, получается, что помимо нормальной реакции связи к телу приложена ещё одна реакция связи $\vec{F}$, которая называется силой трения скольжения



Тело на шероховатой поверхности

2. До момента возникновения скольжения тела по плоскости будет иметь место равенство

$$\vec{F} + \vec{Q} = 0.$$

3. Уравнение, в частности показывает, что величина силы $\vec{F}$ будет изменяться от нуля до некоторого максимального значения $\vec{F}_{max}$, соответствующего моменту наступления относительного скольжения (b). Величина $\vec{F}_{max}$ является мерой сопротивления скольжению данного тела по поверхности, которая рассматривается в качестве силы трения.

4. Существует три правила, которыми руководствуются при решении прикладных задач, связанных с анализом сил трения:

- Сила трения скольжения направлена всегда в сторону, противоположную возможному относительному перемещению соприкасающихся тел.
- Сила трения скольжения в состоянии покоя не может превосходить по модулю максимального значения $\vec{F}_{max}$.
- Модуль максимальной силы трения скольжения прямо пропорционален нормальной величине давления одного тела на другое, т.е. нормальной силе реакции связи

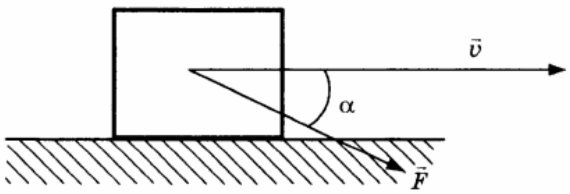
$$F_{max} = \mu N = \mu mg = 0{,}1 \cdot 1 \cdot 10 = 1H, \quad \Rightarrow \quad F_{Tp} > F,$$

следовательно, тело покоится, а сила трения по модулю равна приложенной к телу горизонтальной силе т.е.

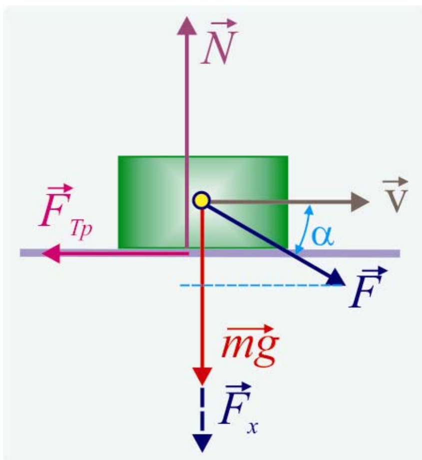
$$F_{Tp} = 0{,}5H;$$

---

354. Тело массой 1 кг движется по горизонтальной плоскости. На тело действует сила 10 Н под углом $\alpha = 30°$ к горизонту, как показано на рисунке. Коэффициент трения скольжения равен 0,4. Определите модуль силы трения.



Решение



1. Модуль силы трения:

$$\left|\vec{F}_{Tp}\right| = \mu N;$$

2. Нормальная реакция связи в данном случае определится как:

$$N = mg + F\sin\alpha;$$

$$\left|\vec{F}_{Tp}\right| = \mu\left(mg + F\sin 30^0\right);$$

$$\left|\vec{F}_{Tp}\right| = 0{,}4\left(10 + 10 \cdot 0{,}5\right) = 6\ H;$$

---

355. Груз поднимают на веревке: один раз равномерно, второй раз с ускорением, равным 20 м/с^2. Во сколько раз натяжение веревки будет больше во втором случае, чем в первом?

Решение

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= mg; \\ T_2 &= mg + ma; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{g+a}{g} = 3;$$

---

356. **Парашютист массой 80 кг спускается на парашюте с установившейся скоростью 5 м/с. Какой будет установившаяся скорость, если на том же парашюте будет спускаться мальчик массой 40 кг? Считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости парашюта.**

Решение

1. Коэффициент сопротивления парашюта:

$$m_1g - F_\tau = 0; \quad m_1g - kv_1 = 0; \quad \Rightarrow \quad k = \frac{m_1g}{v_1};$$

2. Скорость спуска с установившейся скоростью человека с малой массой:

$$m_2g - kv_2 = 0; \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{m_2g}{k} = \frac{m_2v_1}{m_1} = \frac{40\cdot 5}{80} = 2{,}5\frac{м}{с};$$

---

357. **Автобус, масса которого с полной нагрузкой 15 т, трогается с места с ускорением 0,7 м/с^2. Найдите силу тяги, если коэффициент сопротивления движению равен 0,03.**

Решение

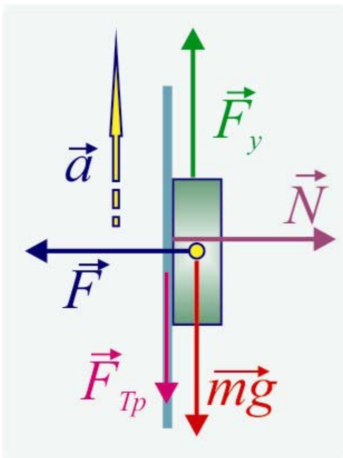
1. Уравнение второго закона Ньютона для стартующего с ускорением автобуса в проекции на направление движения:

$$F_T = ma + \zeta mg = m(a + \zeta g) = 15\cdot 10^3(0{,}7 + 0{,}3) = 15кН;$$

---

358. **Брусок массой 0,5 кг прижат к вертикальной стене с силой 10 Н. Коэффициент трения скольжения между бруском и стеной равен 0,4. Какой величины силу надо приложить к бруску, чтобы поднимать его вертикально вверх с ускорением 2 м/с^2?**

Решение



1. Уравнение второго закона Ньютона в проекции на направление ускоренного движения бруска с учётом того, что нормальная реакция связи $\vec{N}$, в данном случае вызвана действием горизонтальной силы $\vec{F}$:

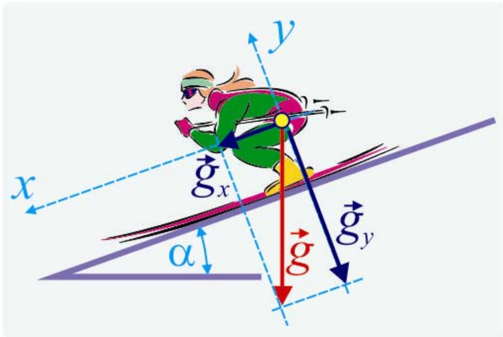
$$ma = F_y - mg - \mu F,$$

где μF – модуль силы трения, возникающей между вертикальной стенкой и бруском, F_y – вертикальная сила, необходимая для обеспечения заданного режима движения.

$$F_y = ma + mg + \mu F;$$

$$F_y = 0{,}5 \cdot 2 + 0{,}5 \cdot 10 + 0{,}4 \cdot 10 = 9Н;$$

359. **Лыжник в начале спуска с горы имел скорость 2 м/с. Спустившись по склону горы, образующей угол 30° с горизонтом, лыжник увеличил свою скорость до 12 м/с. Какое расстояние проехал лыжник под уклон? Трением пренебречь.**



Решение

1. Ввиду отсутствия трения и сопротивления ускорение лыжника составит:

$$a = g_x = g\sin\alpha;$$

2. С другой стороны ускорение может быть определено через изменение скорости:

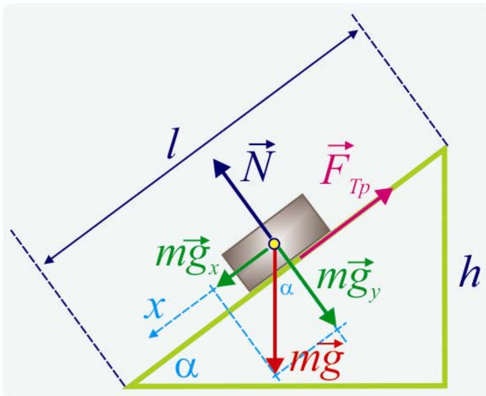
$$a = \frac{v_2 - v_1}{\tau} = g\sin\alpha; \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{v_2 - v_1}{g\sin\alpha};$$

3. Для определения расстояния, проделанного лыжником под уклон, воспользуемся кинематическим уравнением:

$$x = v_1\tau + \frac{a\tau^2}{2} = v_1 g\sin\alpha + \frac{g\sin\alpha}{2}\frac{(v_2 - v_1)^2}{g^2\sin^2\alpha} = v_1 g\sin\alpha + \frac{(v_2 - v_1)^2}{2g\sin\alpha};$$

$$x = 4 + \frac{100}{10} = 14 \text{ м};$$

360. **Тело соскальзывает с наклонной плоскости высотой 3 м и длиной 5 м. Чему равно его ускорение, если коэффициент трения 0,5?**



Решение

1. Угол наклона плоскости к горизонту:

$$\alpha = \arcsin\frac{h}{\ell} \approx 37^0;$$

2. Второй закон Ньютона в проекции на направление движения:

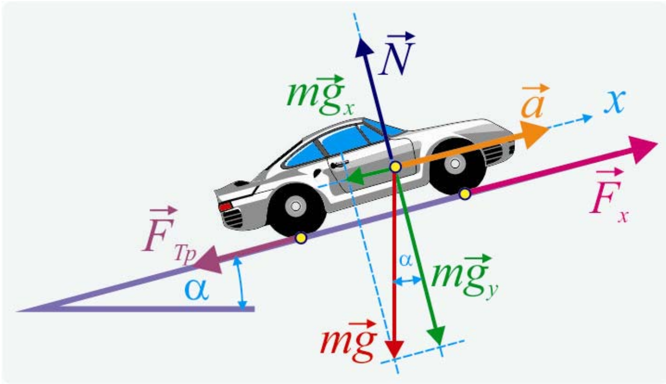
$$ma = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha;$$

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha);$$

$$a \approx 10(0{,}6 - 0{,}4) \approx 2\frac{м}{с^2};$$

361. **Автомобиль массой 4 т движется в гору с ускорением 0,2 м/с². Найдите силу тяги, если синус угла наклона горы равен 0,02, коэффициент трения 0,04.**

Решение



1. Если автомобиль переднеприводной, то сила тяги приложена к передним шинам, а сила трения к задним шинам, уравнение второго закона Ньютона в проекции на направление ускоренного движения представится следующим образом:

$$ma = F_x - \mu mg\cos\alpha - mg\sin\alpha;$$

$$F_x = m(a + \mu mg\cos\alpha + g\sin\alpha);$$

$$\alpha \approx 1{,}14^0; \quad \Rightarrow \quad \cos\alpha \approx 1;$$

$$F_x \approx 4\cdot 10^3(0{,}2 + 0{,}04\cdot 10 + 10\cdot 0{,}02) \approx 3{,}2\cdot 10^3\,H;$$

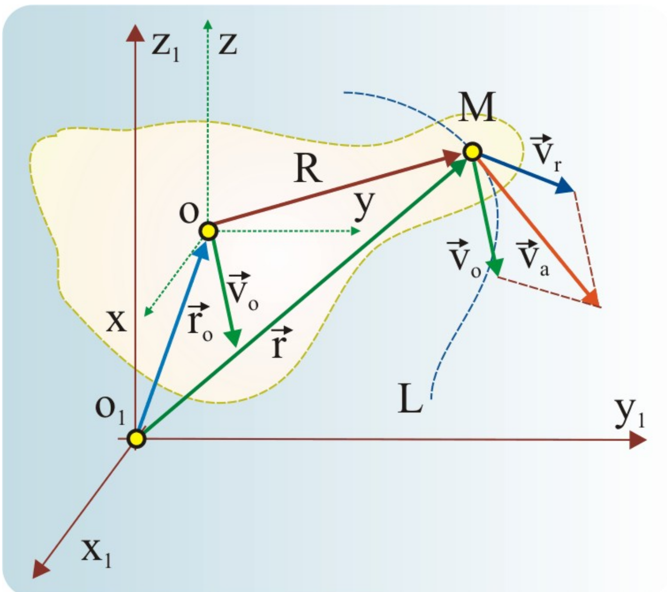
---

362. Человек массой 70 кг находится в лифте, скорость которого направлена вниз и равна 1,2 м/с. Ускорение лифта направлено вверх и равно 2 м/с^2. Определите вес человека.

Решение

1. При рассмотрении разного рода движений, как правило, полагалось, что все движения совершаются относительно неподвижных, инерциальных систем координат, связанных с Землёй, которая по Аристотелю представлялась неподвижной. Однако с древнейших времен известно, что Земля вращается вокруг своей собственной оси, обеспечивая смену дня и ночи. Времена же года обусловлены движением третьей планеты Солнечной Системы по эллиптической траектории вокруг Солнца. Кроме того, Солнечная Система вместе с Землёй вращается вокруг галактического центра.

2. Законы динамики одинаковы только в инерциальных системах отсчёта, это нетрудно показать. Рассмотрим две системы отсчёта, одна из которых, неподвижная система координат (НСК) связана с Землёй, а вторая – подвижная (ПСК), движется относительно НСК с постоянной по модулю скоростью $\vec{v}_0$. Точка М, принадлежащая некому телу, совершает относительно подвижной системы отсчёта {O,x,y,z} относительное движение. Движение подвижной системы координат относительно неподвижной системы координат {o$_1$,x$_1$,y$_1$,z$_1$} называется переносным. Движение точки М относительно неподвижной системы координат называется абсолютным.



Относительное движение

3. Движение точки M принято называть составным, потому что его можно разложить на два более простых движения, этот приём использовался ранее при разложении плоского движения колеса на поступательное движение центра масс и вращение вокруг центра масс.

4. Пусть движение точки M, принадлежащей твёрдому телу, задано в координатной форме тремя стандартными уравнениями:

$$\{x = f_1(t); \quad y = f_2(t); \quad z = f_3(t).$$

5. Если из этих уравнений исключить время t, то получим уравнение траектории L относительного движения. Проекции относительной скорости $\vec{v}_r$ определятся в виде производных

$$\begin{cases} v_{rx} = \dfrac{dx}{dt}; \quad v_{ry} = \dfrac{dy}{dt}; \quad v_{rz} = \dfrac{dz}{dt}. \end{cases}$$

6. Уравнения дают основание разложить вектор относительной скорости по подвижным осям координат ПСК

$$\vec{v}_r = v_{rx}\vec{i} + v_{ry}\vec{j} + v_{rz}\vec{k} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}.$$

Положение точки относительно НСК можно представить в виде суммы радиус-векторов

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{R},$$

но, как видно из построений:

$$\vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

что даёт основание переписать уравнение в виде

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

7. Принимая в данном случае единичные векторы $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ неизменными, при дифференцировании векторного уравнения можно получить уравнение абсолютной скорости точки M

$$\vec{v}_a = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}_0}{dt} + \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}.$$

Абсолютная скорость точки представится следующим образом

$$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r.$$

Таким образом, ели переносное движение является поступательным, то абсолютная скорость точки представляется геометрической суммой переносной и относительной скоростей этой точки.

Для ускорений точки уравнение получается после дифференцирования по времени уравнения абсолютной скорости

$$\vec{a}_a = \frac{d\vec{v}_a}{dt} = \frac{d\vec{v}_0}{dt} + \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k},$$

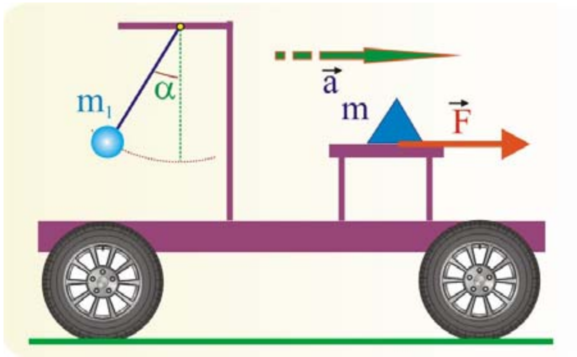
или

$$\vec{a}_a = \vec{a}_0 + \vec{a}_r.$$

8. Полученные уравнения, по сути, являют собой принцип относительности Галилея, на основании которого все законы Ньютона, в любой инерциальной системе отсчёта будут иметь идентичные формы, т.е. не будут отличаться, что указывает на равноправность таких систем.

Если же переносное движение будет ускоренным, то первый и второй закон Ньютона в традиционной форме не применимы.

9. Рассмотрим, движущуюся с постоянным ускорением $\vec{a}$ платформу, на которой расположены два тела массами m и m_1, причём тело массой m покоится на подложке, а тело массой m_1 повешено на невесомой и нерастяжимой нити.



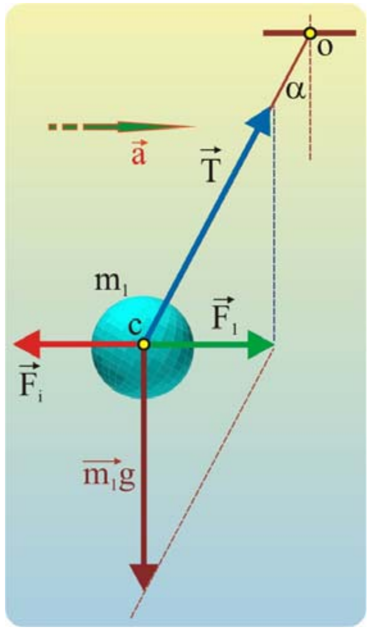
Ускоренное переносное движение

10. На покоящийся предмет, движущейся вместе с платформой с ускорением $\vec{a}$, действует сила трения $\vec{F}$. Тело, висящее на нити, при ускоренном движении платформы отклоняется от положения статического равновесия, которое характеризуется отклонением нити подвеса на угол α, при этом

$$\vec{F}_1 = m_1\vec{a}, \quad F_1 = mgtg\varphi.$$

11. Тело, подвешенное на нити и отклонённое от положения равновесия, находится под действием силы тяжести $m\vec{g}$ и силы натяжения нити $\vec{T}$. Геометрическая сумма этих сил образует, так называемую возвращающую силу $\vec{F}_1$, которая стремится вернуть масса m_1 в положение статического равновесия, когда нить подвеса занимает вертикальное положение.

12. Поскольку под действием силы $\vec{F}_1$ тело не возвращается в состояние равновесия, а остаётся в отклонённом состоянии, то это значит, что на тело действует ещё одна сила, равная по модулю силе $\vec{F}_1$ и противоположная ей по направлению. В этом случае говорят о силе инерции $\vec{F}_i$, которая не является результатом взаимодействия тел, а представляется как следствие ускоренного движения тела. Использование понятия таких сил позволяет использовать для ускоренно движущихся тел первый и второй законы Ньютона.



Возникновение силы инерции

13. В общем случае для несвободной материальной точки массой m, находящейся под действием активной силы $\vec{F}$ и движущейся с ускорением $\vec{a}$, второй закон Ньютона представляется следующим образом

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{N},$$

где $\vec{N}$ – сила реакции связи. Перепишем уравнение в следующем виде

$$\vec{F} + \vec{N} + (-m\vec{a}) = 0,$$

и введём следующее обозначение:

$$-m\vec{a} = \vec{F}_i.$$

14. Уравнение второго закона Ньютона представится следующим образом

$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_i = 0. *$$

15. **Сила $\vec{F}_i$, равная по модулю произведению массы материальной точки на её ускорение и направленная в сторону противоположную ускорению, называется силой инерции точки.**

16. Соотношение (*) является математическим выражением принципа Даламбера для несвободной материальной точки: Во всякий момент движения материальной точки, приложенные к ней активная сила и сила реакции связи, как бы уравновешиваются условно приложенной к этой точке её силой инерции. Реально никакого уравновешивания не наблюдается, т.к. в ньютоновском понимании сил на точку действуют только две силы, активная сила $\vec{F}$ и реакция связи $\vec{N}$, поэтому условие равновесия, получаемое в результате описанного действа, является воображаемым. Принцип Даламбера являет собой весьма удобный приём при решении первой задачи динамики, когда по заданным уравнениям движения и массе необходимо находить систему действующих сил. Принцип Д Аламбера позволяет упростить процесс составления уравнений движения точки.

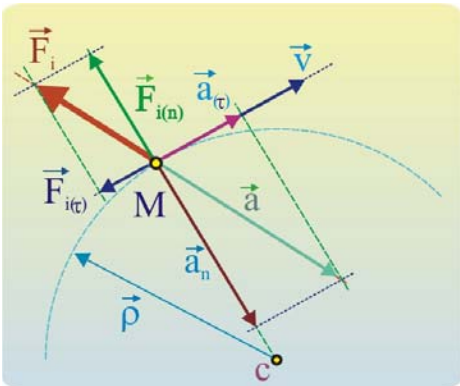
17. Если точка движется по криволинейной траектории, то силу инерции по аналогии с ускорением удобно представлять в виде двух взаимно перпендикулярных составляющих: касательную (тангенциальную) силу инерции

$$\vec{F}_{i(\tau)} = -m\vec{a}_\tau,$$

направленную противоположно тангенциальной составляющей ускорения и нормальную (центробежную) силу инерции

$$\vec{F}_{i(n)} = -m\vec{a}_n,$$

вектор которой противоположен по направлению вектору нормального (центростремительного) ускорения. Уравнениям можно придать иной вид:



Сила инерции при вращении

$$\left|\vec{F}_{i(\tau)}\right| = m\left|\frac{d\vec{v}_\tau}{dt}\right|; \quad \left|\vec{F}_{i(n)}\right| = \frac{mv_\tau^2}{\rho}.$$

18. При решении практических задач силы инерции удобно представлять в виде проекций на оси координат

$$\begin{cases} F_{ix} = -ma_x = -m\dfrac{d^2x}{dt^2}; \quad F_{iy} = -ma_y = -m\dfrac{d^2y}{dt^2}; \quad F_{iz} = -ma_z = -m\dfrac{d^2z}{dt^2}. \end{cases}$$

19. Понятие сил инерции появилось в механике не вдруг и не сразу. Дискуссии о них до настоящего времени ведутся в среде специалистов. Слово инерция в переводе с латинского буквально обозначает «покой» или «бездействие». Все заморочки, возникающие с понятием инертности связаны с тем, что не всё понятно с массой, которая, как известно, является мерой инертности. Природа массы к настоящему времени не вполне ясна. Принято считать, и не более того, что масса элементарной частицы на качественном уровне определяется комплексом физических полей. О силах инерции начали рассуждать в Древней Греции. Именно там впервые появился термин «механе», который обозначал подъёмную машину в театре, предназначенную для транспортировки на сцену актёров, играющих роли древнегреческих богов. В работах Аристотеля можно усмотреть первые элементы динамики, хотя само понятие движения было расплывчатым. Направление движения, как правило не рассматривалось, акцент делался на анализ начального и конечного положения движущихся объектов. Так, например, Аристотель полагал, что движение, это изменение места. Эта сентенция натурфилософа приводила к некоторой двусмысленности. Следует ли вращение по круговой траектории считать движением, ведь, по сути, место то не меняется? Конечную и начальную точку в этом случае, не рассматривая направления движения задать затруднительно.

20. Аристотель, как уже отмечалось во введении, все движения делил на естественные и насильственные. Естественные движения, по его мнению, протекали сами собой, без воздействия сторонних сил. Насильственные движения непременно протекали в присутствии «двигателя», который, собственно, и инициировал само движение. Двигатель Аристотель располагал либо в самом исследуемом теле либо в непосредственном контакте с ним. В современном представлении естественное движение может быть истолковано, как движение по инерции. Но Древние Греки были иного мнения. Естественное движение происходило исключительно для того, чтобы тяжёлые тела занимали свои естественные места, например, на поверхности Земли. Лёгкие тела, типа огня, стремились занять своё естественное положение, как можно дальше от поверхности земли в небесах. При этом естественные движения тяжёлых тел полагались прямолинейными, имеющими начальное положение и конечное, а для небес отводилось более совершенное круговое движение. Кстати по началу даже Галилей, открывший закон инерции считал, что движение по инерции непременно должно быть круговым. Открытый закон инерции Галилей воспринимал, прежде всего, в виде его приложения к движению небесных тел, хотя позже, после открытия Ньютоном закона гравитации, оказалось, что небесные тела движутся по замкнутым траекториям вследствие действия на них гравитационных сил.

21. Впервые близкое к современным понятиям определение было сделано Ньютоном, которое в переводе с латыни А.Н. Крылова звучит следующим образом: «Врождённая сила материи, есть присущая ей способность сопротивления, по которой всякое отдельно взятое тело, поскольку оно предоставлено само себе, удерживает своё состояние покоя или равномерного прямолинейного движения».

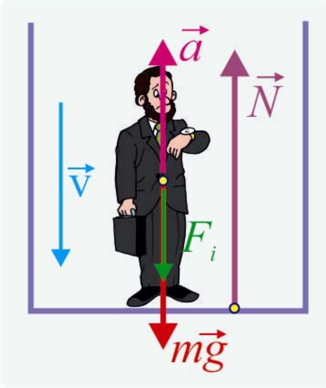
22. Следует иметь в виду, что бытовое употребление термина «движется по инерции» не всегда точно отражает суть происходящего. Говоря, например, о движении автомобиля с выключенным сцеплением или о качении бильярдного шара по поверхности игрового стола, нельзя считать движение инерциальным, т.к. в обоих случаях на движущиеся объекты всё-таки действуют силы трения и сопротивления.

23. Проявление сил инерции существенно отлично от проявления сил в их обычном понимании, поэтому на протяжении длительного времени даже в специальной литературе при употреблении определения «сила инерции» происходила путаница. Ясность внёс Д Аламбер, в свеем трактате, названном в духе того времени исчерпывающе «Динамика: Трактат в котором законы равновесия и движения тел сводятся к возможно меньшему числу и доказываются новым способом и в котором излагается общее правило для нахождения движения нескольких тел, действующих друг на друга произвольным образом». В трактате был специальный раздел, посвящённый силам инерции «О силе инерции и вытекающих из неё свойствах движения». Д Аламбер утверждал, совершенно справедливо, что пело приведенное в движение произвольной причиной, непременно должно двигаться равномерно и прямолинейно, пока следующая причина не выведет его из такового состояния.

24. Французский математик и механик Лагранж (1736 – 1813) в классическом произведении «Аналитическая механика» сформулировал общий принцип подхода а анализу движения механических систем, взяв за основу принцип Д Аламбера. Суть принципа такова: «При движении системы с идеальными связями (т.е. такими, реакции которых не могут произвести работы,– без трения, без потерь энергии в этих связях) а каждый момент времени сумма элементарных работ всех активных сил (т.е. не реакций связи) и всех сил инерции на любом возможном перемещении системы будет равна нулю». Силы инерции и производимую ими работу Лагранж считал фиктивными, вводимыми исключительно из удобства анализа. Силу инерции Лагранж считал свойством тел. Принцип Лагранжа в своё время подвергся критике фи-

лософов. Лагранж, по их мнению, предлагал решать задачи динамики методами статики, которая сама является частным случаем динамики, вот такое философическое несоответствие.

25. Несмотря на ясность общих теоретических принципов, дискуссия о силах инерции продолжается. В основном консенсуса, выражаясь в политических терминах, не находят теоретики и инженеры. При инженерных расчетах машин и механизмов конструкторы считают силы инерции реальными силами и учитывают их наряду с прочими при определении прочностных характеристик. И что характерно, хорошо всё получается.



26. В соответствии с принципом Даламбера при добавлении к ньютоновским силам сил инерции (в данном случае $\vec{F}_i = -m\vec{a}$) можно для определения веса тела применить второй закон Ньютона:

$$N = mg + ma = m(g + a);$$

$$N \approx 70(10 + 2) \approx 840H;$$

---

363. **Мюнхгаузен говорил: «Я принадлежу к числу тех людей, которые умеют изменять свой вес почти мгновенно: для этого мне достаточно войти в кабину лифта и нажать кнопку. Каков мой вес в тот момент, когда скорость лифта направлена вверх и равна 1 м/с, а ускорение направлено вниз и равно 1,8 м/с^2? Моя масса 80 кг».**

Решение

1. В соответствии с принципом Даламбера второй закон Ньютона применительно к заданным Мюнхгаузеном условиям запишется следующим образом:

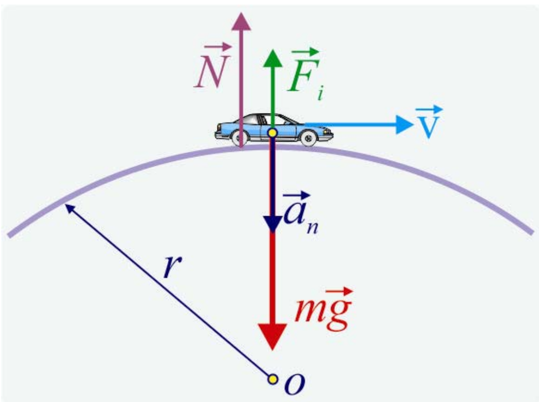
$$N = mg - ma = m(g - a);$$

$$N \approx 80(10 - 1{,}8) \approx 656H;$$

---

364. **Автомобиль массой 5 т движется с постоянной по модулю скоростью 36 км/ч по выпуклому мосту радиуса 100 м. Определите вес автомобиля в его верхней точке.**

Решение



1. В соответствии с принципом Даламбера второй закон Ньютона применительно к автомобилю, движущемуся по выпуклому мосту с постоянной по модулю скоростью и нормальным ускорением, запишется следующим образом:

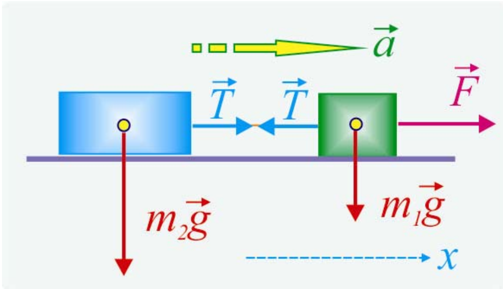
$$N = mg - ma_n = m\left(g - \frac{v^2}{r}\right);$$

$$N \approx 5 \cdot 10^3\left(10 - \frac{10^2}{10^2}\right) \approx 45кH;$$

---

365. **Два груза массами 2 кг и 4 кг, лежащие на гладкой горизонтальной поверхности, связаны нерастяжимой и невесомой нитью. Первый груз начинают тянуть с помощью равномерно возрастающей силы. Когда сила достигает значения 12 Н, нить обрывается. Чему равно в этот момент значение силы натяжения?**

Решение



1. Линейно возрастающая сила обеспечивает ускоренное движение тел. Система уравнений, описывающих такое движение:

$$\left.\begin{array}{l} m_2 a = T; \\ m_1 a + m_2 a = F; \end{array}\right\}$$

2. Определим ускорение тел в момент обрыва нити:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2};$$

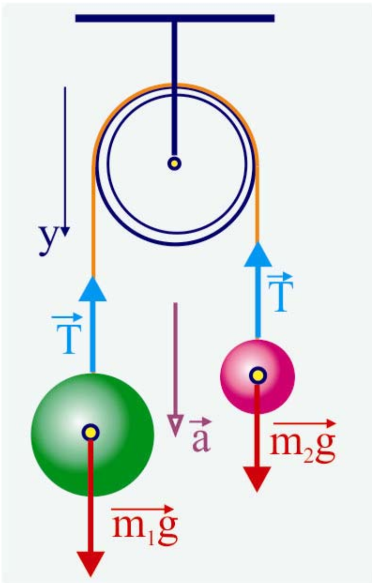
3. Сила натяжения нити определится при подстановке значения ускорения в первое уравнение системы:

$$T = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2} = \frac{4 \cdot 12}{6} = 8H;$$

---

366. **На шнуре, перекинутом через неподвижный блок, помещены грузы массами 0,3 кг и 0,2 кг. Какова сила натяжения шнура во время движения?**

Решение



1. Поскольку $m_1 > m_2$, то ускоренное движение будет протекать в положительном направлении вертикальной оси. Запишем для каждого груза уравнение второго закона Ньютона в проекции на вертикальную ось с учётом того что, ввиду невесомости и нерастяжимости нити и отсутствия трения нити о блок $T_1 = T_2 = T$

$$\left.\begin{array}{l} m_1 g - T = m_1 a; \\ -T + m_2 g = -m_2 a; \end{array}\right\}$$

2. Из первого уравнения системы выразим натяжение T

$$T = m_1 g - m_1 a,$$

и подставим это значение во второе уравнение

$$-m_1 g + m_1 a + m_2 g = -m_2 a,$$

$$a(m_1 + m_2) = g(m_1 - m_2),$$

$$a = \frac{g(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}.$$

3. Определим натяжение нити, подставив значение ускорения в выражение для силы натяжения нити:

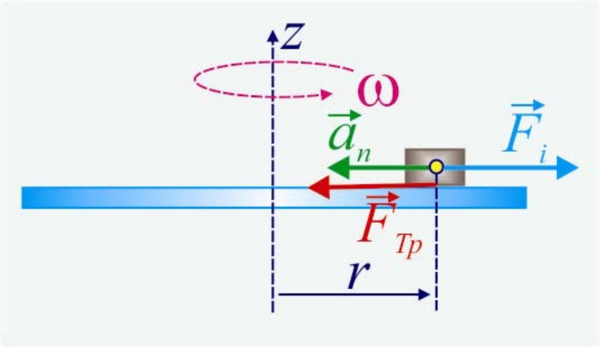
$$T = \frac{m_1^2 g + m_1 m_2 g - m_1^2 g + m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{2 m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}.$$

$$T = \frac{2 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}2 \cdot 10}{0{,}5} = 2{,}4H;$$

---

367. **Диск вращается в горизонтальной плоскости с угловой скоростью 3 рад/с. На расстоянии 30 см от оси вращения на диске лежит небольшое тело массой 50 г. Определите силу трения, которая удерживает тело на диске.**

Решение



1. Линейная скорость вращающегося тела:

$$v = \omega r;$$

2. Нормальное ускорение тела:

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r;$$

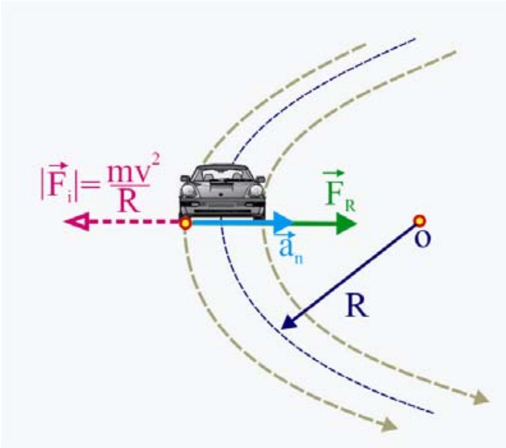
3. Условие равновесия тела на вращающемся диске:

$$\vec{F}_i + \vec{F}_{Tp} = 0; \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{F}_{Tp}\right| = m\omega^2 r = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 9 \cdot 0{,}3 = 0{,}135H;$$

---

368. **На горизонтальной дороге автомобиль массой 1 т делает разворот радиусом 9 м. Определите силу трения, действующую на автомобиль, если он движется со скоростью 6 м/с.**

Решение



1. В соответствии с принципом Даламбера второй закон Ньютона применительно к автомобилю, движущемуся по криволинейному участку траектории с постоянной по модулю скоростью и нормальным ускорением, запишется следующим образом:

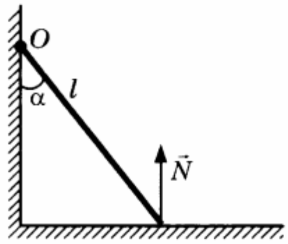
$$\frac{mv^2}{R} = F_R;$$

2. Равенство по модулю силы трения и силы инерции обеспечивает нахождение автомобиля на стационарной круговой траектории:

$$F_R = \frac{10^3 \cdot 36}{9} = 4 \cdot 10^3 H;$$

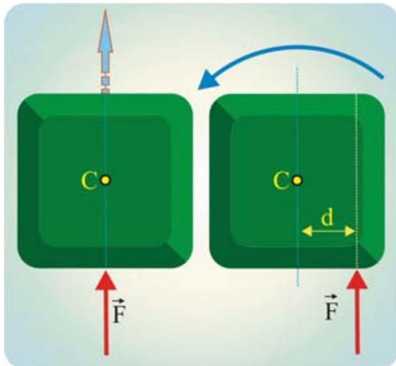
---

369. Однородная лестница массой m и длиной l опирается на стену, образуя с ней угол α (см. рис.). Найдите плечо силы реакции опоры N, относительно точки O.



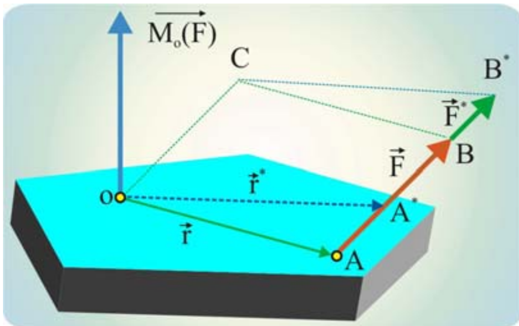
Решение

1. Практика показывает, что одна и та же сила, будучи приложенной, в разных точках механической системы, вызывает различные типы движений. Если линия действия силы проходит через центр масс системы, то следует ожидать возникновения поступательного движения. В случае смещения линии действия силы на некоторое расстояние d, движение системы будет иметь вращательную составляющую относительно оси, проходящей через центр, перпендикулярно плоскости чертежа.



Движение под действием сил

2. Действие силы на механическую систему или твёрдое тело, таким образом, исчерпывающе характеризуется тремя величинами: **модулем, направлением и линией действия.** Все три величины можно объединить в одну, введя понятие **момента силы**. Необходимо отметить, что моменты сил можно определять относительно центра (некой характерной точки) и оси, причём эти понятия связаны друг с другом, но не являются эквивалентными. Их следует различать. Момент силы относительно центра является величиной векторной, момент той же силы относительно оси представляется скалярной величиной, потому, что, по сути, представляется проекцией вектора момента силы на эту ось.



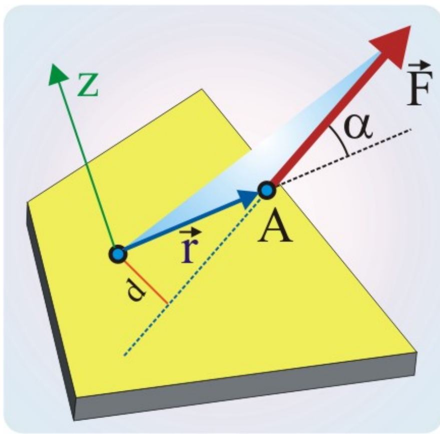
Момент силы относительно центра

3. Пусть в точке A характеризуемой радиус-вектором $\vec{r}$, приложена сила $\vec{F}$. Момент этой силы относительно центра O определится в виде векторного произведения

$$\vec{M}_O(\vec{F}) = (\vec{r} \times \vec{F}),$$

$$|\vec{M}_O(\vec{F})| = |\vec{r}||\vec{F}|\sin(\vec{r};\vec{F}).$$

4. Момент силы $M_o(\vec{F})$ не изменится, если точку приложения силы $\vec{F}$ перенести в любую точку, лежащую на линии её действия. Если точку приложения силы переместить в A*, которая охарактеризуется радиус-вектором $\vec{r}^*$, то образуются два параллелограмма с одинаковыми площадями т.к. они имеют общее основание



Момент силы относительно оси

и одинаковые высоты. Это обстоятельство даёт возможность переносить силу по линии её действия, при этом момент силы не изменяется.

5. Вектор $\vec{M}_O(\vec{F})$ направлен перпендикулярно плоскости, в которой располагаются векторы $\vec{F}$ и $\vec{r}$, направление вектора момента силы определяется по правилу правого винта. Направление момента силы относительно точки можно определять по правилу Н.Е. Жуковского: вектор момента силы относительно неподвижного центра направлен перпендикулярно к плоскости, в которой лежат сила и центр O, таким образом, что с его конца можно видеть стремление силы вращать тело против движения часовой стрелки.

6. Момент силы относительно оси определяется в виде произведения модуля действующей силы на плечо, т.е. на кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью, относительно которой определяется момент. Если сила $\vec{F}$ приложена в точке A и требуется определить момент этой силы относительно оси z, то необходимо провести линию действия силы (голубая пунктирная линия) и найти **кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью, т.е. расстояние d, которое называется плечом силы** $\vec{F}$

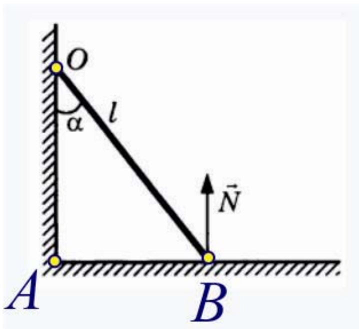
$$d = |\vec{r}|\sin\alpha .$$

7. Момент силы считается положительным, если он стремится вращать тело или систему материальных точек против часовой стрелки. Отрицательным считается момент силы, стремящийся поворачивать тело в направлении, совпадающем с ходом часовой стрелки

$$M_z(\vec{F}) = |\vec{F}||\vec{r}|\sin\alpha = \pm Fd .$$

8. Плечо силы применительно к данной задаче:

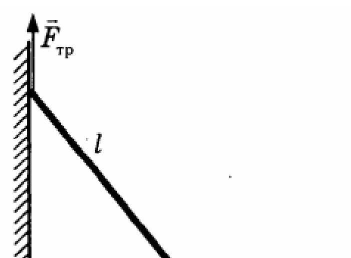
$$d = AB = \ell\sin\alpha;$$

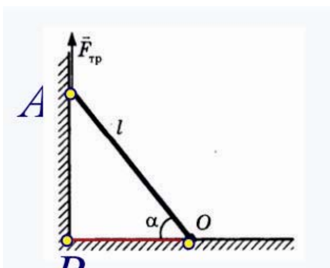


---

370. **Однородная лестница массой m и длиной l опирается на стену, образуя с полом угол α (см. рис.). Найдите момент силы трения $F_{тр}$, относительно точки O.**

Решение





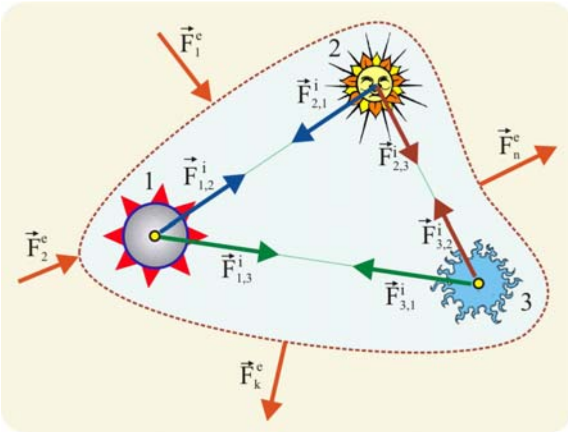
$$|M_O(\vec{F}_{Тр})| = F_{Тр}OB = F_{Тр}\ell\cos\alpha;$$

---

371. **Два малых по размеру груза массами 4 кг и 2 кг скреплены невесомым стержнем длиной 60 см. Определите, на каком расстоянии от центра стержня находится центр тяжести такой системы.**

Решение

1. Механической системой называется совокупность взаимодействующих между собой материальных точек или тел. Вследствие взаимодействия точек положение и движение каждой из них зависит от положения и движения остальных. Определение количества точек или тел, входящих в состав данной системы определяется исходя из удобства решения, поставленной задачи.



Система материальных точек

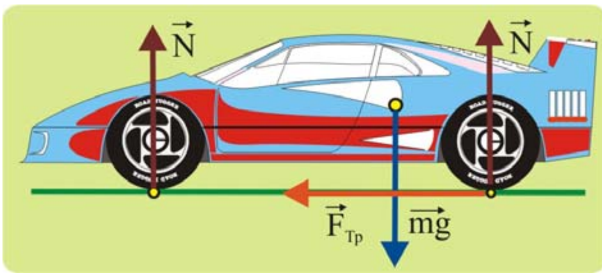
2. Рассмотрим простейшую механическую систему, состоящую всего из трёх материальных точек, на которые, в общей сложности, действуют десять сил. Все эти силы целесообразно поделить на две категории. Силы, вызванные взаимодействием точек системы между собой объединить понятием **внутренние силы** данной системы. На основании третьего закона Ньютона, все шесть внутренних сил проявляются попарно, причём можно выделить силы с одинаковыми модулями (силы действия и противодействия равны по модулю, и направлены в противоположные стороны). Внутренние силы принято обозначать верхним индексом i. Силы, вызванные взаимодействием данной системы с внешними объектами, называются внешними силами и обозначаются верхним индексом e.

3. Для внутренних сил, на основании третьего закона Ньютона можно записать следующие соотношения

$$\begin{cases} \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{2,1} = 0, \\ \vec{F}_{2,3} + \vec{F}_{3,2} = 0, \\ \vec{F}_{1,3} + \vec{F}_{3,1} = 0, \end{cases} \Rightarrow \quad \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{2,1} + \vec{F}_{1,3} + \vec{F}_{3,1} + \vec{F}_{2,3} + \vec{F}_{3,2} = 0 .$$

4. Уравнение внутренних сил распространяется на механические системы любой сложности. Геометрическая сумма (главный вектор) всех внутренних сил любой механической системы равна нулю

$$\vec{R}^i = \sum_{k=1}^{k=n} \vec{F}_k^i = 0 .$$



Система сил, действующих на автомобиль

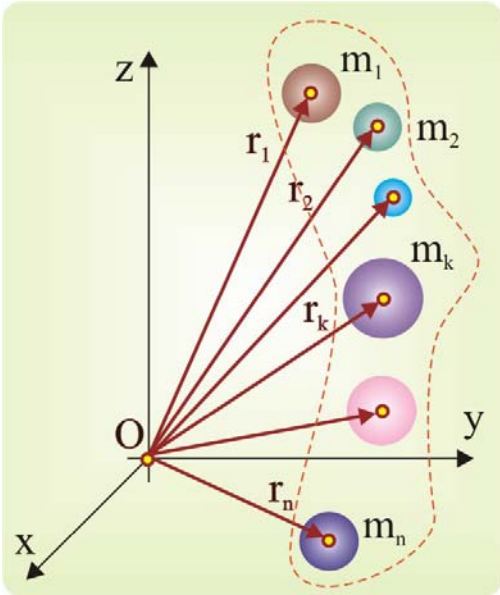
5. На рис. показаны силы, действующие на движущийся заднеприводной автомобиль. Силы, перемещающие поршни двигателя в цилиндрах, силы возникающие при преобразовании возвратно поступательного движения поршней во вращательное движение коленчатого вала, силы сопутствующие трансформацию вращение на приводные колёса, по сути своей являются внутренними силами, возникающими вследствие взаимодействия отдельных элементов механической системы – автомобиль. Внешней силой является только сила трения. Не трудно себе представить, что произойдёт, если транспортное средство поставить на гладком льду. При отсутствии достаточного сцепления автомобиль не стронется с места, несмотря на то, что двига-

тель будет исправно работать, колёса будут вращаться, но это всё проявления внутренних сил, которые обеспечить изменение импульса не в состоянии.

6. Движение механической системы, наряду с действующими силами, определяется её массой и распределением масс в пределах рассматриваемой системы. Масса механической системы определяется в виде алгебраической суммы масс всех точек или тел, входящих в состав рассматриваемой системы

$$M = \sum_{k=1}^{k=n} m_k .$$

7. Распределение масс внутри механической системы характеризуется положением центра масс, или центра инерции системы. Положение центра масс относительно выбранной системы отсчёта определяется радиус-вектором $\vec{r}_C$ численно равным отношению произведения масс всех точек системы m_k на их радиус-векторы $\vec{r}_k$ к массе всей системы



Центр масс системы

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{k=1}^{k=n} m_k \vec{r}_k}{M} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{k=n} m_k \vec{r}_k .$$

8. Центр масс представляет собой условную геометрическую точку, в которой сосредоточена масса всей системы. Формула показывает, в частности, что положение центра масс системы зависит только от величин и распределения масс, составляющих данную систему, и не зависит от внешних сил, под действием которых она движется или находится в состоянии статического равновесия.

9. Вблизи земной поверхности центр масс совпадает с центром тяжести, в чём легко убедиться, умножив числитель и знаменатель уравнения на ускорение силы тяжести

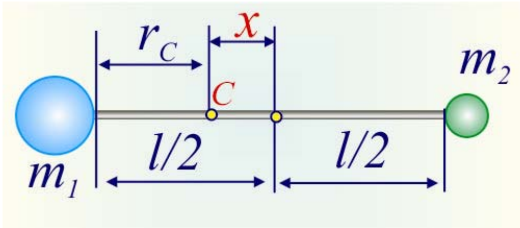
$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{k=1}^{k=n} m_k g \vec{r}_k}{Mg} = \frac{1}{Mg}\sum_{k=1}^{k=n} m_k g \vec{r}_k ; \quad \vec{r}_C = \frac{\sum_{k=1}^{k=n} p_k \vec{r}_k}{P} .$$

Уравнение справедливо не во всех случаях, т.е. не во всех случаях понятия центра масс и центра тяжести совпадают. Понятие центра тяжести применимо к неизменяемым системам, например к твёрдым телам.

10. Как и всякий другой радиус-вектор центра масс может быть представлен в виде проекций на оси декартовой системы координат

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{1}{M}\sum_{k=1}^{k=n} m_k x_k ; \\ y_C = \dfrac{1}{M}\sum_{k=1}^{k=n} m_k y_k ; \\ z_C = \dfrac{1}{M}\sum_{k=1}^{k=n} m_k z_k . \end{cases}$$

11. Рассмотрим заданную по условию задачи механическую систему, состоящую из двух точечных масс, соединённым с невесомым стержнем:



$$m_1 r_C = m_2(\ell - r_C);$$

$$m_1 r_C + m_2 r_C = m_2\ell; \quad r_C = \frac{m_2\ell}{m_1 + m_2} = 0{,}2\text{м};$$

12. Расстояние от центра стержня до центра масс системы:

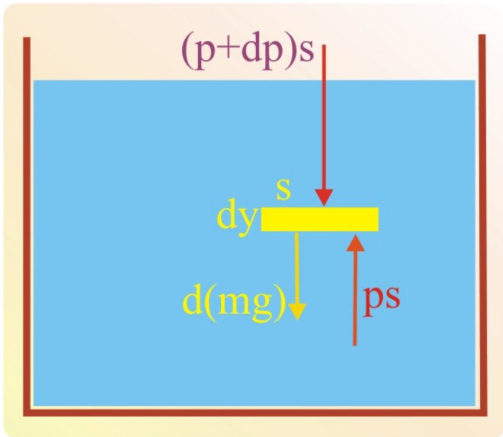
$$x = \frac{\ell}{2} - r_C = 0{,}1\text{м};$$

---

372. Вода массой 100 кг в водопаде скользит вдоль отвесной скалы, соприкасаясь с поверхностью площадью 3 м^2. Какое давление оказывает вода?

Решение

1. Гидростатика и аэростатика изучают процессы равновесия жидкости и газа и их воздействие на погруженные тела. При сжатии или растяжении газов и жидкостей (сплошных сред) в них возникают силы упругости, которые уравновешивают внешнее воздействие. При изменении геометрической конфигурации жидкостей и газов силы упругости не возникают. Газы и жидкости обладают только объёмной упругостью, т.е. упругая реакция возникает только при изменении объёма, но не при изменении формы этого объёма. Характерной особенностью упругих напряжений является их перпендикулярность площадке, к которой приложены распределённые силы, т.е. силы, действующие не в фиксированной точке, а в пределах некоторой площади



Определение давления в безграничной жидкости

$$\sigma_n = -p\vec{n},$$

где p – давление, определяемое как сила, отнесённая к площади её действия, $\vec{n}$ – внешняя нормаль к этой поверхности. Давление, таким образом, определяется как

$$p = \frac{F}{s}, \quad [p] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па} = \frac{\text{кг}}{\text{м}\cdot\text{с}^2}.$$

2. Давление в жидкостях и газах в равновесном состоянии подчиняется закону Блеза Паскаля (1623 – 1662): **в состоянии равновесия давление p не зависит от ориентации площадки, на которую оно действует**.

3. Выделим в безграничном объёме жидкости элементарный объём толщиной dy и рассмотрим условие его равновесия. На выделенный объём жидкости действует система трёх сил

$$\{F_1 = (p + dp)s; \quad F_2 = ps; \quad d(mg)\},$$

под действием которой равновесие элементарного объёма можно представить следующим уравнением

$$ps-(p+dp)s+\rho gsdy=0,$$

где ρ – плотность жидкости, sdy – объём выделенного элемента. Преобразуем последнее уравнение

$$ps-ps+dps=-\rho gsdy,$$

или, после очевидных сокращений:

$$\frac{dp}{dy}=-\rho g.$$

4. Уравнение определяет изменение давления с высотой, знак минус показывает, что с уменьшением высоты столба жидкости или газа гидростатическое давление уменьшается. Разделим в последнем уравнении переменные и проинтегрируем

$$dp=-\rho gdy, \quad \Rightarrow \quad \int_{p_1}^{p_2}dp=-\rho g\int_{y_1}^{y_2}dy,$$

$$p_2-p_1=-\rho g(y_2-y_1).$$

5. Если величину давления p_2 принять за нулевой уровень, а почему бы и нет, то уравнение можно переписать следующим образом

$$p=p_0+\rho g(y_2-y_1)=p_0+\rho gh.$$

6. Закон Паскаля успешно объяснил целый ряд гидростатических эффектов. Так, например, если жидкость в сосуде вращается, то гидростатическое давление определится уравнением

$$p=p_0+\rho gh+\frac{\rho\omega^2r^2}{2},$$

где p_0 – внешнее давление, приложенное к поверхности жидкости, ω – угловая частота вращения, r – расстояние до оси вращения. Это уравнение, в частности, показывает, что поверхность вращающейся жидкости в равновесном состоянии не может быть горизонтальной, т.к. вращательная составляющая давления пропорциональна расстоянию до оси вращения в квадрате. Поверхность будет иметь в профиль вид параболы.

7. Таким образом, в соответствии с законом Блеза Паскаля слой воды, стекающий по вертикальной стенке, не будет оказывать на неё гидростатического давления. Кроме того:

$$dp=-\rho g_x dy; \quad g_x=0; \quad \Rightarrow \quad dp=0;$$

---

373. **Масса столика на четырёх ножках 4 кг. Какое давление оказывает столик на пол, если площадь каждой ножки 4 см^2?**

Решение

$$p=\frac{F_1}{S}=\frac{0{,}25mg}{S}=\frac{0{,}25\cdot 4\cdot 10}{4\cdot 10^{-4}}=25\text{кПа};$$

---

374. **В цистерне имеется на дне квадратная пробка со стороной 4 см. С какой силой будет действовать нефть на пробку, если уровень нефти в цистерне равен 2 м? Плотность нефти 800 кг/м^3.**

Решение

$$F=pS=\rho ghS=800\cdot 10\cdot 2\cdot 16\cdot 10^{-4}=25{,}6\text{Н};$$

---

375. Аквариум 20 см × 40 см и высотой 50 см заполнили полностью водой. Определите силу давления воды на дно аквариума. Плотность воды 1000 кг/м^3.

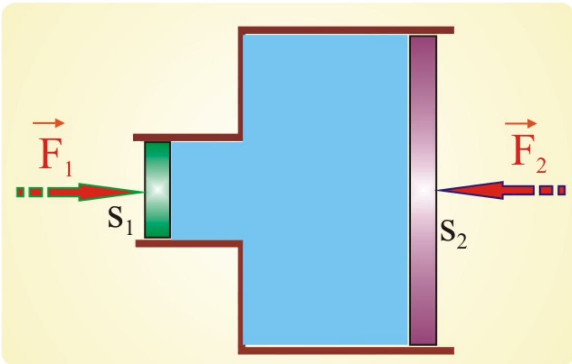
Решение

$$F = pS = \rho ghS = 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}5 \cdot 8 \cdot 10^{-2} = 400\ \text{Н};$$

---

376. При подъёме груза массой 2 т с помощью гидравлического пресса была совершена работа 40 Дж, при этом малый поршень сделал 10 ходов, перемещаясь за один ход на 10 см. Во сколько раз площадь большего поршня больше площади малого?

Решение



Гидравлический пресс

1. Принцип действия гидравлического пресса так же основан на проявлении обсуждаемого закона. Если между двумя поршнями, большим и малым поместить жидкость и прикладывать к поршням силы, оставляя систему в равновесии, то вследствие закона Паскаля

$$F_1 s_1 = F_2 s_2, \quad \Rightarrow \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{s_1}{s_2},$$

т.е. действие малой силы на больший по площади поршень, способно инициировать большую силу на поршне с малой площадью.

2. Уравнение лежит в основе действия гидравлических тормозов современных автомобилей, состоящих из относительно большого по площади поршня, привод которого соединён с педалью тормоза и одного или нескольких малых поршней, прижимающих фрикционные элементы к колодкам или дискам.

3. Работа, совершаемая при единичном ходе насоса:

$$\delta A = \frac{A}{n};$$

4. Сила, развиваемая малым поршнем насоса:

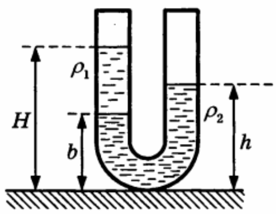
$$F_1 = \frac{\delta A}{\delta x} = \frac{A}{n\delta x};$$

5. Отношение площадей поршней:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{mg}{F_1} = \frac{mg\delta xn}{A} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}1 \cdot 10}{40} = 500;$$

---

377. В широкую U-образную трубку с вертикальными прямыми коленами налиты керосин плотностью ρ_1 = 800 кг/м^3 и вода плотностью ρ_2 = 1000 кг/м^3 (см. рис.). На рисунке b = 10 см, H = 30 см. Определите расстояние h.



Решение

1. Закон Паскаля позволил теоретически объяснить эффект, проявляющийся в сообщающихся сосудах. Рассмотрим два сосуда, заполненных жидкостями с плотно-

стями ρ_1 и ρ_2 до уровней h_1 и h_2. Предположим, что первоначально между сосудами расположена непроницаемая перегородка. В этом случае:

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho ж \quad p_1 = \rho g h_1, \quad p_2 = \rho g h_2,$$

$$h_2 > h_1; \quad \Rightarrow \quad p_2 > p_1;$$

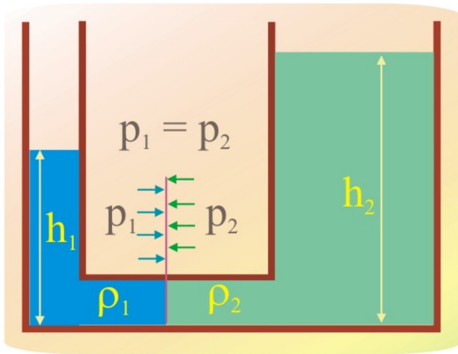
2. Поскольку разные давления действуют на одно и то же общее сечение, соединяющее сосуды, то при убирании перегородки равновесие системы нарушится, возникнут силы, которые станут перемещать жидкость плотностью ρ_2 до тех пор, пока уровни в сосудах не станут одинаковыми. Закон сообщающихся сосудов имеет следующую распространённую интерпретацию

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

3. Применительно к заданным в задаче условиям закон сообщающихся сосудов запишется следующим образом:

$$\rho_2 g h = \rho_1 g(H - b) + \rho_2 g b; \quad \rho_2 g h = \rho_1 g H - \rho_1 g b + \rho_2 g b;$$

$$h = \frac{\rho_1}{\rho_2} H - \frac{\rho_1}{\rho_2} b + b = 0{,}8 \cdot 0{,}3 - 0{,}8 \cdot 0{,}1 + 0{,}1 = 0{,}26 м;$$



Сообщающиеся сосуды

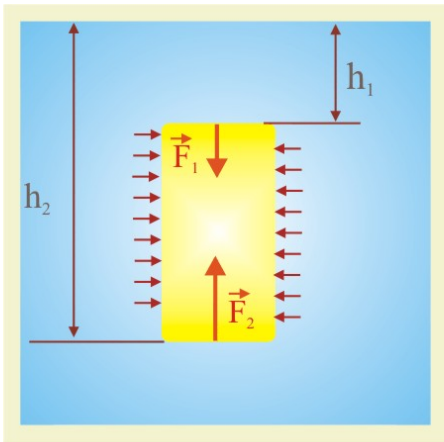
---

378. Кубик массой 40 г и объёмом 250 см^3 плавает на поверхности воды. Определите выталкивающую силу, действующую на кубик.

Решение

1. Как гласит легенда, Архимед, будучи в очередной раз в банях, которые в Древней Греции именовались термами, обратил внимание на то, что уровень воды в купели поднимается при опускании туда собственной ноги, и опускается, если конечность вынуть. По легенде именно это наблюдение подвигло великого грека на открытие его знаменитого закона.

2. Пусть тело в виде параллелепипеда погружено в жидкость плотностью ρ так, что его основания параллельны поверхности жидкости. На верхнее и нижнее основание в соответствие с уравнением закона Даниила Бернулли будут действовать силы F_1 и F_2



Тело в жидкости

$$F_1 = p_1 s = \rho g h_1 s,$$
$$F_2 = p_2 s = \rho g h_2 s.$$

Поскольку $h_1 < h_2$, то, очевидно, что $F_2 > F_1$, причём

$$F_A = F_2 - F_1 = \rho g s(h_2 - h_1).$$

Разность величин $(h_2 - h_1)$ равна высоте параллелепипеда h, которая, будучи умноженной, на площадь основания будет равна объёму тела V_T.

В окончательном виде сила, открытая Архимедом представится так:

$$F_A = \rho g V_T,$$

На тело, помещённое в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной этим телом жидкости или газа.

3. Сила Архимеда всегда присутствует совместно с силой тяжести, потому, что всё занимаемое объём обладает массой. **Выталкивающая сила, равная разности архимедовой силы и силы тяжести направлена всегда вверх, и линия её действия проходит через центр масс жидкости (газа), вытесненной телом. Центр масс вытесненной жидкости (газа) называется центром плавучести тела.** На основании уравнения закона Архимеда можно условия равновесия и устойчивости плавающих тел сформулировать следующим образом:

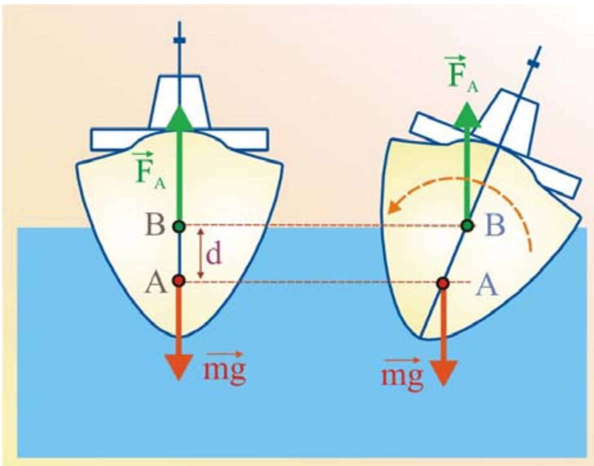
- плавающее тело будет находиться в равновесии, если его вес соответствует весу вытесненной им же жидкости, при этом центр плавучести и центр масс тела лежат на одной вертикали;
- для полностью погруженного в жидкость тела равновесие будет устойчивым, если центр масс тела будет располагаться ниже центра плавучести;
- при частичном погружении тела в жидкость равновесие будет устойчивым, ели его центр масс располагается ниже метацентра. Метацентром является точка плавающего тела, в которой пересекаются линии действия выталкивающей силы в равновесном и отклонённом на малый угол состоянии.

В случае $mg < F_A$ тело плавает на поверхности жидкости, частично погрузившись в неё, если $mg = F_A$, то тело полностью погружается в жидкость и находится во взвешенном состоянии. При $mg > F_A$ тело тонет.

Поскольку $mg = \rho_T V_T g$, а $F_A = \rho_ж g V_T$, то условие плавания тел можно выразить в виде

$$\rho_T \leq \rho_ж .$$

4. Проявление силы Архимеда приобретает особое жизнеобеспечивающее значение при плавании морских транспортных средств. Судно в упрощённом варианте находится под действием двух сил: силы тяжести и силы Архимеда. Для остойчивости судна большое значение имеет относительное расположение точек приложения этих сил. Если точка приложения силы тяжести лежит ниже точки приложения силы Архимеда, то в случае крена судна возникает восстанавливающий момент, стремящийся восстановить первоначальное положение. В противном случае, если центр масс судна располагается выше точки приложения архимедовой силы, появляющийся момент будет стремиться увеличить крен, что для судов любого класса переводит ситуацию в разряд чрезвычайных.



Остойчивость судна

5. Закон Архимеда даёт возможность измерять плотности твёрдых тел, форма которых не позволяет легко и точно определять их объёмы, чем и воспользовался в своё время сам Архимед при экспертизе царской короны. И это прославило его, он стал известен. Если вес тела произвольно причудливой формы в воздухе равен $(mg)_{воз}$, то при погружении его в жидкость вес станет равным $(mg)_{жид} = (mg)_{воз} - F_A$, т.е.

$$\rho_T = \rho_Ж \frac{(mg)_{воз}}{(mg)_{воз} - (mg)_ж}.$$

6. Используя закон Архимеда можно определять плотность жидкости ρ_x, если есть возможность использовать другую жидкость с известной плотности ρ_0. Тело взвешивается в воздухе – $G_{воз}$ и при погружении в рабочие жидкости: G_0 и G_x. В этом случае

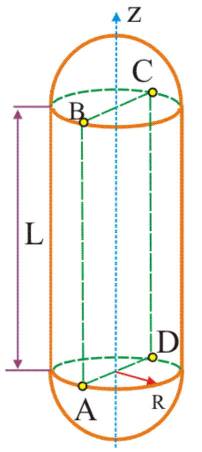
$$\rho_x = \rho_0 \frac{G_{воз} - G_0}{G_{воз} - G_x}.$$

7. Поскольку кубик плавает на поверхности жидкости, то выталкивающая сила равна весу кубика:

$$F_B = mg = 0{,}4Н;$$

---

379. Почему сосиски и сардельки, изготовленные из натуральных продуктов, при помещении их в кипяток лопаются преимущественно вдоль, а не поперек?



Решение

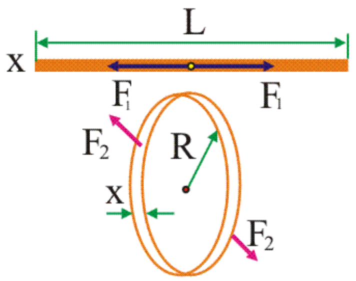
1. Представим сосиску в виде герметичной цилиндрической оболочки с двумя полусферическими оконечностями. Пусть толщина стенок, следовательно и их прочность по свей площади сосиски одинакова.

2. Разрушение оболочки происходит вследствие повышения давления p внутри оболочки. Рассмотрим цилиндрическую часть сосиски. Цилиндр можно представить как прямоугольник ABCD с площадью $s_1 = L\cdot 2R$. Сила, отнесённая к единице длины цилиндрической части сосиски определится как

$$f_1 = \left(\frac{2RL}{2L}\right)\cdot p = pR,\ [\text{ Н/м}].$$

3. Определим аналогичную силу, действующую на единичную длину полусфер

$$f_2 = \left(\pi R^2 / 2\pi R\right)\cdot p = Rp/2 = f_1/2.$$



4. Таким образом, за концы сосиски можно не переживать, для их разрыва нужна в два раза большая сила, чем для цилиндрической части.

5. Рассмотрим далее два элементарных слоя цилиндрической поверхности сосиски шириной Δx при $L \cong 10$ см и $R \cong 0{,}7$ см. Один слой расположен вдоль образующей цилиндра, а второй по круговому периметру. Длина окружности при выбранных размерах составляет $\ell = 2\pi R = 4{,}76см$, в то время как L = 10 см. Другими словами, сила, отнесённая к единице длины вдоль сосиски, будет в 2.1 раза меньше, чем сила в поперечном сечении, потому и лопнет вдоль, а не поперёк.

---

380. Моторная лодка массой *m* и катер массой 2*m* движутся с одинаковыми скоростями *υ* навстречу друг другу. Определите импульс катера в системе отсчета, связанной с моторной лодкой.

Решение

1. Задача сводится к определению относительной скорости катера. Относительная скорость катера при его встречном движении будет равна его удвоенной скорости:

$$\left|\vec{p}_K\right| = 2v2m = 4mv;$$

---

381. Два одинаковых бильярдных шара массой m движутся с одинаковыми по модулю скоростями υ в перпендикулярном направлении. Чему равен импульс первого шара в системе отсчета, связанной со вторым шаром?

Решение

1. Относительная скорость одного шара относительно другого с учётом перпендикулярности векторов скоростей:

$$v_r = \sqrt{v^2 + v^2} = \sqrt{2v^2} = v\sqrt{2};$$

2. Импульс первого шара в системе отсчёта, связанной со вторым шаром:

$$\left|\vec{p}\right| = mv_r = \sqrt{2}mv;$$

---

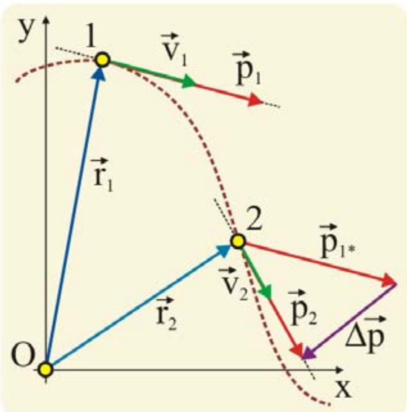
382. На подножку вагонетки, которая движется по рельсам со скоростью 5 м/с, прыгает человек массой 60 кг в направлении перпендикулярном ходу вагонетки. Масса вагонетки 240 кг. Определите скорость вагонетки вместе с человеком.

Решение

1. Запишем уравнение второго закона Ньютона:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}.*$$

2. Величина, стоящая в скобках (скалярное произведение массы точки на вектор скорости) называется импульсом точки или количеством её движения. Естественно, что эта величина векторная и её направление совпадает с направлением вектора скорости, т.е. импульс материальной точки всегда направлен по касательной в данной точке траектории по вектору скорости. **Импульс материальной точки служит количественной векторной мерой механического движения**



Импульс материальной точки

2. Импульс не имеет специальной единицы измерения, его размерность устанавливается уравнением импульса

$$[p] = \frac{кг \cdot м}{с}.$$

3. Как уже отмечалось, векторное уравнение * является одной из форм второго закона Ньютона, на основании которой доказывается одна из общих теорем динамики, теоремы об изменении импульса. Теорема читается так: «Производная по времени от импульса материальной точки равна действующей на эту точку силе».

Умножим уравнение * на бесконечно малый промежуток времени dt

$$\vec{F}dt = d\vec{p}, \quad d(m\vec{v}) = \vec{F}dt,$$

величина $\vec{F}dt$ – называется элементарным импульсом действующей силы. Уравнение выражает собой математическую запись теоремы об изменении импульса: «Дифференциал импульса (количества движения) материальной точки равен элементарному импульсу, действующей на точку силы».

4. Проинтегрируем уравнение с учётом того, что переменными величинами являются скорость и время

$$\int_{v_1}^{v_2} d(m\vec{v}) = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt.$$

5. Если сила не является функцией времени, то процесс интегрирования достаточно прост

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}(t_2 - t_1), \quad \Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t.$$

6. Изменение импульса материальной точки за конечный промежуток времени равно вектору действующей силы. Если к точке приложена система сил

$$\sum_{k=1}^{k=n} \vec{F}_k \cdot dt = d(m\vec{v}).$$

7. При решении практических задач большое значение имеет частный случай теоремы об изменении импульса. Если материальная точка не подвержена действию сил, или система сил эквивалентна нулю, то:

$$\text{если} \quad \sum_{k=1}^{k=n} \vec{F}_k = 0, \quad \text{то} \quad d(m\vec{v}) = 0, \Rightarrow m\vec{v} = \text{const}.$$

8. Уравнение является законом сохранения импульса материальной точки. **Если система сил, действующих на движущуюся материальную точку эквивалентна нулю, то вектор импульса остаётся неизменным как по модулю, так и по направлению.**

9. Ввиду постоянства массы точки, уравнение указывает на неизменность вектора скорости, т.е. точка движется равномерно и прямолинейно. Использование закона сохранения импульса при решении практических задач, в ряде случаев, позволяет существенно упростить процесс, т.к. в этом случае отпадает необходимость составлять дифференциальные уравнения второго закона Ньютона и интегрировать их.

10. Прыжок человека в перпендикулярном движению тележки направлению не вносит изменения в величине и направлении скорости тележки, поэтому закон сохранения импульса запишется так:

$$Mv = (M + m)u; \quad u = \frac{Mv}{M + m} = \frac{240 \cdot 5}{300} = 4\frac{м}{с};$$

---

383. Конькобежец массой 63 кг, стоя на коньках на льду, бросает камень массой 2 кг со скоростью 3 м/с под углом 30° к горизонту. Определите скорость конькобежца после броска.

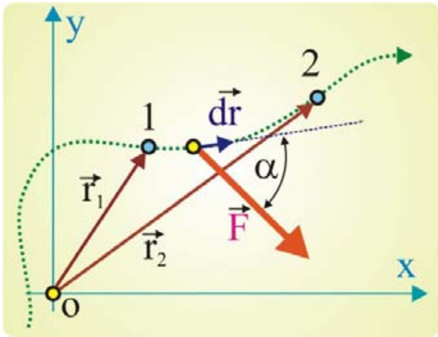
Решение

1. Бросок камня конькобежцем происходит под действием внутренних сил системы "конькобежец – камень", поэтому проекция импульса системы на направление движения конькобежца должен сохраняться

$$mv\cos\alpha = Mu; \quad \Rightarrow \quad u = \frac{(M+m)v\cos\alpha}{M} = \frac{2\cdot 3\cdot 0{,}5}{63} = 0{,}0476\frac{м}{с} \approx 0{,}05\frac{м}{с};$$

384. Какую работу совершает человек, поднимая груз массой 2 кг на высоту 1,5 м с ускорением 3 м/с^2?

Решение



Работа постоянной силы

1. Пусть материальная точка заданной массы m движется под действием постоянной силы в плоскости чертежа по криволинейной траектории. Сила в данном случае является главным вектором системы сил, приложенных к точке. Для материальной точки возможно записать второй закон Ньютона в векторной форме

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{или} \quad \vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}.$$

2. Умножим правую и левую части уравнения на бесконечно малое перемещение $d\vec{r}$

$$\vec{F}d\vec{r} = m\cdot d\vec{v}\frac{d\vec{r}}{dt} = m\vec{v}d\vec{v}.$$

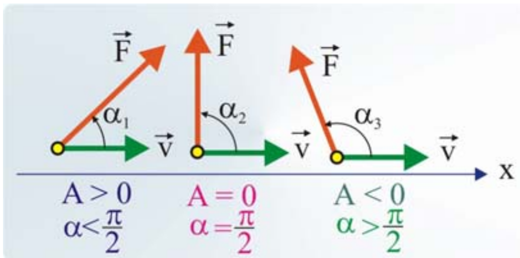
6. Величина, $\vec{F}d\vec{r}$ называется элементарной работой силы $\vec{F}$ на перемещении $d\vec{r}$

$$\delta A = \vec{F}d\vec{r} = Fdr\cos\alpha, \quad [Нм \equiv Дж].$$

где α – угол между вектором силы и вектором перемещения. Из уравнения следует, что элементарная работа, определяемая скалярным произведением векторов, так же является скалярной величиной.

7. Введение в рассмотрение элементарной работы обусловлено необходимостью вычислений работу при движении точки по криволинейным траекториям, когда невозможно однозначно определить угол между перемещением и силой. В этом случае участок траектории, например 1 – 2, разбивается на бесконечное число элементарных участков протяжённостью $d\vec{r}$ каждый, для которых угол легко определяется ввиду их прямолинейности. На каждом участке вычисляется элементарная работа, а затем работы суммируются

$$A_{1\to 2} = \delta A_1 + \delta A_2 + \cdots + \delta A_n = \sum_{k=1}^{k=n}\delta A_k .$$



Работа силы при разных значениях угла α

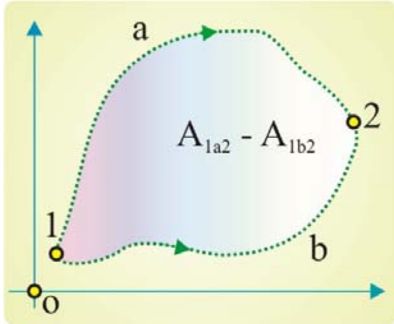
8. Элементарная работа, как следует из уравнения, в зависимости от величины угла α может быть, при прочих равных условиях, положительной, отрицательной или равной нулю.

9. Полная работа на конечном перемещении определится при устремлении $dr \to 0$, что приводит к криволинейному интегралу

$$A_{1\to 2} = \int_L \vec{F}d\vec{r};$$

Этот криволинейный интеграл даёт возможность определять работу A силы $\vec{F}$ при перемещении точки по траектории L. Таким образом, работа в общем случае зависит от вида кривой.

10. Так, например, при перемещении точки по траекториям 1a2 и 1b2 одной и той же силой будут производиться разные работы. Численно, полная работа, исходя из геометрического смысла интеграла, равна площади, ограниченной кривой и горизонтальной осью, поэтому в рассматриваемом случае разность работ $A_{1a2} - A_{1b2}$ будет равна разности площадей соответствующих криволинейных трапеций.



Полная работа

11. В природе, в ряде случаев, встречаются силы, работа которых не зависит от вида траектории, а определяется только конечным и начальным положением точки. Такие силы называются **потенциальными или консервативными**.

12. Работа потенциальной силы на любой замкнутой траектории рана нулю

$$\oint_L \vec{F} d\vec{r} = 0;$$

13. Если сила постоянна во времени, то уравнения для вычисления работы упростятся, причём для практического использования целесообразно перейти к координатной форме их записи.

Так как

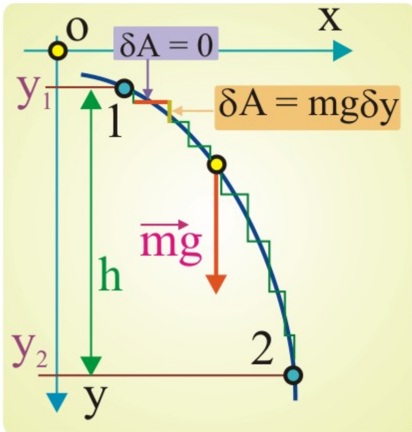
$$\vec{F} = \vec{i}F_x + \vec{j}F_y + \vec{k}F_z; \qquad d\vec{r} = \vec{i}dx + \vec{j}dy + \vec{k}dz,$$

то уравнение работы можно переписать в координатной форме

$$A_{1\to 2} = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y dy + \int_{z_1}^{z_2} F_z dz.$$

14. Воспользуемся уравнением для вычисления работы силы тяжести. Пусть точка известной массы перемещается по произвольной траектории в плоскости $\{ox\,y\}$ из начального положения 1 в конечное положение 2. Определим проекцию силы тяжести на координатные оси

$$(mg)_x = 0; \quad (mg)_y = mg.$$



Работа силы тяжести

15. Если криволинейную траекторию аппроксимировать большим количеством вертикальных и горизонтальных прямых, то очевидно что элементарная работа силы тяжести на горизонтальных перемещениях будет равна нулю, т.е. на перемещении вдоль оси *ox* от x_1 до x_2 суммарная работа так же будет нулевой.

16. Подставляя значение проекций силы тяжести, получим:

$$A_{1\to 2} = \int_{y_1}^{y_2} F_y dy = \int_{y_1}^{y_2} mgdy; \quad A_{1\to 2} = mg(y_2 - y_1) = mgh.$$

17. Как видно из полученного уравнения, работа силы тяжести не зависит от того, по какой траектории перемещается точка, а определяется исключительно значением $h = y_2 - y_1$, другими словами сила тяжести является потенциальной.

18. Если на материальную точку действует система сил $\{\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots \vec{F}_n\}$,то производимая ими элементарная работа за малое время dt будет равна алгебраической сумме элементарных работ каждой из этих сил

$$\delta A = \sum_{1}^{n} \delta A = \sum_{1}^{n} \vec{F}_i d\vec{r}\ .$$

19. Работа, производимая в единицу времени, называется мощностью. Математически мощность определяется в виде отношения элементарной работы к бесконечно малому промежутку времени, за который она совершается

$$N = \frac{\delta A}{dt} = \vec{F}\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{v}, \quad \left[\frac{Дж}{с} \equiv Вт\right].$$

Переходя от векторов к скалярам, получим

$$N = F \cdot v\cos\cdot\left(\vec{F};\vec{v}\right).$$

20. Работа в условиях данной задачи затрачивается на изменение потенциальной энергии груза (работа против силы тяжести) и на сообщение грузу заданного ускорения:

$$A = П + Fh = mgh + mah = mh\left(g + a\right) = 2 \cdot 1{,}5 \cdot 13 = 39Дж;$$

---

385. Автомобиль массой 1000 кг, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, за 10 с отъезжает на 200 м. Определите работу силы тяги, если коэффициент трения равен 0,05.

Решение

1. Работа силы тяги двигателя будет складываться из работы против силы трения и работы, затрачиваемой на сообщения автомобилю ускорения

$$A(F_T) = A(F_{Tp}) + A(F_a);$$

2. Ускорение автомобиля:

$$x = \frac{at^2}{2}; \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2x}{t^2};$$

3. Сила трения:

$$F_T = \mu mg;$$

4. Работа силы тяги на заданном перемещении x:

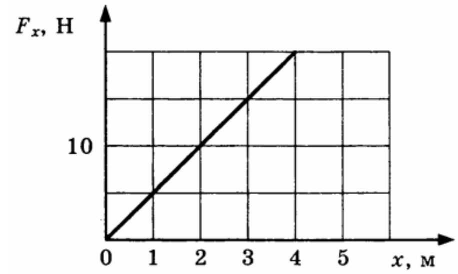
$$A(F_T) = \mu mgx + max = \mu mgx + \frac{2mx^2}{t^2} = mx\left(\mu g + \frac{2x}{t^2}\right);$$

$$A(F_T) = 10^3 \cdot 200\left(0{,}05 \cdot 10 + \frac{400}{100}\right) = 9 \cdot 10^5 Дж = 900кДж = 0{,}9МДж;$$

---

386. Тело движется вдоль оси *OX* под действием силы, зависимость проекции которой от координаты представлена на рисунке. Чему равна работа силы на пути 4 м?

Решение



1. При прохождении заданного пути величина силы меняется от нулевого значения F_{min} до максимального значения F_{max} линейно, поэтому среднее значение модуля силы определится как:

$$< F >= \frac{F_{min} + F_{max}}{2};$$

2. Работа средней силы на заданном перемещении:

$$A = \int_0^{x_{max}} <F> dx = <F> \Delta x = \frac{F_{min} + F_{max}}{2}\Delta x = \frac{20}{2}4 = 40 Дж;$$

Следует отметить, что работа численно равна площади фигуры ограниченной линией силы и осью перемещения.

---

387. Время разгона автомобиля до 90 км/ч составляет 5 с. Определите мощность двигателя к концу 5-й секунды. Масса автомобиля 1200 кг.

Решение

1. Определим силу, развиваемую двигателем автомобиля в процессе его разгона:

$$F = ma; \quad v = a\tau; \quad a = \frac{v}{\tau}; \quad \Rightarrow \quad F = \frac{mv}{\tau};$$

2. Мощность, развиваемая двигателем:

$$N = Fv\cos(\vec{F};\vec{v}); \quad (\vec{F};\vec{v}) = 0^0; \quad \Rightarrow \quad \cos(\vec{F};\vec{v}) = 1;$$

$$N = Fv = \frac{mv^2}{\tau} = \frac{1{,}2\cdot 10^3 \cdot 25^2}{5} = 150 кВт;$$

---

388. Определите мощность трамвая к концу 8-й секунды после начала движения, если он развил к этому моменту скорость 36 км/ч. Масса трамвая 10 т.

Решение

1. Мощность, развиваемая электродвигателем трамвая:

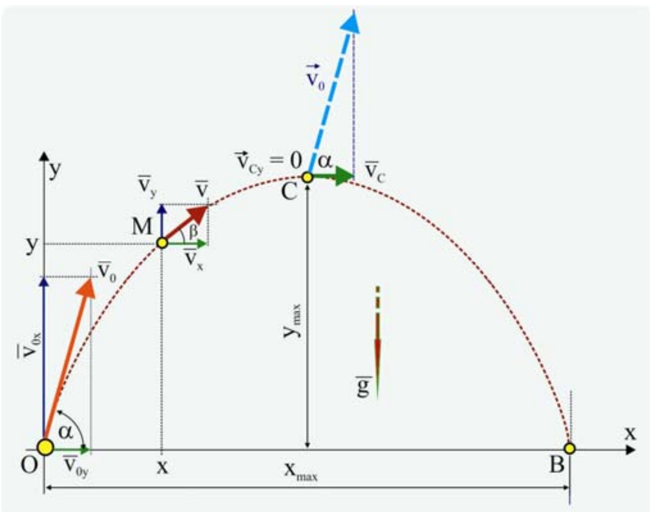
$$N = Fv\cos(\vec{F};\vec{v}); \quad (\vec{F};\vec{v}) = 0^0; \quad \Rightarrow \quad \cos(\vec{F};\vec{v}) = 1;$$

$$N = Fv = \frac{mv^2}{\tau} = \frac{10^4 \cdot 10^2}{8} = 125 кВт;$$

---

389. Мяч брошен под углом 60° к горизонту. Во сколько раз начальная кинетическая энергия мяча больше той, которую он имеет в верхней точке траектории.

Решение



1. Кинематические уравнения движения тела, брошенного под углом α к горизонту:

$$\begin{rcases} v_x = v_0\cos\alpha; \\ v_y = v_0\sin\alpha - gt; \\ x(t) = v_0 t\cos\alpha; \\ y(t) = v_0\sin\alpha t - \dfrac{gt^2}{2}; \end{rcases}$$

2. Из уравнений, в частности, следует, что проекция скорости на горизонтальную ось величина по-

стоянная во всё время полёта тела, включая тоску С, соответствующую наибольшей высоте подъёма над горизонтом:

$$v_{x(C)} = v_0 \cos\alpha;$$

3. Отношение кинетических энергий:

$$\zeta = \frac{K_0}{K_C} = \frac{mv_0^2}{m\left(v_0^2 \cos^2\alpha\right)^2} = \frac{1}{\cos^2 60^0} = \frac{1}{0{,}25} = 4;$$

---

390. Скорость свободно падающего тела массой 20 кг на некотором пути увеличилась с 2 м/с до 14 м/с. Найдите работу силы тяжести на этом пути.

Решение

1. Из кинематических уравнений свободного падения определим время падения и пройденное телом расстояние:

$$\left.\begin{aligned} & v_2 = v_1 + gt; \\ & h = (y_2 - y_1) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} & t = \frac{v_2 - v_1}{g} = 1{,}2c; \\ & h = 2{,}4 + 7{,}2 = 9{,}6м; \end{aligned}\right\}$$

2. Работа силы тяжести:

$$A_{1\to 2} = \int\limits_{y_1}^{y_2} F_y dy = \int\limits_{y_1}^{y_2} mgdy; \quad A_{1\to 2} = mg(y_2 - y_1) = mgh = 20\cdot 10\cdot 9{,}6 = 1920Дж;$$

---

391. Автомобиль массой 2 т при торможении уменьшил свою скорость с 90 км/ч до 36 км/ч. Какую работу совершила при этом сила трения?

Решение

1. В природе существует многообразие форм движений: механическое, тепловое, электромагнитное и т.д. Одной из основных количественных характеристик всех форм движения служит энергия. Во всех канонах механики эпохи Ньютона отсутствует понятие энергии, понятие которое замыкает практически все современные физические теории, понятие, играющее роль великого судьи над новыми идеями и методами изучения Мира.

2. Проще всего об энергии можно сказать, что это некое универсальное представление, объясняющее почти всё в физике, химии и даже в биологии. Отчасти это так и есть. Действительно, энергия и наша жизнь представляют такие хитросплетения, что часто создаётся впечатление их тождественности. В самом деле, основа всей нашей цивилизации – топливо, вещества способные выделять энергию. В частности, хлеб наш насущный тоже представляет собой своеобразное топливо, в определённом смысле, такое же, как нефть, уголь, Солнце.

3. Следуя «жизненной логике» мы неминуемо приходим к сопоставлению понятий энергии и работы. «По жизни» известно, что для совершения работы надо обладать энергией. Это, казалось бы, становится очевидным с первого человеческого вздоха. Чтобы впервые наполнить лёгкие воздухом, надо совершить работу, увеличивая их объём. А наше сердце, этот неутомимый маленький насос, от его энергетических возможностей зависит благополучие всего организма, включая мозг.

4. Остаётся загадкой, почему Ньютон не пришёл к понятию энергии? А может быть он, опередивший в своих мыслях на многие годы остальных людей и оценивший человека, как такового, не захотел дарить этот мощнейший инструмент – энергетический анализ законов, явлений и процессов. Кто теперь это сможет установить? Хотя до понятий энергии и работы, формально было подать рукой, они следовали из всё того же основного закона динамики.

5. Запишем уравнение полной работы силы $\vec{F}$ на криволинейном перемещении L

$$A_{1\to 2} = \int_L \vec{F}d\vec{r},$$

и второй закон Ньютона, выраженный через вектор импульса

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Совместим уравнения

$$A_{1\to 2} = \int_L \frac{d\vec{p}}{dt}d\vec{r} = \int_L \vec{v}d\vec{p}.$$

6. Чтобы вычислить криволинейный интеграл необходимо установить зависимость между скоростью материальной и её импульсом. Эта очевидная взаимосвязь следует из уравнения работы. Проинтегрируем это уравнение

$$A_{1\to 2} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}d\vec{r} = \int_{v_1}^{v_2} m\vec{v}d\vec{v}, \quad A_{1\to 2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = K_2 - K_1.$$

7. Скалярная всегда положительная величина

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}.$$

называется кинетической энергией материальной точки. Из уравнения,

$$A_{1\to 2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = K_2 - K_1.$$

которое является математическим выражением **теоремы об изменении кинетической энергии,** следует**: изменение кинетической энергии материальной точки на данном перемещении численно равно работе, производимой на этом перемещении внешними силами.**

8. Применительно к данной задаче, теорема об изменении кинетической энергии представится следующим образом:

$$A_{1\to 2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = 10^3\left(10^2 - 25^2\right) = -525\text{кДж};$$

---

392. Тело массой 2 кг брошено с поверхности земли со скоростью 20 м/с под углом 45° к горизонту. Какую работу совершила сила тяжести за время полёта тела от броска до падения на поверхность земли?

Решение

1. В первую половину полёта до точки С (см. рис. к задаче 384) совершается работа против силы тяжести, а во вторую половину пути точно такую же по модулю работу с противоположным знаком совершает сила тяжести, таким суммарная работа силы тяжести будет нулевой.

2. В первую половину пути работа будет отрицательной, потому что угол между вектором силы тяжести и элементарными перемещениями будет всё время больше 90^0, косинус будет иметь отрицательную величину.

---

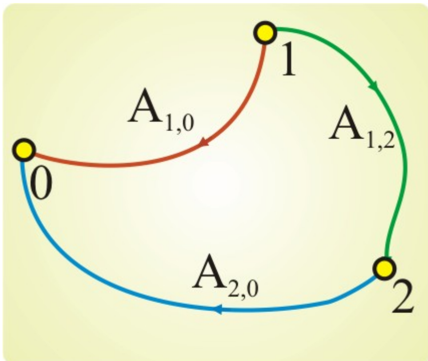
393. Шарик массой 100 г скатился с горки длиной 3 м, составляющей с горизонталью угол 30°. Определите работу силы тяжести.

Решение

1. Если консервативные силы, работа которых не зависит от вида траектории, занимают часть пространства, то говорят о силовом потенциальном поле. В частности о силовом поле гравитационных или электрических сил. Каждой точке пространства занятого силовым полем можно сопоставить некоторую математическую функцию $\Pi(x, y, z)$, определяемую из следующих физических соображений. Выберем в силовом поле некую точку О и запишем для неё значение функции $\Pi_0(x, y, z)$, которое возьмём произвольным. Значение рассматриваемой функции для произвольной точки k запишем в виде суммы

$$\Pi_k = \Pi_0 + A_{k\to 0},$$

где $A_{k\to 0}$ работа, затрачиваемая при переносе частицы из точки k в точку О. Так как для консервативных сил работа не зависит от вида траектории, то значение Π_k будет определяться однозначно. Функция Π (x,y,z), как следует из последнего уравнения, имеет размерность работы и называется потенциальной энергией частицы во внешнем силовом поле.



Потенциальная энергия

2. Рассмотрим далее две произвольные точки 1 и 2, из которых осуществим последовательно перенос частицы в точку О. Разность потенциальной энергии в 1 и 2, запишется так:

$$\Pi_1 - \Pi_2 = (\Pi_0 + A_{1\to 0}) - (\Pi_0 + A_{2\to 0}) = A_{1\to 0} - A_{2\to 0}.$$

3. В виду независимости работы от вида траектории, перенос частицы можно осуществлять не только по траектории $1 \to 0 \to 2$. Частицу можно сразу перенести из 1 в 2.

4. Это даёт основание заключить, что работа консервативных сил равна разности значений функции Π(x,y,z) в начальной и конечной точке движения, т.е.

$$A_{12} = \Pi_1 - \Pi_2.$$

Так как в рассмотренном примере работа совершается за счёт убыли потенциальной энергии, то

$$\delta A = \vec{F}d\vec{r} = -d\Pi;$$

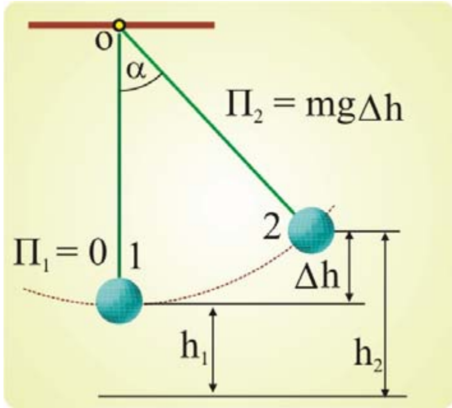
Уравнение позволяет находить потенциальную энергию и на конечном перемещении, для этого нужно взять интеграл

$$\Pi = -\int \vec{F}d\vec{r} + C;$$

5. Наличие произвольной постоянной никак не сказывается на физических законах и уравнениях, потому что физический смысл имеет не абсолютное значение потенциальной энергии, а разность энергии в двух положениях рассматриваемой частицы.

6. Так, например, для математического маятника, в принципе, не имеет ни какого значения, каким образом выбран нулевой уровень потенциальной энергии, хотя из соображений удобства проведения вычислений, лучше совместить его с положением статического равновесия груза, т.е.,$\Pi_1 = 0$. Потенциальная энергия при отклонении нити на угол α определится как:

$$\Pi = mg\Delta h = mg\ell(1-\cos\alpha).$$



Математический маятник

7. Если за нулевой принять уровень, отстоящий от уровня статического равновесия на расстоянии h_1, то это приведёт к появлению постоянной величины mgh_1, потенциальная энергия груза в точке 2 относительно нового нулевого уровня будет равна mgh_2. Разность же энергий груза в точках 1 и 2 останется неизменной $\Pi_2 - \Pi_1 = mg\Delta h$, причём:

$$\Delta h = \ell(1-\cos\alpha).$$

8. Таким образом, в условиях данной задачи для вычисления работы силы тяжести необходимо определить изменение потенциальной энергии, найдя предварительно изменение положения центра масс шарика

$$\Delta h = \ell \sin\alpha;$$

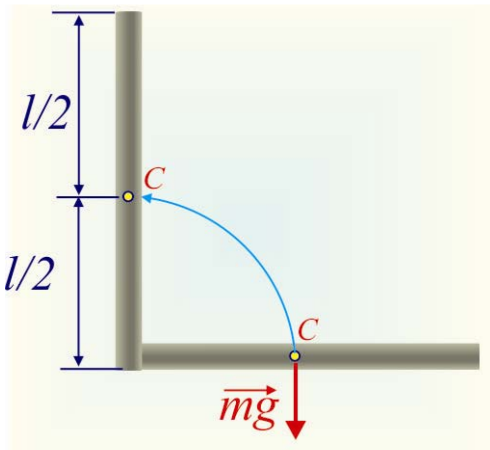
9. Работа силы тяжести:

$$A = mgh = mg\ell\cos\alpha = 0{,}1\cdot 10\cdot 1{,}5 = 1{,}5 Дж;$$

---

394. Какую работу необходимо совершить, чтобы лежащий на полу однородный стержень, длина которого 1 м и масса 10 кг, поставить вертикально вверх?

Решение



1. Приведение однородного стержня из горизонтального в вертикальное положение происходит изменение положения центра масс стержня С.

2. Ввиду однородности стержня его центр масс будет расположен на середине его длины, т.е. на расстоянии $\ell/2$ от его конца.

3. Изменение потенциальной энергии стержня будет численно работе, производимо внешними силами:

$$A = \Delta\Pi = mg\frac{\ell}{2} = 100\cdot 0{,}5 = 50 Дж;$$

№97. Когда к нерастянутой вертикальной пружине подвешен груз массой m_1 = 3 кг, её длина равна L_1 =0,112м. Если масса груза увеличивается до m_2 = 8 кг, то длина пружины становится равной L_2 = 0,132 м. Какая работа совершается при растяжении пружины до длины L_2 из недеформированного состояния?

Решение

1. При подвешивании грузов силы упругости со стороны пружин уравновешиваются соответствующими силами тяжести:

$$\left.\begin{aligned}(L_1 - L_0)k = m_1 g;\\ (L_2 - L_0)k = m_2 g;\end{aligned}\right\}$$

2. Система уравнений позволяет выразить величину коэффициента упругости пружины

$$L_1k - L_0k = m_1g;\quad L_1k - m_1g = L_0k;\quad L_0 = \frac{L_1k - m_1g}{k};$$

$$\left(L_2 - \frac{L_1k - m_1g}{k}\right)k = m_2g;\quad L_2k - \frac{L_1k^2 - mgk}{k} = m_2g;$$

$$L_2k^2 - L_1k^2 - m_1gk = m_2gk;\quad L_2k - L_1k = g(m_2 - m_1);$$

$$k = \frac{g(m_2 - m_1)}{L_2 - L_1};$$

3. Работа, совершаемая при растяжении пружины до длины L_2

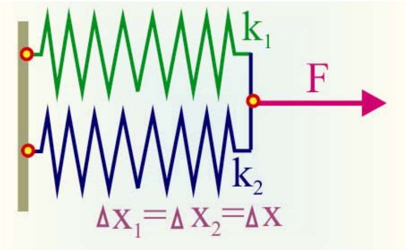
$$A = \frac{k(L_2 - L_0)^2}{2} = \frac{g(m_2 - m_1)}{L_2 - L_1}\frac{(L_2 - L_0)^2}{2} = \frac{g(m_2 - m_1)}{L_2 - L_1}\frac{m_2^2g^2(L_2 - L_1)^2}{2g^2(m_2 - m_1)^2};$$

$$A = \frac{m_2^2 g(L_2 - L_1)}{2(m_2 - m_1)} = \frac{64\cdot 10\cdot 2\cdot 10^{-2}}{10} \cong 1{,}28\ \text{Дж};$$

---

396. Две невесомые пружины, одинаковой длины, имеющие жесткости 10 Н/см и 20 Н/см, соединены между собой параллельно. Какую работу следует совершить, чтобы растянуть пружины на 3 см?

Решение



1. При параллельном соединении удлинение пружин будет одинаковым

$$F_{k(\Sigma)} = k_1\Delta x + k_2\Delta x = \Delta x(k_1 + k_2);$$

$$A = \Pi = \frac{k\Delta x^2}{2} = (k_1 + k_2)\frac{\Delta x^2}{2} = \frac{3\cdot 10^3}{2}9\cdot 10^4 = 1{,}35\text{Дж};$$

---

397. Тело брошено вертикально вниз со скоростью 10 м/с с высоты 30 м. На какой высоте от поверхности земли кинетическая энергия увеличится вдвое по сравнению с начальной?

Решение

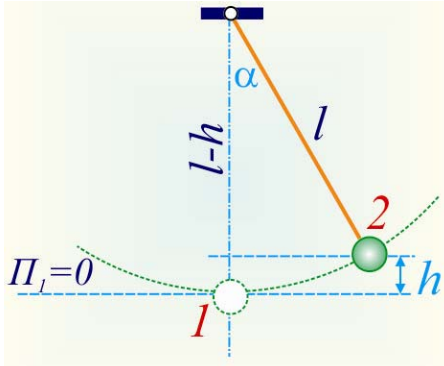
1. В соответствии с законом сохранения механической энергии сумма кинетической и потенциальной энергии тела на любой высоте от поверхности земли величина постоянная:

$$K_1 + \Pi_1 = 2K_1 + \Pi_2;\quad \Rightarrow\quad K_1 = \Pi_1 - \Pi_2;\quad \frac{mv^2}{2} = mgh_1 - mgh_2;$$

$$h_2 = h_1 - \frac{v^2}{2g} = 30 - \frac{100}{20} = 25\text{м};$$

---

398. **Груз массой 200 г привязан к нити длиной 1 м. Нить с грузом отвели от вертикали на угол 60°. Чему равна кинетическая энергия груза при прохождении им положения равновесия?**



Решение

1. Если за нулевой уровень потенциальной энергии принять положение статического равновесия груза 1, то при отклонении нити на угол $\alpha = 60^0$ изменится положение центра масс груза, центр масс поднимется на высоту h, груз приобретёт потенциальную энергию:

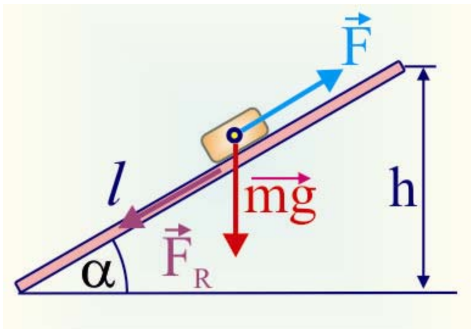
$$\Pi_2 = mgh = mg\ell(1-\cos\alpha);$$

2. При отпускании груза без начальной скорости он начнёт двигаться по круговой траектории в сторону положения статического равновесия и потенциальная энергия, в соответствии с законом сохранения механической энергии будет трансформироваться в энергию кинетическую:

$$\Pi_2 = K_1 = mg\ell(1-\cos\alpha) = 0{,}2\cdot 10\cdot 1\left(1-\cos 60^0\right) = 1Дж;$$

---

399. **Угол наклона плоскости к горизонту равен 30°. Вверх по этой плоскости тащат ящик массой 90 кг, прилагая к нему силу, направленную параллельно плоскости и равную 600 Н. Определите коэффициент полезного действия наклонной плоскости.**



Решение

1. Работа силы, совершаемая при перемещении ящика силой F на расстояние ℓ:

$$A = F\ell; \quad \cos\left(\vec{F};\vec{\ell}\right) = 1;$$

2. Изменение потенциальной энергии ящика при его перемещении вверх по наклонной плоскости:

$$\Pi = mgh = mg\ell\sin\alpha;$$

---

400. **С помощью рычага длиной 150 см подняли груз массой 100 кг на высоту 5 см. Какую работу совершили при этом, если КПД устройства 95%?**

Решение

1. Работа в данном случае будет равна отношению изменения потенциальной энергии груза к заданной величине КПД устройства:

$$A = \frac{mgh}{\eta} = \frac{100\cdot 10\cdot 5\cdot 10^{-2}}{0{,}95} \approx 52{,}63Дж;$$

---

2. Молекулярная физика. Газовые законы

401. В озеро, имеющее глубину 10 м и площадь поверхности 20 км^2, бросили кристаллик поваренной соли массой 0,01 г. Сколько молекул этой соли оказалось бы в наперстке воды вместимостью 2 см^3, зачерпнутой из озера, если полагать, что соль, растворившись, равномерно распределилась во всем объёме воды? Молярная масса поваренной соли 0,0585 кг/моль.

Решение

1. Объём озера:

$$V_O = sh;$$

3. Число молекул в заданной массе NaCl:

$$\frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}; \quad \Rightarrow \quad N = \frac{mN_a}{\mu};$$

4. Концентрация молекул соли в озере:

$$n = \frac{N}{sh} = \frac{mN_a}{sh\mu};$$

5. Количество молекул соли в напёрстке:

$$N_x = nV_H = \frac{mN_A}{sh\mu}V_H = \frac{10^{-5}\cdot 6\cdot 10^{23}\cdot 2\cdot 10^{-6}}{2\cdot 10^{7}\cdot 10\cdot 5{,}85\cdot 10^{-3}} = 1\cdot 10^{6};$$

---

402. В баллоне содержится 80 г газа при температуре 240 К. Какую массу газа нужно удалить из баллона, чтобы при нагревании оставшегося газа до температуры 360 К, давление в баллоне осталось прежним?

Решение

1.На основании уравнения Клапейрона – Менделеева:

$$\left.\begin{aligned} pV &= \frac{m}{\mu}RT_1; \\ pV &= \frac{m-\Delta m}{\mu}RT_2; \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad mT_1 = (m-\Delta m)T_2; \quad \Rightarrow \quad \Delta m = \frac{m(T_2 - T_1)}{T_2} \approx 2{,}67\cdot 10^{-2}\,кг;$$

---

403. Некоторое количество водорода находится при температуре 200 К и давлении 400 Па. Газ нагревают до температуры 10 000 К, при которой молекулы водорода практически полностью распадаются на атомы. Определите давление газа, если его объём и масса остались без изменения. Молярная масса водорода 0,002 кг/моль.

Решение

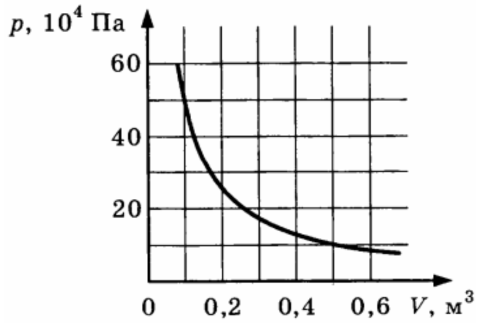
1.На основании уравнения Клапейрона – Менделеева:

$$\left.\begin{aligned} p_1V &= \frac{m}{\mu}RT_1; \\ p_2V &= \frac{2m}{\mu}RT_2; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{2T_2}; \quad p_2 = \frac{p_1 2T_2}{T_1} = \frac{400 \cdot 2 \cdot 10^4}{200} = 4 \cdot 10^4\,\text{Па};$$

---

404. **На рисунке показан график изотермического сжатия газа при температуре 150 К. Какое количество газообразного вещества (в молях) содержится в этом сосуде? Ответ округлите до целого числа.**

Решение



1. Поскольку при изотермическом процессе

$$pV = \text{const},$$

то в качестве расчётной, можно выбрать любую точку заданного графика, например:

$$p = 5 \cdot 10^5\,\text{Па}; \quad V = 0{,}1\text{м}^3;$$

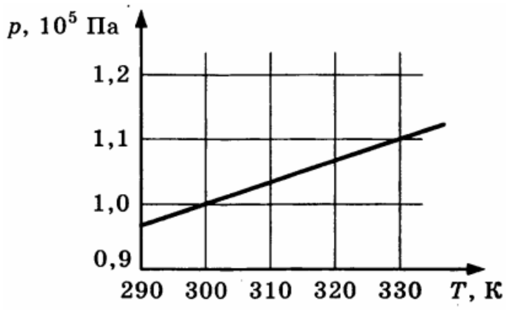
2. Уравнение Клапейрона − Менделеева для выбранной реперной точки:

$$pV = \nu RT; \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{pV}{RT} = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 0{,}1}{8{,}3 \cdot 150} \approx 40\ \text{моль};$$

---

405. **На рисунке показан график зависимости давления газа в запаянном сосуде от его температуры. Объем сосуда равен 0,4 м^3. Сколько моль газа содержится в этом сосуде? Ответ округлите до целого числа.**

Решение



1. Зависимость давления от абсолютной температуры является линейной, поэтому в качестве характерной может быть выбрана любая точка заданного графика, например:

$$p = 1 \cdot 10^5\,\text{Па}; \quad T = 300\text{K};$$

2. Уравнение Клапейрона − Менделеева для выбранной реперной точки:

$$pV = \nu RT; \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{pV}{RT} = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 0{,}4}{8{,}3 \cdot 30} \approx 16\ \text{моль};$$

---

406. **При уменьшении объема газа в 2 раза давление изменилось на 120 кПа, а абсолютная температура возросла на 10%. Каково первоначальное давление газа?**

Решение

1. Уравнение Клапейрона − Менделеева для заданных состояний:

$$\left.\begin{aligned} pV &= \nu RT; \\ (p + \Delta p)\frac{V}{2} &= \nu R 1{,}1T; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{(p + \Delta p)}{2p} = 1{,}1; \quad 2{,}2p = p + \Delta p; \quad p = \frac{\Delta p}{1{,}2} = 100\text{кПа};$$

---

407. Когда объём, занимаемый газом, уменьшили на 40%, а температуру понизили на 84 °С, давление газа возросло на 20%. Какова начальная температура газа?

Решение

1. Уравнение Клапейрона – Менделеева для заданных состояний:

$$\left.\begin{aligned} &pV = \nu RT; \\ &1{,}2p\cdot 0{,}6V = \nu R(T-\Delta T); \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{1}{0{,}72} = \frac{T}{T-\Delta T}; \quad T = \frac{\Delta T}{0{,}28} \approx 1{,}26\cdot 10^3\,K;$$

---

408. В изохорном процессе давление идеального газа увеличивается на 50 кПа. На сколько кельвин увеличится при этом температура газа, если первоначальное давление было 200 кПа, а первоначальная температура 300 К? Масса газа остаётся неизменной.

Решение

1. Уравнение Клапейрона – Менделеева для заданных состояний:

$$\left.\begin{aligned} &pV = \nu RT; \\ &(p+\Delta p)V = \nu R(T+\Delta T); \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{p}{p+\Delta p} = \frac{T}{T+\Delta T}; \quad pT + p\Delta T = pT + \Delta pT;$$

$$\Delta T = \frac{\Delta pT}{p} = \frac{5\cdot 10^4\cdot 300}{2\cdot 10^5} = 75K;$$

---

409. При постоянной температуре давление идеального газа уменьшилось в 9 раз. Что произошло с объёмом газа?

Решение

1. Уравнение Клапейрона – Менделеева для заданных состояний:

$$\left.\begin{aligned} &pV_1 = \nu RT; \\ &\frac{p}{9}V_2 = \nu RT; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad V_2 = 9V_1;$$

---

410. Два сосуда соединены тонкой трубкой с краном. В первом сосуде объёмом 15 дм^3 находится газ под давлением 2 атм., во втором — такой же газ под давлением 10 атм. Если открыть кран, то в обоих сосудах устанавливается давление 4 атм. Найдите объём (в дм^3) второго сосуда. Температура постоянна.

Решение

1. Соотношение между давлениями и объёмами до и после открытия крана:

$$p_1V_1 + p_2V_2 = p_0(V_1+V_2); \quad \Rightarrow \quad V_2 = \frac{V_1(p_0-p_1)}{p_2-p_0} = 5\text{дм}^3;$$

---

411. **Под каким давлением (в кПа) надо наполнить воздухом баллон ёмкостью 10 л, чтобы при соединении его с баллоном ёмкостью 30 л, содержащим воздух при давлении 100 кПа, установилось общее давление 200 кПа? Температура постоянна.**

Решение

1. Соотношение между давлениями и объёмами до и после открытия крана:

$$p_1V_1 + p_2V_2 = p_0(V_1 + V_2); \quad \Rightarrow \quad p_1V_1 + p_2V_2 = p_0V_1 + p_0V_2;$$

$$p_1 = \frac{p_0(V_1 + V_2) - p_2V_2}{V_1} = \frac{200 \cdot 40 - 100 \cdot 30}{10} = 500\text{кПа};$$

---

412. **В воздухе класса при относительной влажности 60% парциальное давление пара 2400 Па. Определите давление насыщенного пара при данной температуре.**

Решение

$$p_{\text{Н.П.}} = \frac{p_{\text{П}}}{\varphi} = \frac{2400}{0,6} = 4000\text{Па};$$

---

413. **Определите абсолютную влажность воздуха, если температура 15 °С, а относительная влажность 80%. Плотность насыщенного водяного пара при данной температуре 12,8 г/м^3.**

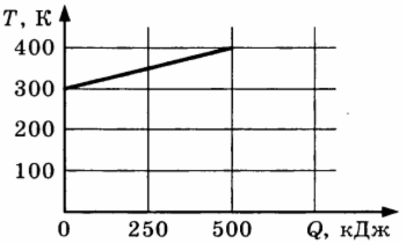
Решение

$$\rho_{\text{А}} = \rho_{\text{Н.П}} \cdot \varphi = 12,8 \cdot 10^{-3} \cdot \varphi = 0,0102\frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

---

3. Термодинамика

414. На рисунке приведен график зависимости температуры твердого тела от полученного им количества теплоты. Масса тела 8 кг. Какова удельная теплоёмкость вещества этого тела?



Решение

1. Повседневный опыт показывает, что при соприкосновении тела со средой, обладающей более высокой температурой, оно нагревается, причём степень нагрева, при прочих равных условиях, зависит от физических свойств тела. Так, например, деревянной палкой можно достаточно долго ворошить горящий костёр, пока она не загорится, а вот алюминиевым прутом(тем более серебряным или золотым) орудовать получится недолго, прут быстро нагреется и начнёт жечь руки. Из этого примера видно, что, как и следовало ожидать, особенности молекулярного строения тел определяют динамику термодинамических процессов. Одной из важных термодинамических характеристик вещества является отношение подводимого количества тепла и соответствующего изменения температуры.

2. Теплоёмкостью тела C называется физическая величина, определяемая в виде отношения сообщённого телу количества теплоты δQ к вызванному изменению температуры dT

$$C = \frac{\delta Q}{dT}, \left[\frac{Дж}{К}\right].$$

3. Для удобства использования понятия теплоёмкости в практических расчётах ввели ещё две производные величины. Молярной теплоёмкостью называется теплоёмкость одного моля вещества, которая определяет, на сколько градусов, например по Кельвину, нагреется один моль вещества при сообщении ему количества теплоты $\delta Q = 1$ Дж

$$C_\mu = \frac{\delta Q}{dT \cdot \nu}, \left[\frac{Дж}{моль \cdot К}\right].$$

4. Удельная теплоёмкость характеризует процесс нагревания или охлаждения единицы массы вещества, чаще всего 1 кг, но это совсем не обязательно, могут быть граммы или тонны

$$c = \frac{\delta Q}{dT \cdot m}, \left[\frac{Дж}{кг \cdot К}\right].$$

5. Для выяснения подробностей рассмотрим процесс нагревания идеального газа. Запишем уравнение первого начала термодинамики, из которого выразим количество тепла

$$CdT = \delta Q = dU + pdV.$$

6. При постоянстве объёма V = const, dV = 0, поэтому

$$C_V dT = dU,$$

где C_V – теплоемкость газа при постоянном объёме. Предположим далее, что для идеального газа теплоёмкость не является функцией температуры, что близко к истине. Проинтегрируем уравнение

$$U = \int_0^T C_V dT.$$

7. Уравнение является математическим выражением закона Джоуля, который утверждает, что внутренняя энергия идеального газа зависит только от его абсолютной температуры. Молекулы идеального газа, как известно, обладают темя степенями поступательного движения. Кинетическая энергия молекулы тоже определяется температурой

$$<\varepsilon_0> = \frac{3}{2} k_B T.$$

Суммарная энергия теплового движения всех молекул в соответствии с развиваемой нами моделью должна быть равна внутренней энергии

$$E = \frac{3}{2} k_B T N = U,$$

где N – число молекул.

8. Проинтегрируем далее уравнение первого начала термодинамики при условии постоянства давления p = const

$$C_p = \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU}{dT} + p\frac{dV}{dT},$$

9. Для реальных газов, молекулы которых расположены друг к другу ближе, чем у идеальных газов, теплоёмкость определяется не только абсолютной температурой, но и объёмом, поэтому

$$C_p = \left(\frac{dU}{dt}\right)_V + \left(\frac{dU}{dV}\right)_T \frac{dV}{dT} + p\frac{dV}{dT},$$

или

$$C_p = \left(\frac{dU}{dT}\right)_V + \left[\left(\frac{dU}{dV}\right)_T + p\right]\frac{dV}{dT}.$$

Для идеального газа $dV/dT = 0$, т.е.

$$C_V = \left(\frac{dU}{dT}\right)_V.$$

При постоянном давлении $dU/dV = 0$, поэтому:

$$C_p = \left(\frac{dU}{dT}\right)_V + p\left(\frac{dV}{dT}\right)_p = C_V + B.$$

Напомним, что для идеального газа справедливо уравнение Клапейрона

$$pdV = BT,$$

которое можно переписать в виде уравнения Майера

$$p\left(\frac{dV}{dT}\right)_p = B.$$

10. Из полученных уравнений очевидно, сто теплоёмкость газа при постоянном давлении больше, чем при постоянном объёме. Дето в том, что при постоянстве давления должен изменяться объём газа, что сопровождается работой против внешних сил, отсюда и неравенство $C_p > C_V$.

11. Для одного моля идеального газа уравнение состояния, как известно, записывается в виде

$$pV_\mu = RT, \quad \Rightarrow \quad V_\mu = \frac{RT}{p}, \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{dV_\mu}{dT}\right)_p = \frac{R}{p},$$

где V_μ – объём одного моля газа, R – универсальная газовая постоянная. Совмещая уравнения, получим для одного моля идеального газа

$$C_p = C_V + R.$$

12. Отношение теплоёмкостей

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V},$$

является индивидуальным для каждого газа и зависит от кинетической энергии отдельных молекул. Величину γ называют коэффициентом Пуассона. Уравнение можно записать в виде, более удобном для практического использования

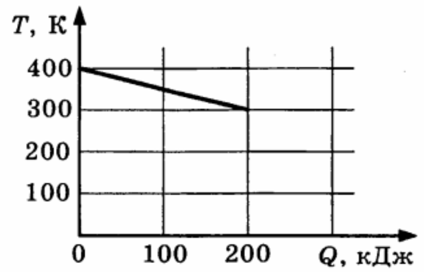
$$C_V = \frac{RT}{\gamma - 1}.$$

13. Для заданного графика зависимости T = f(T):

$$Q = cm\Delta T; \quad \Rightarrow \quad c = \frac{Q}{m\Delta T}; \quad c = \frac{5 \cdot 10^5}{8 \cdot 100} = 625 \frac{Дж}{кг \cdot К};$$

---

415. На рисунке приведен график зависимости температуры твердого тела от отданного им количества теплоты. Масса тела 4 кг. Какова удельная теплоёмкость вещества этого тела?



Решение

$$Q = cm\Delta T; \quad \Rightarrow \quad c = \frac{Q}{m\Delta T};$$

$$c = \frac{2 \cdot 10^5}{4 \cdot 100} = 500 \frac{Дж}{кг \cdot К};$$

---

416. В кастрюлю, где находится вода объёмом 2 л при температуре 25 °С, долили 3 л кипятка. Какая температура воды установится? Потерями энергии пренебречь.

Решение

1. Если два тела, обладающие разными температурами привести в соприкосновение (обеспечить тепловой контакт), то со временем их температура выровняется, по закону сохранения энергии станет одинаковой. Количество теплоты, отданное более нагретым телом, будет равно (исключая неминуемые тепловые потери) количеству теплоты, приобретенному менее нагретым телом. Математически процесс установления теплового баланса описывается уравнением Рихтера:

$$c_1 m_1 (\theta - t_1) = c_1 m_2 (t_2 - \theta);$$

$$m_1\theta - m_1 t_1 = m_2 t_2 - m_2\theta; \quad \Rightarrow \quad \theta(m_1 + m_2) = m_2 t_2 + m_1 t_1; \quad \theta = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2};$$

$$\theta = \frac{2\cdot 25 + 3\cdot 100}{2+3} = 70\ ^0C;$$

417. Удельная теплоемкость воды равна 4200 Дж/(кг · К). Для измерения температуры воды массой 10 г используют термометр, который показывал температуру воздуха в помещении 20 °С, а после погружения в воду показал 41 °С. Определите действительную температуру воды, если теплоёмкость термометра 2 Дж/К.

Решение

1. Количество теплоты, получаемое термометром при его погружении в воду:

$$Q_T = C\Delta T = 2(41-20) = 42Дж;$$

2. Температурная поправка при определении температуры воды:

$$cm\Delta t_x = Q_T; \quad \Rightarrow \quad \Delta t_x = \frac{Q_T}{cm} = \frac{42}{4200\cdot 10^{-2}} = 1\ ^0C;$$

3. Действительная температура воды:

$$t = t_2 + \Delta t_x = 42\ ^0C;$$

418. В фарфоровую чашку массой 100 г при температуре 20 °С влили 200 г кипятка. Окончательная температура оказалась 93 °С. Определите удельную теплоёмкость фарфора. Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг · К). Ответ округлите до десятых.

Решение

1. Введём следующие обозначения:

$$\theta = 93\ ^0C; \quad t_1 = 20\ ^0C; \quad t_2 = 100\ ^0C; \quad c_1 = 4200 Дж/кг\cdot К; \quad m_1 = 0{,}2кг; \quad m_2 = 0{,}1кг;$$

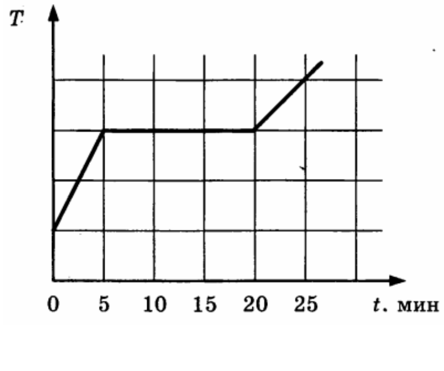
2. Уравнение теплового баланса:

$$c_x m_2(\theta - t_1) = c_1 m_1(t_2 - \theta); \quad \Rightarrow \quad c_x m_2\theta - c_x m_2 t_1 = c_1 m_1 t_2 - c_1 m_1\theta;$$

$$c_x = \frac{7c_1 m_1}{73 m_2} = \frac{7\cdot 4200\cdot 0{,}2}{73\cdot 0{,}1} \approx 805{,}5\frac{Дж}{кг\cdot К};$$

419. В печь поместили некоторое количество алюминия. Диаграмма изменения температуры алюминия с течением времени показана на рисунке. Печь при постоянном нагреве передаёт алюминию 2 кДж энергии в минуту. Какое количество теплоты потребовало плавление алюминия?

Решение



1. Если время плавления принять по заданному графику 15 минут, то количество теплоты, затраченное на этот процесс, определится как:

$$Q = \Im\tau = 2\cdot 10^3\cdot 15 = 3\cdot 10^4 Дж;$$

420. **Сосуд, содержащий некоторую массу азота, при нормальных условиях движется со скоростью 100 м/с. Какой будет максимальная температура азота при внезапной остановке сосуда? Удельная теплоемкость азота при постоянном объеме равна 745 кДж/(кг · К).**

Решение

1. Изменение кинетической энергии молекул газа будет равно изменению его внутренней энергии:

$$\Delta K = \Delta U;$$

2. Молекула азота N_2 двухатомная, имеет $i = 5$ степей свободы, три вращательных и две поступательных

$$\Delta U = \frac{5}{2}\frac{m}{\mu}T\Delta T;$$

3. Считая, что вся кинетическая энергия молекул азота после остановки сосуда перейдёт в тепло, можно записать:

$$\frac{mu^2}{2} = \frac{5}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T; \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{\mu u^2}{5R} \approx \frac{28\cdot 10^{-3}\cdot 10^4}{5\cdot 8{,}3} \approx 6{,}7K;$$

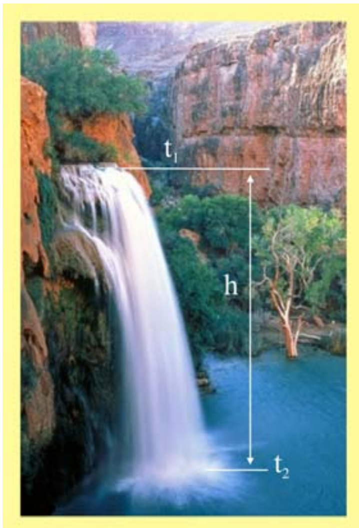
4. Конечная температура азота после остановки сосуда

$$T = T_0 + \Delta T = 273 + 6{,}7 \approx 280K;$$

---

421. **На сколько градусов температура воды у основания водопада с высотой 20 м больше, чем у вершины? Считайте, что вся механическая энергия идет на нагревание воды. Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг · К).**

Решение



1. При падении с высоты h вода теряет потенциальную энергию, приобретая при этом кинетическую энергию, трансформация одного вида энергии в другой сопровождается тепловыми потерями, которые обусловлены, в основном внутренним трением между частичками падающей воды. Уравнение теплового баланса для такого процесса на качественном уровне можно представить уравнением:

$$\zeta mgh = cm\Delta t, \quad \zeta = 1;$$

2. Изменение температуры воды при падении с высоты h

$$\Delta t = \frac{\zeta gh}{c}; \quad \Delta t = \frac{1\cdot 10\cdot 20}{4200} \cong 0{,}048\ ^{o}C.$$

---

422. **Свинцовый шар, падая с некоторой высоты, после удара о землю нагрелся на 4,5 К. Удельная теплоёмкость свинца 130 Дж/(кг · К). Считайте, что при ударе на нагрев шара пошла половина его механической энергии. Чему равна скорость шара перед ударом?**

Решение

$$cm\Delta T=\frac{mu^2}{4};\quad\Rightarrow\quad u=\sqrt{4c\Delta T}=\sqrt{4\cdot 130\cdot 4{,}5}\approx 48{,}4\frac{м}{с};$$

---

423. С какой наименьшей высоты должны были бы свободно падать дождевые капли, чтобы при ударе о землю от них не осталось бы «мокрого места»? В момент падения на землю температура капель 20 °С. Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг · К), а удельная теплота парообразования 2,26 МДж/кг. Сопротивлением воздуха пренебрегите. Ускорение свободного падения считайте постоянным.

Решение

1. Чтобы от капель воды не осталось "мокрого мета" они должны нагреться до температуры кипения и полностью испариться:

$$mgh=cm\Delta T+\lambda m;\quad\Rightarrow h=\frac{c\Delta T+\lambda}{g}\approx\frac{4200\cdot 80+2{,}26\cdot 10^6}{10}\approx 260км;$$

---

424. Какое количество дров потребуется, чтобы вскипятить 50 кг воды, имеющей температуру 10 °С, если КПД нагревателя 25%? Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплота сгорания дров 10 МДж/кг.

Решение

$$\eta q m_x=cm\Delta T;\quad m_x=\frac{cm\Delta T}{\eta q}=\frac{4200\cdot 50\cdot 90}{0{,}25\cdot 1\cdot 10^7}\approx 7{,}56кг;$$

---

425. Какое количество каменного угля необходимо для нагревания от 10 °С до 50 °С кирпичной печи массой 1,2 т, если КПД печи 30%? Удельная теплоёмкость кирпича 750 Дж/(кг · К), удельная теплота сгорания каменного угля 30 МДж/кг.

Решение

$$\eta q m_x=cm\Delta T;\quad m_x=\frac{cm\Delta T}{\eta q}=\frac{750\cdot 1{,}2\cdot 10^3\cdot 40}{0{,}3\cdot 3\cdot 10^7}=4кг;$$

---

426. В электрический кофейник налили воду объёмом 0,16 л при температуре 30 °С и включили нагреватель. Через какое время после включения выкипит вся вода, если мощность нагревателя 1 кВт, КПД нагревателя 0,8? Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг · К). Удельная теплота парообразования воды 2256 кДж/кг.

Решение

$$cm\Delta T+\lambda m=\eta N\tau;\quad\Rightarrow\quad \tau=\frac{m(c\Delta T+\lambda)}{\eta N}=\frac{0{,}16\left(4200\cdot 70+2{,}256\cdot 10^6\right)}{0{,}8\cdot 10^3}\approx 510с;$$

---

427. **Идеальный одноатомный газ переводят из первого состояния (220 кПа, 1 л) во второе (40 кПа, 2 л). Найдите работу, совершаемую газом.**

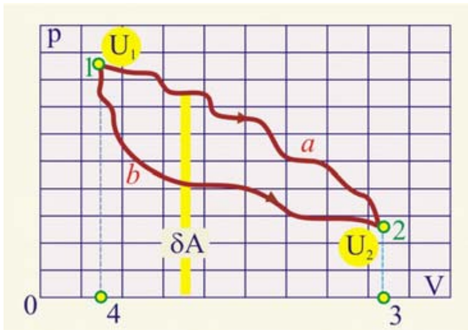
Решение

1. В каждый момент времени состояние тела определяется всем многообразием его свойств, причём, изменение одного из них, как правило, приводит к изменению других. Построение термодинамической модели поведения вещества осуществим на примере идеального газа, для которого всё многообразие параметров состояния можно свести к трём, т.е.

$$f(p, V, T) = 0,$$

все остальные свойства, включая электрические, магнитные, оптические и др. будут далее полагаться неизменными.

2. Рассмотрим pV – диаграмму некоторого термодинамического процесса вследствие которого объект переводится из начального состояния *1* в конечное состояние *2*. состояние 1 и характеризуется набором из трёх параметров: давления p, объёма V и температуры T. Кроме того, рассматриваемая масса газа в этом состоянии будет обладать внутренней энергией U_1.



3. Предположим далее, что газ получил возможность расширяться, совершая при этом работу. Почему при расширении газа будет совершаться механическая работа? Это можно показать, воспользовавшись традиционными представлениями о работе, заимствованными из классической механики. Рассмотрим цилиндр с термоизолированными стенками (адиабатная оболочка), заполненный идеальным газом и закрытый невесомым поршнем. Предположим, что первоначально давление в ограниченном объёме выше окружающего и равно p. Если поршень отпустить и допустить его перемещения без трения, то газ начнёт расширяться, причём на поверхность поршня будет действовать сила

$$F = pds.$$

4. Элементарная работа этой силы на перемещении поршня dx будет равна

$$\delta A = Fdx = p\,ds\,dx = p\,dV.$$

Вычислим далее работу при переводе исследуемого объёма газа из начального положения *1* в конечное положение *2*, для чего кривую p = f(V) разобьём на большое число отрезков и на каждом из них примерим уравнение для определения элементарной работы. При суммировании элементарных работ, мы придём к следующему выражению

$$A_{1\to 2} = \sum_{k=1}^{k=n} \delta A_k = \lim_{k\to\infty} \sum_{k=1}^{k=n} pdV_k = \int_{V_1}^{V_2} pdV.$$

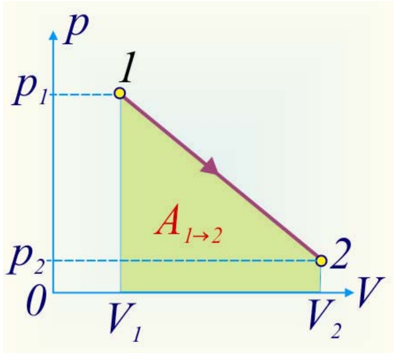
Работа, таким образом, численно будет равна площади трапеции построенной в p – V координатах.

5. При увеличении объёма газа от V_1 до V_2 совершается работа $A_{1\to 2}$. Поскольку закон сохранения энергии никто не отменял и для энного случая, то совершение работы должно сопровождаться уменьшением внутренней энергии газа, больше энер-

гии взяться неоткуда.

На этом основании работу можно сопоставить с изменением внутренней энергии

$$A_{1\to 2} = -\left(U_2 - U_1\right) = U_1 - U_2 .$$



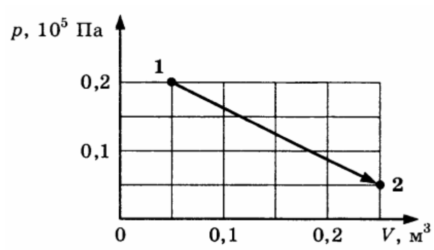
6. Применительно к условиям данной задачи работа газа определится как площадь трапеции $\left\{V -_1 1 - 2 - V_2 - V_1\right\}$,:

$$A_{1\to 2} = p_2\Delta V + \frac{p_1 - p_2}{2}\Delta V = \frac{p_1 + p_2}{2}\Delta V;$$

$$A_{1\to 2} = \frac{\left(220 + 40\right)10^3}{2} 1\cdot 10^{-3} = 130 Дж;$$

---

428. Какую работу совершил одноатомный газ в процессе, изображенном на pV-диаграмме?



Решение

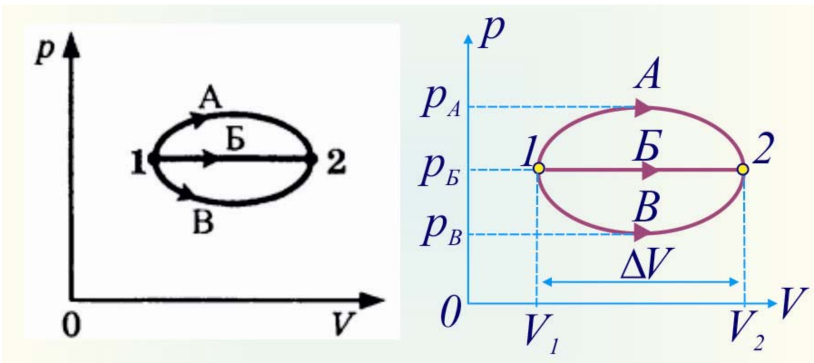
$$A_{1\to 2} = \frac{p_1 + p_2}{2}\Delta V;$$

$$A_{1\to 2} = \frac{2\cdot 10^4 + 5\cdot 10^3}{2}\cdot 0{,}2 = 2{,}5 кДж;$$

---

429. В каком из процессов перехода идеального газа из состояния 1 в состояние 2, изображенном на pV-диаграмме (см. рис.), газ совершает наибольшую работу?

Решение



$$p_А > p_Б > p_В; \quad \Rightarrow \quad \frac{p_А + p_Б}{2}\Delta V > p_Б\Delta V > \frac{p_Б + p_В}{2}\Delta V;$$

$$A_А > A_Б > A_В;$$

---

430. Одноатомный идеальный газ в количестве 4 моль поглощает количество теплоты 3 кДж. При этом температура газа повышается на 20 К. Какая работа совершается газом в этом процессе?

Решение

1. Как известно, закон сохранения энергии в его термодинамическом варианте можно математически выразить следующим уравнением

$$\delta Q = dU + k_m \delta A,$$

которое в системе СИ, где количество тепла Q, работа A, внутренняя энергия U измеряются в джоулях, уравнение первого начала термодинамики принимает вид

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

2. При сообщении газу количества тепла δQ и совершении над ним внешними силами работы δA^*, возможно уравнение первого начала переписать следующим образом

$$\delta Q + \delta A^* = dU.$$

3. Выражения представляют собой дифференциальную форму записи второго начала термодинамики. Интегральная форма получается при совмещении уравнений

$$Q = U_2 - U_1 + \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

4. К ситуации описываемой уравнением можно прийти, подогревая газ в цилиндре и одновременно сжимая его поршнем, движимым внешними силами чисто механического свойства. Другими словами, подводимая теплота и совершаемая над газом работа преобразуются во внутреннюю энергию, что подтверждает предположение о том, что внутренняя энергия однозначно определяется термодинамическим состоянием тела, в данном случае в газообразном состоянии.

5. Мечта всех энтузиастов perpetuum mobile, чтобы при одинаковом наборе макропараметров $\{p,V,T\}$ тело имело бы разные внутренние энергии. В этом случае на основании совершенно справедливого уравнения первого начала можно было бы извлекать энергию в виде «шаровой» работы. Несмотря на многочисленные попытки создать желанную ситуацию не удалось, ибо законы природы неумолимы и управляются отнюдь не человеческими эмоциями.

6.Внутренняя энергия является однозначной функцией состояния вещества и представляется полным дифференциалом, что и продиктовало обозначение dU. А вот произведенная работа δA и соответствующее количество тепла δQ полными дифференциалами не являются.

7. Полная работа $A_{1\to 2}$ при заданных по условию задачи особенностях процессов геометрически отображается площадью криволинейной трапеции и зависит от способа, которым осуществляется перевод системы из начального положения в конечное.

8. Величины δA и δQ не являются полными дифференциалами, они называются функционалами и зависят от вида функции $p = f(V)$, описывающий переход из начального положения в конечное положение.

9. Первое начало термодинамики позволяет более точно определить понятие количества тепла. Количество тепла δQ есть количество внутренней энергии, переданной от одного тела другому без совершения работы первым телом над вторым. Из этого следует, что количество тепла понятие, проявляющееся только в каком либо конкретном процессе, т.е. количество тепла является формой передачи энергии. Количество тепла нельзя рассматривать как некоторый самостоятельный вид энергии, содержащийся в веществе, точно так же как бессмысленно говорить о количестве, содержащейся в теле работы.

$$\delta Q = A_{1\to2} + \Delta U = A_{1\to2} + \frac{3}{2}\nu\Delta T; \quad \Rightarrow \quad A_{1\to2} = \delta Q - \frac{3}{2}\nu R\Delta T;$$

$$A_{1\to2} = 3\cdot10^3 - \frac{3}{2}4\cdot8{,}3\cdot20 \approx 2\text{кДж};$$

10. В подавляющем большинстве энергетическая сущность нашей теперешней цивилизации заключается в превращении тепла в работу. Все тепловые машины, включая двигатели внутреннего сгорания, то и делают, что внутреннюю энергию углеводородных топлив превращают в тепло, весьма не эффективно далее организуя трансформацию тепла в механическую работу.

11. С позиций молекулярно-кинетической теории тепловые машины должны «уметь» кинетическую энергию теплового хаотического движения молекул вещества превращать в полезную работу. Поскольку хаотическое тепловое движение молекул и атомов есть естественное состояние любого вещества, то энергии в окружающем нас пространстве должно быть не меряно, это действительно так. Однако в большинстве своём эта энергия абсолютно бесполезна по причине невозможности превращения её в работу. Эту энергию нельзя даже рассматривать в качестве гипотетических запасов, которые когда-либо, когда люди станут сильно умными, может быть использована для производства работы.

12. Возьмём кусок стали массой m = 1 кг и нагреем его на $\Delta T = 1000\ ^0K$, при этом его внутренняя энергия изменится на величину

$$\Delta U \approx cm\Delta T \approx 460\cdot1\cdot10^3 \approx 4{,}6\cdot10^5\,\text{Дж},$$

где $c \cong 460$ Дж/(кг·К) − удельная теплоёмкость стали. Оценим далее, на какую высоту необходимо поднять не нагретый этот кусок стали над поверхностью земли, чтобы он приобрёл такую же величину потенциальной энергии

$$\Delta U = mgh, \quad h = \frac{\Delta U}{mg} = \frac{4{,}6\cdot10^5}{1\cdot10} \approx 4{,}6\cdot10^4\,\text{м}.$$

13. Но вот что замечательно, нагретый до столь высокой температуры типичный образец вещества, ни при каких обстоятельствах не отправится в полёт, а будет смирно лежать там, куда его поместили и растрачивать свою избыточную внутреннюю энергию окружающему пространству, переходя в состояние теплового равновесия. **Стремление к равновесию является естественным направлением хода всех природных и технических процессов.** Следует особо подчеркнуть, что пришедшие в состояние равновесия тела, покинуть это состояние без влияния извне не могут.

14. Проведенные рассуждения и оценки говорят о том, что имеющиеся вокруг нас фантастические запасы энергии не могут превратиться в механическое движение ни при каких обстоятельствах. Печально конечно, а может, если вдуматься, то и нет. Уж больно человечество неосторожно в своих игрищах с источниками энергии. Следуя далее Китайгородскому, оценим энергетические изменения нашей планеты при понижении её средней температуры всего на $\Delta T = 1\ ^0K$

$$\Delta U = cm\Delta T \approx 920\cdot6\cdot10^{24}\cdot1 \approx 5{,}52\cdot10^{27}\,\text{Дж},$$

где $c \cong 920$ Дж/(кг·К) − средняя удельная теплоёмкость Земли. Так вот, полученное значение изменения внутренней энергии нашей планеты практически в миллиард раз больше, чем величина энергии, вырабатываемой в течение года всеми электростанциями на Земле. Именно от таких оценок цепенеет буйная фантазия энтузиастов вечного движения. Как же, стоит только придумать устройство, использующее для производства работы только охлаждение среды, и человек снова счастлив и беззаботен на пару миллионов лет, а может быть и побольше. Но физическое существо мироздания к подобному стремлению повторно без особого напряга переселиться в Эдем, относится более чем категорично.

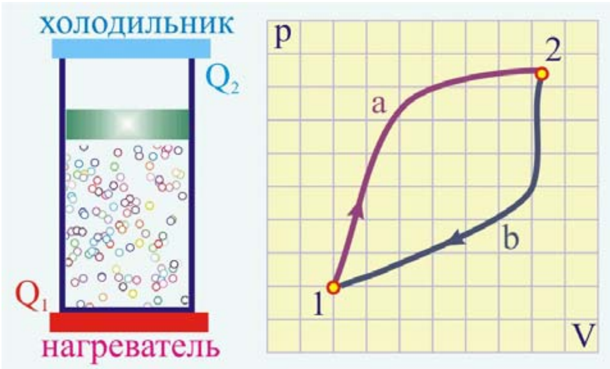
431. Один моль инертного газа сжали, совершив работу 600 Дж. В результате сжатия температура газа повысилась на 40 °С. Какое количество теплоты отдал газ?

Решение

$$\delta Q = A^*_{1\to 2} - \Delta U = A_{1\to 2} - \frac{3}{2}\nu R\Delta T = 600 - \frac{3}{2}\cdot 1\cdot 8{,}3\cdot 40 \approx 102 Дж;$$

432. Тепловая машина имеет КПД 25%. Средняя мощность передачи теплоты холодильнику в ходе её работы составляет 3 кВт. Какое количество теплоты получает рабочее тело машины от нагревателя за 10 с?

Решение



Круговой процесс

1. Рассмотрим идеальный газ, находящийся в цилиндрическом сосуде под массивным поршнем. Если дно цилиндра привести на некоторое время в соприкосновение с телом, обладающим большей, чем окружающая среда температурой (нагревателем), то газ начнёт расширяться, совершая работу, связанную с увеличением потенциальной энергии поршня. В стадии нагревания изменение состояния газа (рабочего тела) можно охарактеризовать на pV – диаграмме кривой 1a2. Первое начало термодинамики позволяет записать следующее уравнение подобающее рассматриваемой ситуации

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_1 .$$

2. Если в верхней точке своей прямолинейной траектории поршень соприкоснётся с телом, температура которого ниже температуры газа (холодильником), произойдёт охлаждение газа, что приведёт к уменьшению его объёма. Газ из состояния 2 по кривой 2b1 вернётся в исходное состояние 1, при этом:

$$-Q_2 = U_1 - U_2 - A_2 .$$

Совмещая уравнения, получим:

$$Q_1 - Q_2 = A_1 - A_2 .$$

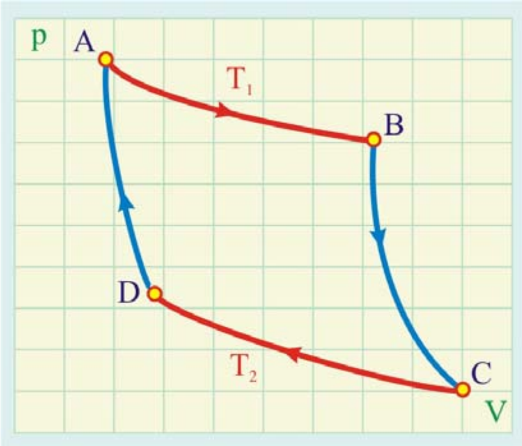
3. Уравнение демонстрирует, что рассматриваемое устройство совершило круговой процесс, при котором, нагреватель отдал рабочему телу тепло Q_1, а холодильник приобрёл тепло в количестве Q_2. Экономический коэффициент полезного действия тепловой машины можно представить традиционным образом

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H} = 1 - \frac{Q_H}{Q_X}; \quad \Rightarrow \quad Q_H = \frac{Q_X}{1-\eta} = \frac{N_X\tau}{1-\eta} = \frac{3\cdot 10^4}{0{,}75} = 40 кДж;.$$

433. КПД идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно, 20%. Во сколько раз абсолютная температура нагревателя больше абсолютной температуры холодильника?

Решение

1. . Во времена французской революции в 1824 г. французский военный инженер Сади Карно опубликовал работу «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу» в которой рассмотрел в общем виде проблему «получения движения из тепла». Рассматривая идеальный круговой процесс (цикл Карно), впервые показал, что полезную работу можно совершить лишь при переходе тепла от нагретого тела к более холодному. Выдвинул положение, что величина работы определяется только разностью температур нагревателя и холодильника и не зависит от природы рабочего тела (теорема Карно). Пришел к понятию механического эквивалента теплоты и сформулировал в общем виде закон сохранения энергии.



Цикл Карно

2. Второе начало термодинамики устанавливает направление течения и характер процессов, протекающих в окружающем нас мире. Существует несколько эквивалентных формулировок второго начала термодинамики.

- Клаузиус второе начало сформулировал в виде постулата: «Процесс, при котором не происходит других изменений, кроме передачи теплоты от горячего тела к холодному, является необратимым, т.е. теплота не может перейти от холодного тела к горячему без каких-либо других изменений в системе». Другими словами, чтобы от холодного тела передать тепло горячему телу необходимо совершить работу за счёт энергии внешнего источника.
- Лорд Кельвин второе начало сформулировал следующим образом: «Процесс, при котором работа переходит в теплоту без каких-либо других изменений в системе, является необратимым, т.е. невозможно преобразовать в работу всю теплоту, взятую от источника с однородной температурой, не производя других изменений в системе».
- Макс Планк: «Невозможен такой периодический процесс, единственным результатом которого было бы превращение теплоты в работу».

3. Таким образом, в соответствии со вторым началом термодинамики для превращения теплоты в работу необходимы два тела с различными температурами T_1 и T_2. Если $T_1 > T_2$, то первое тело называется нагревателем, а второе – холодильником.

4. Из всего многообразия круговых термодинамических процессов выделяют, так называемый, цикл Карно, который позволяет получить максимально возможный коэффициент полезного действия. Всё фундаментальное и практическое значение второго начала термодинамики, пожалуй, впервые осознал Сади Карно, который занимался проектированием и строительством водяных двигателей. В это время во Франции уже начали появляться тепловые машины, построенные гениальными самоучками по наитию, но теоретически никак необоснованные. Научный фундамент был ещё не создан.

5. Карно постулировал, что величина работы, получаемой в круговом цикле, определяется только разностью температур нагревателя и холодильника, при этом физические и иные свойства рабочего тела никакого влияния на коэффициент полезного действия цикла не оказывают. Далее, используя этот принцип, Карно придумал

идеальный цикл тепловой машины, который обладает максимально возможным коэффициентом полезного действия. Цикл Карно состоит из двух изотерм и двух адиабат. Процесс перехода из состояния А в состояние В представляет собой изотермическое расширение рабочего тела, при котором газ находится в тепловом контакте с нагревателем, обладающим температурой T_1. Переход из состояния В в состояние С, сопровождается дальнейшим адиабатическим увеличением объёма при изоляции от окружающей среды. Переход из точки С в точку D представляется изотермическим сжатием газа, и, наконец, возвращение системы в исходную точку А протекает в виде адиабатического сжатия.

6. При изотермическом сжатии, как известно, внутренняя энергия рабочего тела не меняется (температура неизменна), поэтому поглощаемое от нагревателя тепло в соответствии с первым началом термодинамики, преобразуется в работу

$$\Delta Q_1 = L = \int_{V_A}^{V_B} pdV = \frac{m}{\mu} RT_1 \frac{dV}{V},$$

где m, μ – масса и молярная масса газа. Поскольку в уравнении для изотермического процесса переменными являются объём и давление, то давление выражено через объём из уравнения Клапейрона – Менделеева

$$pV = \frac{m}{\mu} RT_1, \quad \Rightarrow \quad p = \frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{V}.$$

7. Интегрируя уравнение, получим

$$\Delta Q_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln\frac{V_B}{V_A}.$$

Аналогичные уравнения запишем для перехода $C \to D$

$$\Delta Q_{21} = \int_{V_C}^{V_D} pdV = \frac{m}{\mu} RT_2 \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln\frac{V_D}{V_C}.$$

8. В рассматриваемых процессах $V_B > V_A$ и $V_D < V_C$, из чего следует, что $\Delta Q_1 > 0$, $\Delta Q_2 < 0$. Переходы $B \to C$ и $D \to A$ подчиняются уравнению адиабаты

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_2 V_C^{\gamma-1}, \qquad T_2 V_C^{\gamma-1} = T_1 V_A^{\gamma-1}.$$

Решая совместно уравнения, получим:

$$\frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} = 0.$$

Из уравнения следует, что:

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta Q_1} = -\frac{T_2}{T_1},$$

следовательно, подставив последнее соотношение в уравнение для коэффициента полезного действия, получим величину максимально возможную величину коэффициента полезного действия тепловой машины, работающей по циклу Карно

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

9. Уравнению можно придать другой вид, более рациональный для условий данной задачи:

$$\eta = \frac{T_н - T_х}{T_н} = 1 - \frac{T_X}{T_H}; \quad \Rightarrow \quad \zeta = \frac{T_H}{T_X} = \frac{1}{1-\eta} = 1{,}25;,$$

т.е. коэффициент полезного действия тепловой машины определяется только разностью температур нагревателя и холодильника, такова правда жизни. Для увеличения эффективности теплового агрегата необходимо увеличить разность температур нагревателя и холодильника. Этот суровый приговор похоронил все паровозы, потому что температура пара не может увеличиваться беспредельно, а вот в двигателях внутреннего сгорания температура при воспламенении выше, следовательно, они более эффективны, хотя, уравнение Карно не позволяет увеличить коэффициент полезного действия более $\eta \leq 40\%$.

10. По большому счёту принцип действия современных силовых энергетических установок серьёзных изменений со времён их первоначального появления на энергетической арене не претерпел, как следствие и коэффициент полезного действия не увеличился существенно. Как уже отмечалось нами ранее, коэффициент полезного действия двигателей внутреннего сгорания не превышает 40 %. В табл. 1 приведены значения коэффициента полезного действия двигателей различных типов.

Табл. 1

Тип энергетической установки	КПД, %
Паровоз	8
Стационарная паровая машина	≅ 15
Турбореактивный двигатель	20 – 30
Газотурбинная установка (стационарная)	25 – 29
Двигатель карбюраторный	25 – 34
Дизель автомобильный	28 – 37
Дизель судовой	34 – 77
Электродвигатель	До 92

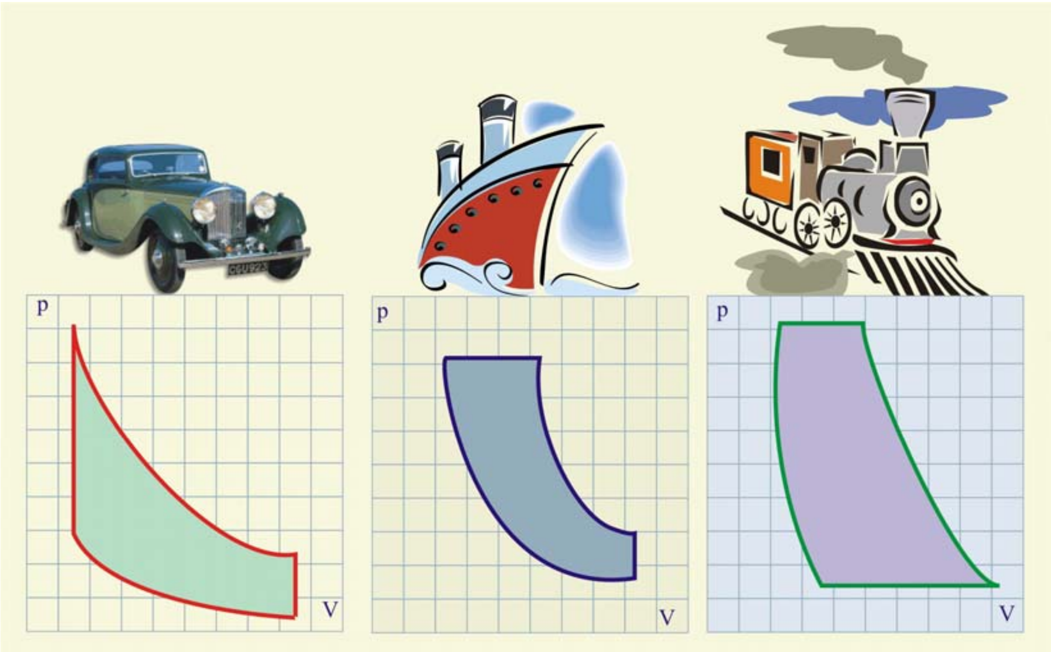
11. От чего так? От чего покорив околоземное пространство, и освоив совершенно новые принципы коммуникации, человечество затормозилось в своём развитии в области совершенствования источников энергии? Большинство учёных объясняет такой парадокс адаптационными свойствами человеческого сознания на уровне отдельного индивидуума и сообществ. Такую точку зрения оправдывают известные исторические факты, когда человеческие интеллектуальные усилия направлялись именно в те области науки и технологий, которые были наиболее необходимы для ускорения эволюционного процесса.

В случае с источниками энергии, человечество было попросту избаловано изобилием углеводородов, добывать которые на протяжении последней сотни лет не составляло большого труда и не стоило значительных денег. Вершиной энергетической пирамиды по вполне понятным причинам стала нефть.

Нефть представляет собой много фракционное соединение, в котором доминируют углерод (83 – 87%) и водород (11 – 14%), т.е. элементы, которые соединяются друг с другом в различных пропорциях. Одна из возможных формул нефти: CH_4, C_2H_6, C_3H_6, C_6H_6, C_8H_{10}, другими словами C_XH_Y.

Углеводороды содержатся в земной коре в составе нефти, каменного и бурого углей, природного и попутного газов, сланцев и торфа. Несмотря на то, что запасы этих полезных ископаемых на Земле не безграничны до настоящего времени они расходуются главным образом в качестве топлива (двигатели внутреннего сгорания, тепловые электростанции, котельные) и лишь незначительная часть используется как сырье в химической промышленности. До 85% всей добываемой нефти идет на получение горюче-смазочных материалов и лишь около 15% применяется в виде химического сырья.

На рис. схематически изображены рабочие циклы распространённых типов силовых установок, которыми оборудуются автомобили, суда и паровозы. Автомобильные бензиновые двигатели работают, используя цикл Отто, дизельные автомобильные, тракторные и судовые двигатели – цикл Рудольфа Дизеля, паровозы – цикл паровой машины. Общим для всех циклов является адиабатическое расширение рабочего тела. В двигателях внутреннего сгорания (с принудительным воспламенением горючей смеси) вспышка происходит в течение малого промежутка времени, объём поршневого пространства, практически, не изменяется, т.е. начальная стадия кругового процесса протекает при постоянном объёме. В дизельном двигателе топливо впрыскивается постепенно, и горение смеси протекает при постоянном давлении. В паровой машине при постоянном давлении подаётся пар. Все приведенные выше процессы называются квазистатическими (почти статическими, т.е. почти равновесными).



Рабочие циклы наиболее распространённых двигателей

4. Электричество и магнетизм

434. Во сколько раз уменьшится сила кулоновского отталкивания двух маленьких бусинок с одинаковыми зарядами, если, не изменяя расстояния между ними, перенести 2/3 заряда с первой бусинки на вторую?

Решение

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= k\frac{q\cdot q}{r^2};\\ F_2 &= k\frac{\frac{5}{3}q\cdot\frac{1}{3}q}{r^2}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{1{,}67\cdot 0{,}33} \approx 1{,}81;$$

---

435. Потенциал поля точечного заряда на расстоянии r_1 от заряда равен $\varphi_1 = 16$ В, а на расстоянии r_2 равен $\varphi_2 = 100$ В. Каков потенциал поля этого заряда на расстоянии, равном среднему геометрическому r_1 и r_2 $\left(r = \sqrt{r_1 r_2}\right)$?

Решение

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= k\frac{q}{r_1};\\ \varphi_2 &= k\frac{q}{r_2};\\ \varphi_x &= k\frac{q}{\sqrt{r_1 r_2}}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} r_1 &= k\frac{q}{\varphi_1};\\ r_2 &= k\frac{q}{\varphi_2}\\ \sqrt{r_1 r_2} &= kq\sqrt{\frac{1}{\varphi_1\varphi_2}}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \varphi_x = \sqrt{\varphi_1\varphi_2} = 40\text{В};$$

---

436. Потенциал поля точечного заряда на расстоянии 10 см от заряда равен 300 В. Какой будет напряженность в этой точке?

Решение

1. Величина электрического заряда:

$$\varphi = k\frac{q}{r};\quad k \approx 9\cdot 10^9\,\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{Кл}^2};\quad q = \frac{\varphi r}{k} \approx 3{,}33\cdot 10^{-9}\,\text{Кл};$$

2. Напряжённость в заданной точке:

$$E = k\frac{q}{r^2} \approx 9\cdot 10^9\,\frac{3{,}33\cdot 10^{-9}}{0{,}01} \approx 3\,\frac{\text{кВ}}{\text{м}};$$

---

437. Определите результирующую силу, действующую на выделенный заряд q.

Решение

1. Силы, действующие на заряд q:

$$\left|\vec{F}_1\right| = k\frac{2q\cdot q}{a^2} = k\frac{2q^2}{a^2};$$

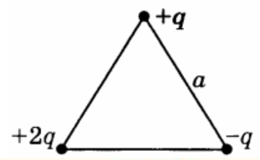
$$\left|\vec{F}_2\right| = k\frac{q^2}{a^2};$$

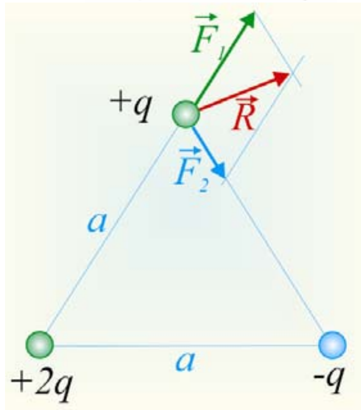
2. Модуль результирующей силы:

$$\left|\vec{R}\right| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 120^0};$$

$$\left|\vec{R}\right| = \sqrt{k^2\frac{4q^4}{a^4} + k^2\frac{q^4}{a^4} - k^2\frac{2q^4}{a^4}} = \sqrt{k^2\frac{3q^4}{a^4}};$$

$$\left|\vec{R}\right| = k\frac{q^2}{a^2}\sqrt{3};$$

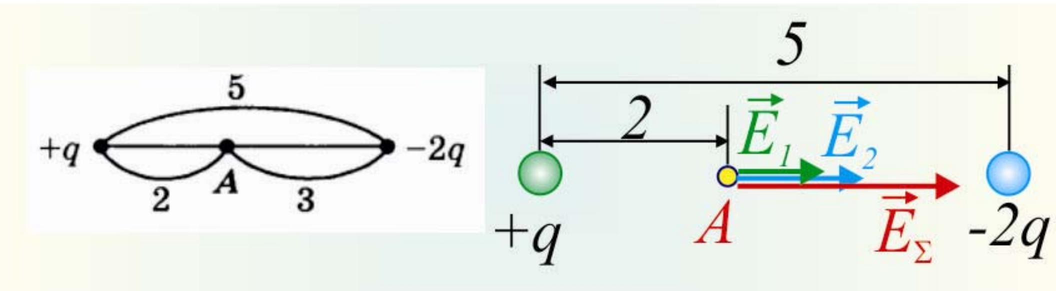




---

438. Определите результирующую напряженность в точке *A*.

Решение

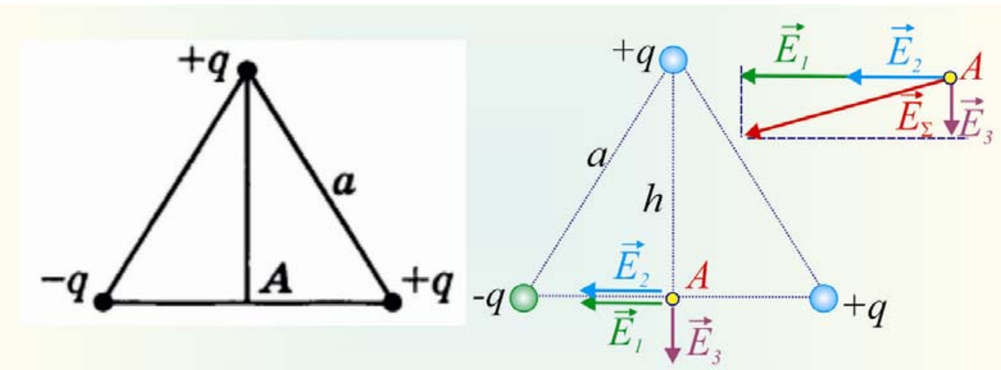


$$\left|\vec{E}_1\right| = k\frac{q}{4};\quad \left|\vec{E}_2\right| = k\frac{q}{9};\quad \left|\vec{E}_\Sigma\right| = E_1 + E_2 = kq\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{9}\right) = \frac{13}{36}kq \approx 0{,}47kq;$$

---

439. Определите результирующую напряженность в точке *A*.

Решение



1. Расстояние h:

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{\frac{3}{4}} \approx 0{,}87a;$$

2. Напряженности электростатического поля в заданной точке A:

$$\left|\vec{E}_1\right| = \left|\vec{E}_2\right| = k\frac{4q}{a^2}; \quad \left|\vec{E}_3\right| = k\frac{q}{0{,}75a^2}; \quad \left|\;\right| |E_1| + |E_2| = k\frac{8q}{a^2};$$

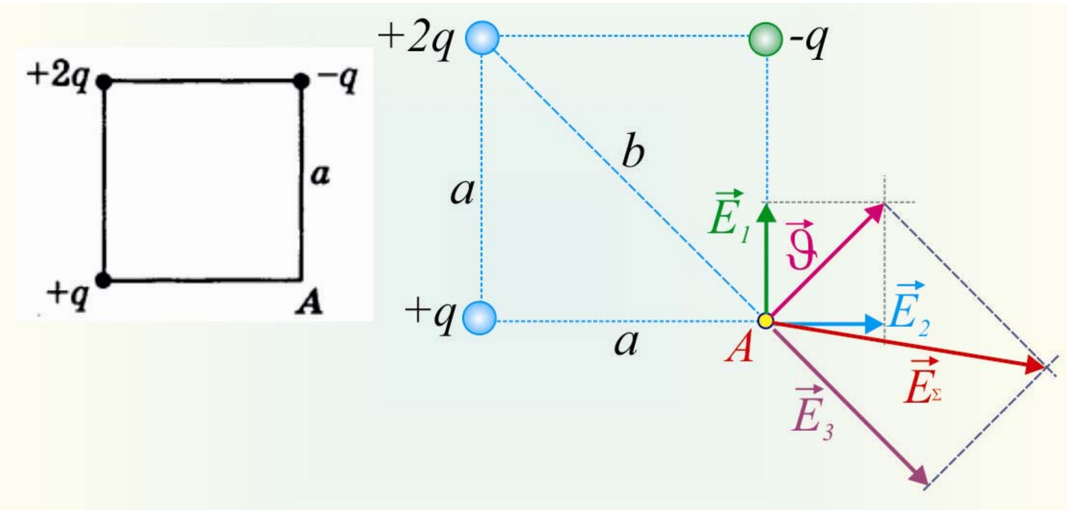
3. Результирующая напряжённость поля в заданной точке A:

$$\left|\vec{E}_\Sigma\right| = \sqrt{\Re^2 + E_3^2} = \sqrt{k^2\frac{64q^2}{a^4} + k^2\frac{q_2}{0{,}56a^4}} = k\frac{q}{a^2}\sqrt{64 + 1{,}78} \approx 8{,}1k\frac{q}{a^2};$$

---

440. Определите результирующий потенциал в точке *A*.

Решение



2. Напряженности электростатического поля в заданной точке A:

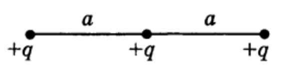
$$\left|\vec{E}_1\right| = \left|\vec{E}_2\right| = k\frac{q}{a^2}; \quad \left|\vec{E}_3\right| = k\frac{q}{\sqrt{2}a^2}; \quad \left|\vec{\vartheta}\right| = |E_1| + |E_2| = k\frac{q}{a^2}\sqrt{2};$$

3. Результирующая напряжённость поля в заданной точке A:

$$\left|\vec{E}_\Sigma\right| = \sqrt{\vartheta^2 + E_3^2} = \sqrt{k^2\frac{q^2}{a^4}2 + k^2\frac{q_2}{2a^4}} = k\frac{q}{a^2}\sqrt{2} \approx 1{,}41k\frac{q}{a^2};$$

---

441. Определите полную потенциальную энергию системы зарядов.



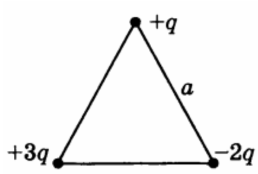
Решение

$$\Pi_1 = \Pi_2 = k\frac{q^2}{a}; \quad \Pi_3 = k\frac{q^2}{2a};$$

$$\Pi_\Sigma = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = k\frac{q^2}{a}\left(1 + 1 + \frac{1}{2}\right) = 2{,}5k\frac{q^2}{a};$$

---

442. **Определите полную потенциальную энергию системы зарядов.**



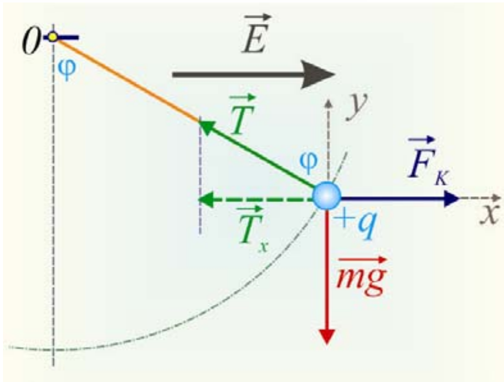
Решение

$$\Pi_1 = k\frac{3q^2}{a};\quad \Pi_2 = -k\frac{2q^2}{a};\quad \Pi_3 = -k\frac{6q^2}{a};$$

$$\Pi_\Sigma = k\frac{q^2}{a}(3-2-6) = -5k\frac{q^2}{a};$$

---

443. **В горизонтальное однородное электрическое поле помещен шарик массой 1 г, подвешенный на тонкой шелковой нити. Шарику сообщен заряд 1 мкКл. Определите значение напряженности поля, если нить отклонилась от вертикали на угол 60°.**



Решение

1. Поскольку заряженный шарик находится в электростатическом поле в состоянии равновесия, то

$$\sum_{i=1}^{i=3}\vec{F}_i = 0,$$

или в проекции на оси координат:

$$\left.\begin{aligned} T\cos\varphi - mg = 0;\\ F_K - T\sin\varphi = 0;\end{aligned}\right\} \Rightarrow\quad F_K = mg\,\mathrm{tg}\varphi;$$

2. Напряжённость электростатического поля:

$$\vec{F}_K = q\vec{E};\quad \Rightarrow\quad \left|\vec{E}\right| = \frac{mg\,\mathrm{tg}\varphi}{q} \approx \frac{10^{-3}\cdot 10\cdot 1{,}732}{10^{-6}} \approx 17{,}32\frac{\text{кВ}}{\text{м}};$$

---

444. **Заряженный шарик, подвешенный на невесомой шелковой нити, находится во внешнем электрическом поле, силовые линии которого горизонтальны. Нить образует угол 45° с вертикалью. На сколько изменится угол отклонения нити при уменьшении заряда шарика на 30%?**

Решение

1. Воспользовавшись итоговым уравнением предыдущей задачи, составим систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} E = \frac{mg\,\mathrm{tg}\varphi_1}{q};\\ E = \frac{mg\,\mathrm{tg}\varphi_2}{0{,}7q};\end{aligned}\right\} \Rightarrow\quad \mathrm{tg}\varphi_2 = 0{,}7\,\mathrm{tg}\varphi_1;\quad \Rightarrow\quad \varphi_2 \approx 35^0;\quad \Rightarrow\quad \Delta\varphi \approx 10^0;$$

---

445. **Заряженная пылинка движется вертикально между двумя одинаковыми горизонтальными пластинами размером 5 см × 5 см, расположенными напротив друг друга на расстоянии 0,5 см, разность потенциалов между которыми 300 В. Кинетическая энергия пылинки при перемещении от одной пластины до другой изменяется на 1,5 мкДж. Каков заряд пылинки? Ответ выразите в нКл и округлите до целых. Действием силы тяжести пренебречь.**

Решение

1. Напряжённость электрического поля между обкладками конденсатора:

$$E = \frac{U}{d};$$

2. Сила Кулона, действующая на пылинку:

$$F_K = qE = qU/d;$$

3. Изменение кинетической энергии пылинки будет численно равно работе силы Кулона на перемещении d (в соответствии с теоремой об изменении кинетической энергии):

$$\Delta K = F_K d = qU; \quad \Rightarrow \quad q = \frac{\Delta K}{U} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-6}}{300} = 5\text{нКл};$$

---

446. **Рассчитайте электрический потенциал поверхности Земли, если радиус планеты 6400 км, а напряженность на поверхности Земли 130 В/м.**

Решение

1. Электрический потенциал земного шара:

$$\varphi = k\frac{q}{R};$$

2. Напряжённость электрического поля:

$$E = k\frac{q}{R^2} = \frac{ER^2}{R} = ER = 130 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 = 832 \cdot 10^6 \frac{\text{В}}{\text{м}} = 832\text{МВ};$$

---

447. **Сфера с центром в точке *O* равномерно заряжена. В центре сферы потенциал равен 100 В, а в некоторой точке *A* 50 В. Расстояние от центра сферы до точки *A* равно 30 см. Определите напряженность поля в точке *A*?**

Решение

1. Заряд сферы:

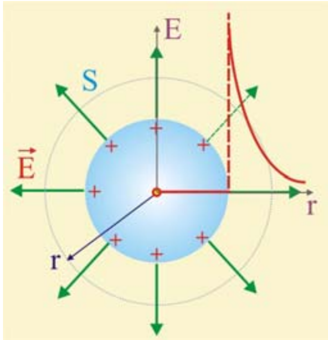
$$\varphi = k\frac{q}{r}; \quad \Rightarrow \quad q = \frac{\varphi r}{k};$$

2. Напряжённость электрического поля в заданной точке:

$$E_A = k\frac{q}{r^2} = k\frac{\varphi r}{kr^2} = \frac{\varphi}{r} = 166{,}7\frac{\text{В}}{\text{м}};$$

---

448. **Проводящий шар радиусом 5 см заряжен до потенциала 40 В. Определите значение напряженности поля на расстоянии 3 см от поверхности шара.**



Решение

1. Напряжённость и потенциал электрического поля, создаваемого равномерно заряженным проводящим шаром

$$E = k\frac{q}{r^2};\quad \varphi = k\frac{q}{R};\quad \Rightarrow\quad q = \frac{\varphi R}{k} = \frac{40\cdot 5\cdot 10^{-2}}{9\cdot 10^9} = 2{,}2\cdot 10^{-10}\,\text{Кл};$$

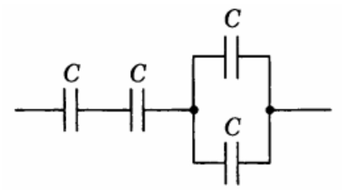
2. Как видно, уравнение электрического поля равномерно заряженного проводящего шара совпадает с полем точечного заряда т.е. напряжённость обратно пропорциональна квадрату радиуса виртуальной сферы, на поверхности которой определяется модуль $\vec{E}$. Поле внутри шара, как и у всякого проводника будет нулевым, максимальное значение напряжённости будет иметь место на поверхности шара и будет уменьшаться пропорционально $1/r^2$

$$r = R + a = 8\cdot 10^{-2}\,\text{м};$$

$$E = \frac{\varphi R}{r^2} = \frac{40\cdot 5\cdot 10^{-2}}{64\cdot 10^{-4}} \approx 312{,}5\frac{\text{В}}{\text{м}};$$

---

449. **Определите электроёмкость батареи, состоящей из четырех одинаковых конденсаторов; электроёмкость каждого конденсатора *C*.**



Решение

1. Электроёмкость параллельных конденсаторов 2С, поэтому:

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{2C};\quad \Rightarrow\quad C_0 = \frac{2}{5}C;$$

---

450. **Плоский конденсатор зарядили и отключили от источника тока. Как изменится энергия электрического поля внутри конденсатора, если увеличить в 2 раза расстояние между обкладками конденсатора? Расстояние между обкладками конденсатора мало как до, так и после увеличения расстояния между ними.**

Решение

1. При отключении конденсатора от источника его электрический заряд сохраняется при изменении расстояния между пластинами.

2. Электрическая ёмкость плоского воздушного ($\varepsilon = 1$) конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

при увеличении расстояния между пластинами в два раза, электрическая ёмкость уменьшится в два раза, следовательно, электрическая энергия, запасённая в конденсаторе, увеличится в два раза, потому что:

$$W = \frac{Q^2}{2C}; \quad \Rightarrow \quad \left.\begin{aligned} W_1 &= \frac{Q^2}{2C}; \\ W_2 &= \frac{Q}{C}; \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \frac{W_2}{W_1} = 2;$$

---

451. **Первый конденсатор емкостью *C* подключен к источнику с ЭДС $\mathcal{E}$, а второй — тоже емкостью *C* — подключен к источнику с ЭДС $3\mathcal{E}$. Определите отношение энергии электрического поля второго конденсатора к энергии электрического поля первого.**

Решение

$$\left.\begin{aligned} W_1 &= \frac{C\varepsilon^2}{2}; \\ W_2 &= \frac{C9\varepsilon^2}{2}; \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \frac{W_2}{W_1} = 9;$$

---

452. **Определите величину заряда, проходящего через поперечное сечение проводника в течение 14 с, если сила тока в проводнике за это время равномерно возрастает от 0 до 75 А.**

Решение

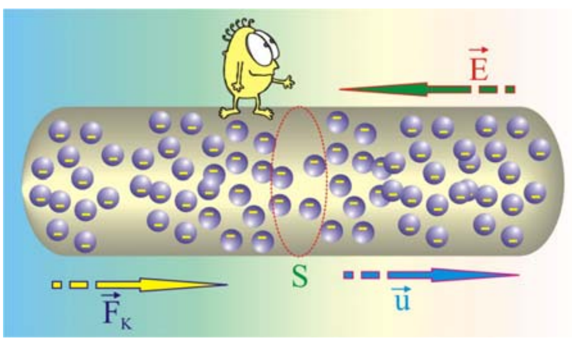
$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}; \quad \Delta q = \frac{1}{2} i_{max} \Delta t = \frac{75}{2} 14 = 525 \text{Кл};$$

---

453. **Скорость направленного дрейфа электронов в электрической цепи уменьшилась в 2 раза. Как изменилась сила тока в этой цепи?**

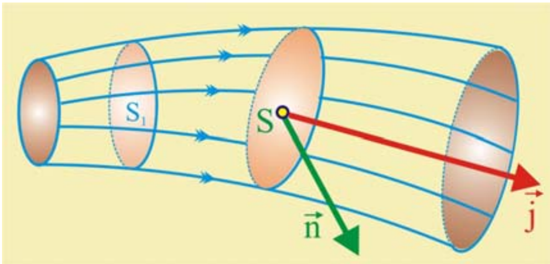
Решение

1. Проводники являются таковыми по причине наличия в них большого числа носителей заряда, способных относительно легко перемещаться в пределах рассматриваемого образца. Металлы, как правило, являются хорошими проводниками тепла и электрического тока, в рамках классических представлений, именно благодаря свободным электронам. Если металлический проводник поместить в однородное электрическое поле напряжённостью $\vec{E}$, то на каждый свободный электрон ($e \cong 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл, $m_e \cong 1\cdot10^{-30}$ кг), в классическом представлении, будет действовать элементарная сила Кулона. Как и всякий материальный объект, электрон начнёт двигаться в направлении, противоположном направлению вектора напряжённости поля (элементарный заряд электрона принято считать отрицательным).



Направленное движение носителей электрического заряда

2. Если бы в распоряжении исследователей был маленький человечек, то он бы обнаружил, что через сечение проводника S, за которым он приставлен наблюдать, в одном направлении движутся электроны, что собственно и означает возникновение электрического тока. Направлением тока условились считать направление движения положительных зарядов. В металлах направление тока принимается противоположным движению электронов проводимости. Линии, вдоль которых перемещаются носители заряда, по аналогии с гидромеханикой называются линиями тока. Совокупность линий тока образует трубку тока, которая позволяет качественно и количественно охарактеризовать направленное движение носителей заряда. Движущиеся в электрическом поле носители не пересекают поверхность трубки тока. Поверхность проводника, расположенного в диэлектрической среде представляет собой трубку тока, потенциал на её поверхности одинаков.

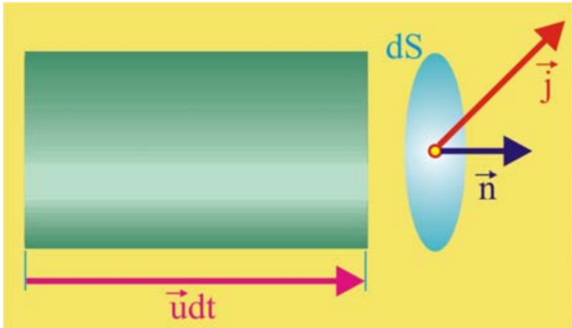


Трубка тока

3. Выделим в проводнике физически малый объём, внутри которого направленно движутся со средней скоростью $\vec{u}$ носители заряда. В металлах электроны, будучи свободными частицами, в соответствие с законами термодинамики находятся в состоянии непрерывного хаотического теплового движения, причём средняя скорость $<v>$ теплового движения определяется как

$$<v> = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_e}},$$

где $k_B \cong 1{,}4 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, m_e – масса электрона.



Элементарный объём проводника

4. В отличие от спонтанно направленной скорости теплового движения скорость под действием силы Кулона $\vec{u}$ будет направленной, её называют средней дрейфовой скоростью. Пусть в рассматриваемом металлическом проводнике в единице его объёма содержится n электронов. Выделим далее элементарную площадку dS, перпендикулярную вектору дрейфовой скорости, являющуюся основанием цилиндра с высотой udt. Все носители заряда, содержащиеся внутри этого цилиндра, через площадку dS за время dt перенесут заряд:

$$dq = n \cdot e \cdot u \cdot dS \cdot dt\,.$$

Пронормируем уравнение относительно площади и времени:

$$\frac{dq}{dSdt} = j = neu\,,$$

где j – плотность тока, т.е. сила тока i = dq/dt, отнесённая к площади. Плотность тока величина векторная, что определяется направленными свойствами дрейфовой скорости

$$\vec{j} = ne\vec{u}\,.$$

2. Модуль плотности тока определяет величину заряда, переносимого электрическим полем в единицу времени через единицу площади. Если скорость направленного дрейфа уменьшить в два раза, то в два раза уменьшится и плотность силы тока, что при неизменной площади поперечного сечения приведёт к уменьшению силы тока в два раза.

454. Стальная проволока имеет электрическое сопротивление 4 Ом. Каким станет сопротивление этой проволоки, если ее протянуть через специальный станок, увеличивающий длину в 2 раза?

Решение

1. Если при протягивании проволоки объём материала сохраняется, то:

$$\ell s_1 = 2\ell s_2; \quad \Rightarrow \quad s_2 = \frac{s_1}{2};$$

2. Электрическое сопротивление проволоки:

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \rho\frac{\ell}{s_1}; \\ R_2 &= \rho\frac{4\ell}{s_1}; \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad R_2 = 4R_1 = 16\text{ Ом};$$

---

455. Сопротивление резистора увеличили в 2 раза, а приложенное к нему напряжение уменьшили в 2 раза. Как изменилась сила электрического тока, протекающего через резистор?

Решение

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= \frac{U}{R}; \\ I_2 &= \frac{U}{4R}; \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = 4;$$

---

456. Как изменится сила тока, протекающего по проводнику, если напряжение на его концах и площадь поперечного сечения проводника увеличить в 2,5 раза?

Решение

1. Изменение сопротивления проводника:

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \rho\frac{\ell}{s_1}; \\ R_2 &= \rho\frac{\ell}{2{,}5 s_1}; \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad R_2 = \frac{R_1}{2{,}5};$$

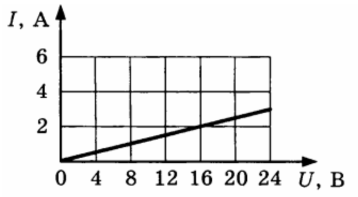
2. Сила тока в проводнике:

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= \frac{U}{R}; \\ I_2 &= \frac{2{,}5\cdot 2{,}5U}{R}; \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_2}{I_1} = 6{,}25;$$

---

457. На рисунке изображен график зависимости силы тока в проводнике от напряжения на его концах. Чему равно сопротивление проводника?

Решение

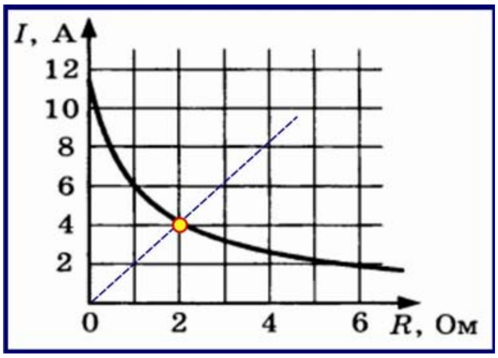


1. Поскольку зависимость I = f(U), судя по приведенному графику является линейной, то для определения сопротивления по закону Ома для участка цепи можно выбрать любую точку графика, например: I_k = 2 А; U_k = 16 В

$$R = \frac{U_k}{I_k} = 8 \text{ Ом};$$

458. **К источнику тока с внутренним сопротивлением 2 Ом подключили реостат. На рисунке показан график зависимости силы тока в реостате от его сопротивления. Чему равна ЭДС источника тока?**

Решение



1. Заданная зависимость I =f(R) представляет собой равнобочную гиперболу, у которой асимптоты являются осями координат. В данном случае полуось гиперболы будет пересекать кривую в точке с координатами, которые можно использовать при использовании закона Ома для полной (замкнутой) цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}; \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = I(R + r) = 4(2 + 2) = 16\text{В};$$

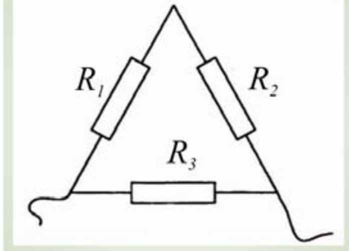
459. **При замыкании элемента на резистор сопротивлением 1,8 Ом в цепи возникает сила тока 0,7 А, а при замыкании на резистор сопротивлением 2,3 Ом — сила тока 0,56 А. Определите внутреннее сопротивление источника.**

Решение

$$\left.\begin{aligned} I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}; \\ I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad 1{,}25 = \frac{1{,}8 + r}{2{,}3 + r}; \quad 2{,}875 + 1{,}25r = 1{,}8 + r; \quad r = 4{,}3 \text{ Ом};$$

460. **Рассчитайте общее сопротивление цепи, если сопротивление одного резистора *R*.**

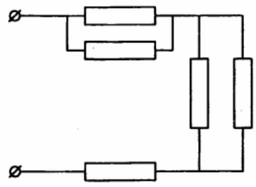
Решение



$$R_1 + R_2 = 2R;$$

$$\frac{1}{R_O} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R}; \quad \Rightarrow \quad R_O = \frac{2}{3}R;$$

461. Рассчитайте общее сопротивление цепи, если сопротивление одного резистора *R*.



Решение

$$R_O = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} + R = 2R;$$

---

462. Кипятильник нагревает 1,2 л воды от 12 °С до кипения за 10 мин. Определите ток, потребляемый кипятильником, если он рассчитан на напряжение 220 В. КПД кипятильника 90%. Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг·К).

Решение

1. Уравнение равенства электрической энергии количеству получаемой водой теплоты (закон сохранения энергии):

$$\eta IU\tau = cm\Delta T; \quad \Rightarrow \quad I = \frac{cm\Delta T}{\eta U\tau} = \frac{4200 \cdot 1{,}2 \cdot (100 - 12)}{0{,}9 \cdot 220 \cdot 600} \approx 3{,}73A;$$

---

463. Какой силы ток потребляет электрический кипятильник емкостью 10 л, если при КПД, равном 80%, в нем нагревается вода от 20 °С до кипения за 30 мин? Напряжение равно 220 В. Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг·К).

Решение

1. Уравнение равенства электрической энергии количеству получаемой водой теплоты (закон сохранения энергии):

$$\eta IU\tau = cm\Delta T; \quad \Rightarrow \quad I = \frac{cm\Delta T}{\eta U\tau} = \frac{4200 \cdot 10 \cdot (100 - 20)}{0{,}8 \cdot 220 \cdot 1{,}8 \cdot 10^3} \approx 10{,}6A;$$

---

464. Рассчитайте массу воды, которая должна пройти через плотину гидроэлектростанции высотой 20 м, чтобы обеспечить электроэнергией в течение одного часа дом, рассчитанный на 220 В при силе тока 120 А. КПД электростанции примите равным 30%.

Решение

1. В данном случае потенциальная энергия воды с КПД равным 0,3 трансформируется в электрическую энергию:

$$\eta mgh = IU\tau; \quad \Rightarrow \quad m = \frac{IU\tau}{\eta gh} = \frac{120 \cdot 220 \cdot 3600}{0{,}3 \cdot 10 \cdot 20} = 1{,}584 \cdot 10^6 \text{кг} = 1584\text{т};$$

---

465. ЭДС источника равна 2 В, внутреннее сопротивление 1 Ом. Определите силу тока, если КПД равен 0,75.

Решение

1. КПД η = 0,75 означает, что 0,25ε падает на внутреннем сопротивлении самого источника

$$U_r = 0{,}25\varepsilon = 0{,}5\ В;$$

2.Сила тока в цепи:

$$I = \frac{U_r}{r} = \frac{0{,}5}{1} = 0{,}5 А;$$

---

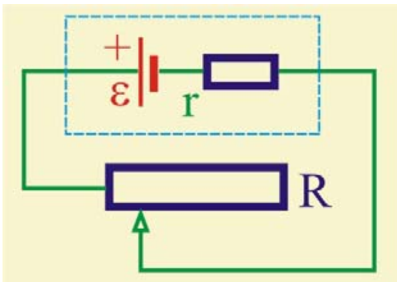
466. Чему равен КПД источника при силе тока в цепи 2 А, если известно, что ток короткого замыкания данного источника 10 А?

Решение

1. Рассмотрим источник тока с заданной величиной ЭДС ε и внутренним сопротивлением r нагруженный на внешнее сопротивление R. На сопротивлении будет выделяться активная электрическая мощность N_a

$$N_a = UI = I^2R = \varepsilon^2 \frac{R}{(R+r)^2}.$$

2. Для выяснения величины максимально возможной активной мощности $N_{a(max)}$ будем изменять величину внешнего сопротивления до величины R_m. Математически это означает определение экстремума функции N_a =f(R) путём её дифференцирования по сопротивлению и приравнивания производной к нулю, стандартная процедура нахождения экстремума функции:



.Переменная нагрузка

$$\frac{dN_a}{dR} = \varepsilon^2 \frac{r^2 - R_m^2}{(r+R_m)^4} = 0.$$

3. Так как R и r всегда положительные величины, то условие выполняется при r = R_m. Мощность, выделяемая во внешней цепи, достигает возможно большего значения при равенстве внутреннего источника тока и внешнего сопротивления. Сила тока в этом режиме составит:

$$I = \frac{\varepsilon}{2r}.$$

4. Максимально возможная сила тока в цепи будет иметь место при R = 0, т.е. в режиме короткого замыкания клемм источника тока

$$I_{max} = \frac{\varepsilon}{r}.$$

5. Наибольшее значение мощности при этом составит:

$$N_{a(max)} = \frac{\varepsilon^2}{4r}.$$

6. Как видно из полученных выше уравнений часть мощности источника рассеивается на его внутреннем сопротивлении. Естественно, что при r = 0 (идеальный источник тока) такой ситуации не возникает. Для реальных же источников целесообразно ввести, исходя из «не производственных» потерь, понятие коэффициента полезного действия. Если мощность, рассеиваемую на самом источнике определить как

$$N_i = rI^2,$$

то полная мощность будет равна

$$N = RI^2 + rI^2 = \varepsilon I .$$

7. Коэффициент полезного действия источника тока при такой постановке вопроса определится традиционно:

$$\eta = \frac{N_A}{N} = \frac{U}{\varepsilon} .$$

8. Очевидно, что при $r \neq 0$ КПД источника будет всегда меньше единицы. Коэффициент полезного действия источника тока зависит от величины внутреннего и внешнего сопротивлений, его величину можно записать следующим образом

$$\eta = \frac{RI}{(R+r)I} = \frac{R}{R+r} .$$

9. Более строгий вывод уравнения КПД делается на основе анализа энергетических соотношений. Рассмотрим условия работы источника тока, замкнутого на внешнее сопротивление. Ток в цепи определяется законом Ома,

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R} ,$$

умножим обе части этого уравнения на ε

$$I\varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{R+r} .$$

Мощность, выделяющаяся на нагрузке, считается полезной

$$N_A = I^2R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2} .$$

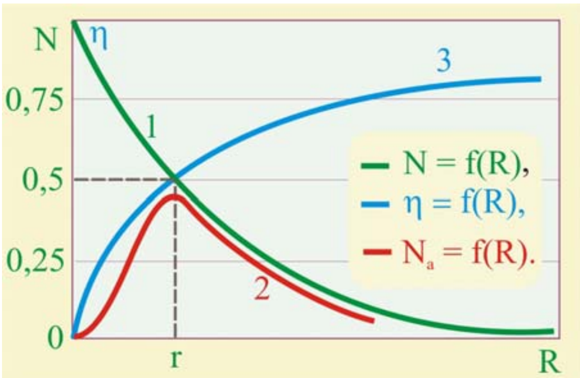
Полная мощность, выделяемая источником

$$N = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)} .$$

10. Коэффициент полезного действия источника тока определяется в виде отношения полезной мощности к полной мощности, т.е.

$$\eta = \frac{N_A}{N} = \frac{R}{(R+r)} ,$$

что подтверждает сделанные ранее предположения. Из уравнения очевидно, что величина η определяется исключительно соотношением между внешним сопротивлением и внутренним сопротивлением. На рис. приведена зависимость полной мощности (кривая 1), полезной мощности (кривая 2) и коэффициента полезного действия (кривая 3) в функции величины внешнего сопротивления. Полная мощность и сила тока имеют максимальное значение при $R = 0$, т.е. в режиме короткого замыкания. При этом равны нулю полезная мощность и коэффициент полезного действия. При $R = r$ полная мощность и ток равны половине своих максимальных значений. Коэффициент полезного действия источника равен 0,5. Полезная мощность (кривая 2) достигает своего максимального значения.



Параметры источника тока

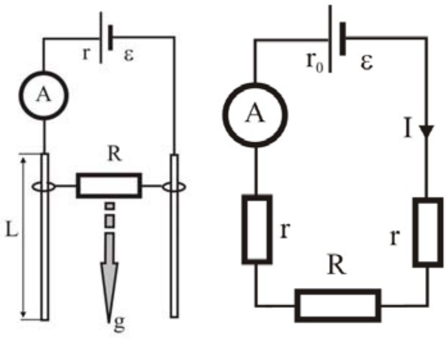
11. В условии настоящей задачи сила тока в режиме короткого замыкания в пять раз больше силы тока заданного режима, значит:

$$R + r = 5r; \quad \Rightarrow \quad R = 4r; \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{R}{R + r} = \frac{4r}{5r} = 0{,}8\%;$$

---

467. Два вертикально расположенных стержня, имеющие длину L = 1 м и диаметр d = 1 см сопротивление на единицу длины $\rho = 1 \cdot 10^{-5}$ Ом·м, подсоединены через идеальный амперметр к источнику ЭДС ε = 1,5 В и внутренним сопротивлением r_0 = 0,05 Ом. Скользящие контакты соединены с сопротивлением R = 0,1 Ом, которое в поле тяжести g начинает соскальзывать вдоль них из верхней точки вниз без нарушения контакта, как показано на рисунке. В пренебрежении эффектами, связанными с магнитным полем, определить какое значение тока I покажет амперметр через время τ = 0,5 с после начала движения? Силу трения не учитывать.

Решение



1. Запишем кинематические уравнения движения сопротивления, считая, что на него действует только сила тяжести и движение происходит по вертикальной оси с нулевой начальной скоростью

$$y = \frac{gt^2}{2},$$

и определим расстояние, которое пройдёт сопротивление за время τ

$$\ell = \frac{5 \cdot 0{,}5^2}{2} = 0{,}625\,\text{м}.$$

2. Определим электрическое сопротивление одного отрезка стержня длиной ℓ

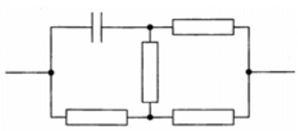
$$r = \rho\frac{4\ell}{\pi d^2} = 1 \cdot 10^{-5}\frac{4 \cdot 0{,}625}{3{,}14 \cdot 10^{-4}} \cong 0{,}08\,\text{Ом}.$$

3. Электрическая схема установки, таким образом представит собой три последовательно включенных внешних сопротивления: $R_0 = R + 2r$
и внутреннее сопротивление источника r_0. Закон Ома для полной цепи в этом случае запишется так

$$I = \frac{\varepsilon}{R + 3r + r_0} = \frac{1{,}5}{0{,}1 + 0{,}16 + 0{,}05} \cong 4{,}8\,\text{А}.$$

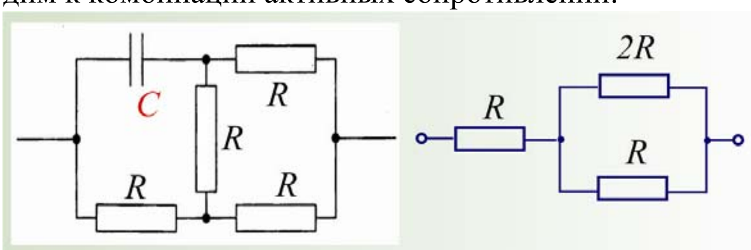
---

468. Рассчитайте общее сопротивление цепи, если сопротивление одного резистора *R*.



Решение

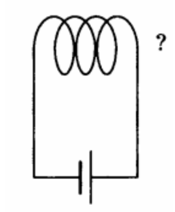
1. Полагая, что цепь постоянного тока, исключив из схемы конденсатор, приходим к комбинации активных сопротивлений:

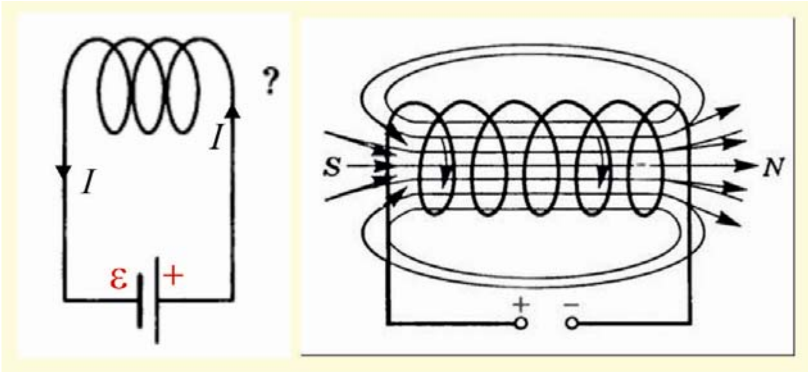


$$R_O = \frac{2}{3}R + R = \frac{5}{3}R;$$

№ 231. На рисунке изображена электрическая цепь электромагнита. Какой магнитный полюс будет справа?

Решение

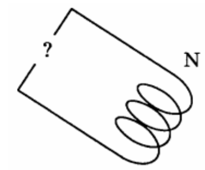




1. Справа будет находиться южный полюс S.

---

470. На рисунке изображена электрическая цепь электромагнита. Указано положение северного полюса. Определите заряд верхней клеммы источника тока.

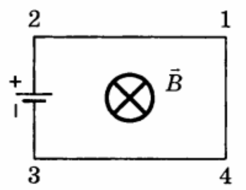


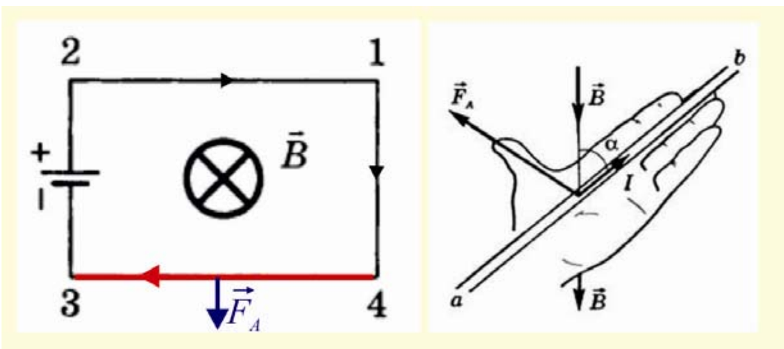
Решение

1. Северный полюс N соединён с отрицательной клеммой источника.

---

471. Электрическая цепь, состоящая из четырёх прямолинейных горизонтальных проводников (1–2, 2–3, 3–4, 4–1) и источника постоянного тока, находится в однородном магнитном поле, вектор магнитной индукции которого $\vec{B}$ направлен вертикально вниз (см. рис., вид сверху). Куда направлена вызванная этим полем сила Ампера, действующая на проводник 3–4?





Решение

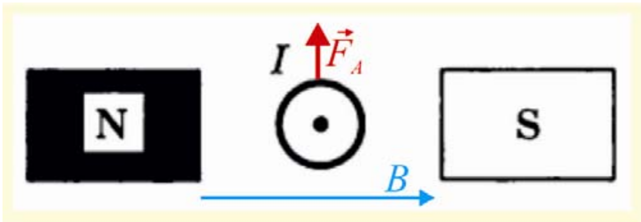
1. Направление силы Ампера

$$\vec{F}_A = I(\vec{B}\times\vec{\ell}); \quad |\vec{F}_A| = IB\ell\sin(\vec{B};\vec{\ell})$$

определяется правилом левой руки, на проводник 3 – 4 будет действовать сила Ампера, направленная вертикально вниз.

472. В пространство между полюсами постоянного магнита помещен прямой проводник, по которому идет ток на нас (см. рис.). Определите направление силы Ампера, действующей на проводник.

Решение



---

473. Прямой проводник длиной 50 см и массой 100 г, расположенный перпендикулярно линиям магнитной индукции, при пропускании по нему тока 4 А приобрел ускорение 5 м/с^2. Чему равна индукция магнитного поля? Силой тяжести пренебречь.

Решение

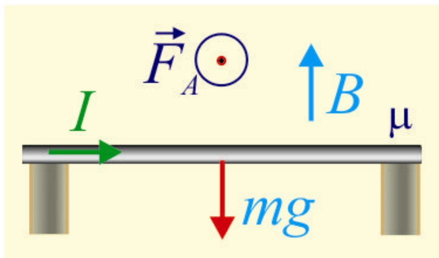
1. Ускорение возникает вследствие действия силы Ампера, в соответствии со вторым законом Ньютона:

$$F_A = ma; \quad IB\ell = ma; \quad \Rightarrow \quad B = \frac{ma}{I\ell} = 0{,}25 Тл;$$

---

474. Горизонтальные рельсы находятся на расстоянии 40 см друг от друга. На них лежит стержень перпендикулярно рельсам. Какой должна быть индукция магнитного поля B для того, чтобы стержень начал двигаться, если по нему пропустить ток силой 50 А? Коэффициент трения о рельсы стержня 0,2. Масса стержня 500 г.

Решение



1. Чтобы стержень стал двигаться с постоянной скоростью, необходимо поместить его в вертикальное магнитное поле, при этом:

$$F_A - F_{Тр} = 0; \;\; \mu mg = IB\ell;$$

$$B = \frac{\mu mg}{I\ell} = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot 10}{50 \cdot 0{,}4} = 0{,}05 Тл;$$

---

475. Участок проводника длиной 20 см находится в магнитном поле индукцией 25 мТл. Сила Ампера при перемещении проводника на 8 см в направлении своего действия совершает работу 0,004 Дж. Чему равна сила тока, проте-

Решение

$$A(F_A) = IB\ell\Delta x; \quad \Rightarrow \quad I = \frac{A(F_A)}{B\ell\Delta x} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 0{,}2 \cdot 8 \cdot 10^{-2}} = 10A;$$

---

476. Участок проводника длиной 10 см находится в магнитном поле. Сила электрического тока, протекающего по проводнику, 10 А. При перемещении проводника на 8 см в направлении действия силы Ампера она совершила работу 0,004 Дж. Чему равна индукция магнитного поля? Проводник расположен перпендикулярно линиям магнитной индукции.

Решение

$$A(F_A) = IB\ell\Delta x; \quad \Rightarrow \quad B = \frac{A(F_A)}{I\ell\Delta x} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 0{,}1 \cdot 8 \cdot 10^{-2}} = 5 \cdot 10^{-2}\,\text{Тл};$$

---

477. С какой скоростью вылетает α-частица из радиоактивного ядра, если она, попадая в однородное магнитное поле индукцией B = 2 Тл перпендикулярно его силовым линиям, движется по дуге окружности радиусом R = 1 м? Масса α-частицы $6{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг, ее заряд равен $3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Решение

1. Условие нахождения α-частицы на круговой стационарной орбите в магнитном поле:

$$\frac{mv^2}{r} = qvB; \quad \Rightarrow \quad v = \frac{qBr}{m} \approx \frac{3{,}2 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 1}{6{,}7 \cdot 10^{-27}} \approx 9{,}55 \cdot 10^7\,\frac{\text{м}}{\text{с}};$$

---

478. Заряженная частица, двигаясь в магнитном поле по дуге окружности 2 см, прошла через свинцовую пластину, расположенную на пути частицы. Вследствие потери энергии частицей радиус кривизны траектории стал равен 1 см. Во сколько раз уменьшилась кинетическая энергия частицы?

Решение

$$\frac{mv^2}{r} = qvB; \quad \Rightarrow \quad \left.\begin{aligned} r_1 &= \frac{qB}{mv_1}; \\ r_2 &= \frac{qB}{mv_2}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow v_1 = 2v_2; \quad \Rightarrow \quad K_1 = 4K_2;$$

---

479. Протон движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией 1 мТл. Определите период обращения протона. Заряд протона $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, его масса $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг.

Решение

1. Линейная скорость протона в магнитном поле:

$$\frac{mv^2}{r} = qvB; \quad \Rightarrow \quad v = \frac{qBr}{m}; \quad \frac{2\pi}{T} = \frac{qB}{m}; \quad T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{6{,}28 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3}} \approx 65{,}5\text{мкс};$$

---

480. Как меняется радиус траектории электрона, движущегося в однородном магнитном поле перпендикулярно вектору индукции, при уменьшении его кинетической энергии в 4 раза?

Решение

$$\frac{K_1}{K_2} = 4; \quad \frac{v_1}{v_2} = 2; \quad r = \frac{qB}{mv}; \quad \Rightarrow \quad \frac{r_1}{r_2} = 2;$$

---

481. Проволочная рамка сопротивлением 2 кОм помещена в магнитное поле. Магнитный поток через площадь рамки равномерно изменяется на 8 Вб за 2 мс. Чему равна при этом сила тока в рамке?

Решение

$$i_i = \frac{\varepsilon_i}{R}; \quad \varepsilon_i = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = 4 \cdot 10^3\,\text{В}; \quad \Rightarrow \quad i_i = 2\text{А};$$

---

482. В витке, выполненном из алюминиевого провода длиной 10 см и площадью поперечного сечения 1,4 мм^2, скорость изменения магнитного потока 10 мВб/с. Определите силу индукционного тока. Удельное сопротивление алюминия $2{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

Решение

1. Сопротивление алюминиевого витка:

$$R = \rho\frac{\ell}{s};$$

2. Сила индукционного тока:

$$i_i = \frac{\varepsilon_i}{R}; \quad \varepsilon_i = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}; \quad i_i = \frac{\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}s}{\rho\ell} = \frac{10^{-3} \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-4}}{2{,}8 \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}1} \approx 50\text{А};$$

---

483. Квадратная рамка со стороной 6,8 см, сделанная из медной проволоки с площадью поперечного сечения 1 мм^2, помещена в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Индукция магнитного поля равномерно изменяется на 0,002 Тл за 0,1 с. Чему равна при этом сила тока в рамке? Удельное сопротивление меди $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

Решение

1. Площадь контура, находящегося в магнитном поле:

$$s = a^2;$$

2. ЭДС индукции, возникающей в рамке при изменении индукции магнитного поля:

$$|\varepsilon_i| = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{\Delta B}{\Delta t}s = \frac{\Delta B}{\Delta t}a^2;$$

3. Электрическое сопротивление рамки:

$$R = \rho\frac{4a}{s_1} = \frac{4\rho a}{s_1};$$

4. Сила индукционного тока в рамке:

$$i_1 = \frac{\Delta Bas_1}{4\rho\Delta t} = \frac{2\cdot 10^{-3}\cdot 6{,}8\cdot 10^{-2}\cdot 1\cdot 10^{-4}}{4\cdot 1{,}7\cdot 10^{-8}\cdot 0{,}1} \approx 0{,}02\text{A};$$

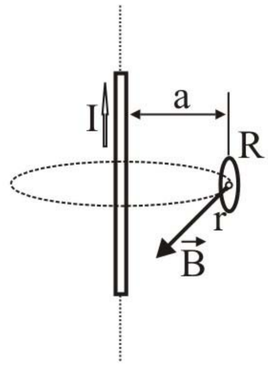
---

484. На расстоянии a = 1 м от длинного прямолинейного проводника по которому течёт постоянный ток силой I = 1000 А находится кольцо радиусом r = 1 см. Кольцо расположено так, что через его поверхность проходит максимальный магнитный поток. Определить количество электричества, которое протечёт по кольцу при внезапном исчезновении тока в проводнике. Электрическое сопротивление кольца равно R = 10 Ом.

Решение

1. Определим величину магнитной индукции на удалении a от проводника

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a},$$



2. Магнитный поток, пронизывающий поверхность кольца, при расположении его плоскости перпендикулярно вектору магнитной индукции **B**

$$\Phi = Bs = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\cdot\pi r^2 = \frac{\mu_0 I r^2}{2a}.$$

3. Индукционный ток в кольце в этом случае определится уравнением

$$i = \frac{|\varepsilon_i|}{R} = \frac{\mu_0 I r^2}{2a\Delta t R} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta Q = \frac{\mu_0 I r^2}{2aR} = \frac{12{,}56\cdot 10^{-7}\cdot 10^3\cdot 10^{-4}}{20} \cong 6{,}28\,\text{нКл}.$$

---

485. Из провода длиной 2 м сделан квадрат, который расположен горизонтально. Какой электрический заряд пройдет по проводу, если его потянуть за две диагонально противоположные вершины так, чтобы он сложился? Сопротивление провода 0,1 Ом. Вертикальная составляющая магнитного поля Земли 50 мкТл.

Решение

......1. Магнитный поток в данном случае будет изменяться во времени за счёт изменения площади контура:

$$\xi = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(\ell/4)^2}{\Delta t};$$

2. Модуль ЭДС индукции в контуре при изменении его площади на Δs:

$$\varepsilon_i = \frac{B(\ell/4)^2}{\Delta t};$$

3. Величина электрического заряда:

$$i_i = \frac{\Delta q}{\Delta t}; \quad \Rightarrow \quad \Delta q = i_i \Delta t = \frac{\varepsilon_i}{R}\Delta t = \frac{B(\ell/4)^2}{R} = \frac{5\cdot 10^{-5}\cdot 0{,}25}{0{,}1} = 125\text{мкКл};$$

---

486. Проводник длиной 50 см движется в однородном магнитном поле со скоростью 4 м/с перпендикулярно силовым линиям. Найдите разность потенциалов, возникающую на концах проводника, если вектор магнитной индукции 8 мТл.

Решение

1. Изменение площади перекрываемой проводником в магнитном поле

$$\Delta s = \ell v \Delta t;$$

2. Модуль ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = \frac{B\Delta s}{\Delta t} = Bv\ell = 8\cdot 10^{-3}\cdot 4\cdot 0{,}5 = 0{,}016\text{В};$$

---

487. Самолет с размахом крыльев 15 м и мощностью двигателя 10 МВт летит горизонтально с постоянной скоростью. Определите силу тяги двигателей, если между концами крыльев наводится ЭДС 0,3 В. Вертикальная составляющая вектора индукции магнитного поля Земли 0,1 мТл.

Решение

1. Скорость самолёта:

$$\varepsilon_i = B\ell v; \quad \Rightarrow \quad v = \frac{\varepsilon_i}{B\ell};$$

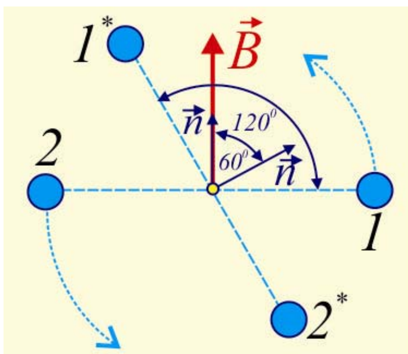
2. Сила тяги двигателей самолёта при постоянной скорости полёта:

$$N = Fv; \quad \Rightarrow \quad F = \frac{N}{v} = \frac{NB\ell}{\varepsilon_i} = \frac{10^7\cdot 10^{-4}\cdot 15}{0{,}3} = 50\text{кН};$$

---

488. Круговой контур площадью 0,1 м^2 помещен в однородное магнитное поле индукцией 0,1 Тл. Плоскость контура перпендикулярна направлению магнитного поля, сопротивление контура 2 Ом. Какой заряд протечет по контуру при повороте его на 120°?

Решение



1. При повороте контура изменяется величина магнитного потока, за счёт изменения угла между вектором магнитной индукции и внешней нормалью контура:

$$\Delta s = s - s\cos 60^0 = s(1 - \cos 60^0);$$

2. Модуль ЭДС индукции, возникающей при повороте контура:

$$\varepsilon_i = \frac{B\Delta s}{\Delta t} = \frac{Bs\left(1-\cos 60^0\right)}{\Delta t;};$$

3. Заряд прошедший по контуру при его повороте:

$$\Delta q = \frac{Bs\left(1-\cos 60^0\right)}{R} = \frac{0,1\cdot 0,1\cdot 0,13}{2} = 6,5\cdot 10^{-4}\,\text{Кл};$$

---

489. Определите максимальный магнитный поток через рамку, вращающуюся в однородном магнитном поле с частотой 10 Гц. Максимальная ЭДС возникающая в рамке 3 В.

Решение

1. Изменение ЭДС индукции, возникающей во вращающейся рамке, будет происходить по гармоническому закону:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{max}\cos\omega t = \varepsilon_{max}\cos 2\pi\nu t;$$

$$\varepsilon(t) = \frac{d\Phi_B}{dt} = \varepsilon_{max}\cos 2\pi\nu t;$$

2. Последнее уравнение является линейным дифференциальным с разделяющимися переменными:

$$d\Phi_B = \varepsilon_{max}\cos 2\pi\nu t dt;$$

3. Проинтегрируем уравнение в соответствующих пределах:

$$\int\limits_0^{\Phi_{max}} d\Phi_B = \varepsilon_{max}\int\limits_0^{\varepsilon_{max}}\cos 2\pi\nu t dt; \quad\Rightarrow\quad \Phi_{B(max)} = \frac{\varepsilon_{max}}{2\pi\nu}\sin 2\pi\nu t;$$

4. Условие, при котором будет иметь место Φ_{max}:

$$\sin 2\pi\nu t = 1; \quad\Rightarrow\quad \Phi_{B(max)} = \frac{\varepsilon_{max}}{2\pi\nu} \approx \frac{3}{62,8} \approx 0,048\,\text{Вб} \approx 48\,\text{мВб};$$

---

490. Круглая рамка вращается в однородном магнитном поле вокруг оси, проходящей через ее диаметр и перпендикулярной вектору индукции. Найдите максимальную величину ЭДС индукции, возникающей в рамке, если ее площадь 0,2 м^2, угловая скорость вращения 50 рад/с, а индукция магнитного поля 0,1 Тл.

Решение

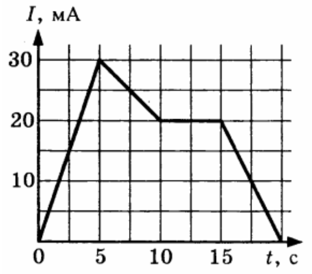
1. Воспользовавшись конченым уравнением предыдущей задачи, имеем:

$$\Phi_{B(max)} = \frac{\varepsilon_{max}}{\omega}; \quad\Rightarrow\quad \varepsilon_{max} = \Phi_{B(max)}\omega = BS\omega = 0,1\cdot 0,2\cdot 50 = 1\,\text{В};$$

---

491. На рисунке приведен график зависимости силы тока от времени в электрической цепи, индуктивность которой 2 мГн. Определите модуль среднего значения ЭДС самоиндукции в интервале времени от 10 до 15 с.

Решение



1. Величина ЭДС самоиндукции:

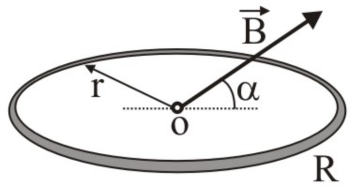
$$\varepsilon_{si} = -L\frac{di}{dt};$$

2. В заданном интервале времени:

$$i = \text{const}; \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} = 0; \Rightarrow \quad \varepsilon_{si} = 0;$$

---

492. Тонкое кольцо радиусом r = 1 м, обладающее электрическим сопротивлением R = 0,273 Ом в однородном магнитном поле с индукцией B = 1 Тл. Плоскость кольца составляет с вектором индукции угол α = 30^0. Магнитное поле внезапно пропадает, какое количество электричества протечёт, при этом, по кольцу?



Решение

1. Определим изменение магнитного потока магнитного потока, пронизывающего рамку, при исчезновении поля

$$\Phi \equiv \Delta\Phi = B\pi r^2\cos\alpha .$$

2. Величина ЭДС индукции, возникающая при изменении магнитного потока

$$|\varepsilon_i| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B\pi r^2\cos\alpha}{\Delta t}.$$

3. Индукционный ток, возникающий в кольце

$$i = \frac{|\varepsilon_i|}{R} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Br^2\pi\cos\alpha}{R\Delta t}, \Rightarrow$$

$$Q = \frac{Br^2\pi\cos\alpha}{R} = \frac{10^{-2}\cdot 10^{-2}\cdot 3{,}14\cdot 0{,}87}{0{,}273} \cong 1\,\text{мКл}.$$

---

493. **В катушке сила тока равномерно увеличивается со скоростью 2 А/с. При этом в ней возникает ЭДС самоиндукции 20 В. Какова энергия магнитного поля катушки при силе тока в ней 5 А?**

Решение

1. Индуктивность катушки:

$$\varepsilon_{si} = L\frac{di}{dt} = L\zeta; \quad \Rightarrow \quad L = \frac{\varepsilon_{si}}{\zeta} = 10\ \text{Гн};$$

2. Энергия магнитного поля катушки:

$$W_L = \frac{Li^2}{2} = \frac{10\cdot 25}{2} = 125\text{Дж};$$

---

5. Колебания и волны

494. Первый математический маятник совершает колебания с частотой 6 Гц. Длина нити второго маятника больше длины первого в 3,24 раза. Чему равен период колебаний второго маятника?

Решение

1. Период колебаний первого маятника:

$$T_1 = \frac{1}{\nu_1} = \frac{1}{6} \approx 0{,}167\text{с};$$

2. Период колебаний второго маятника:

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}; \\ T_2 &= 2\pi\sqrt{\frac{3{,}24\ell}{g}}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{3{,}24}; \quad T_2 \approx 0{,}3\text{с};$$

---

495. Тело массой 300 г подвешено к цепочке из двух параллельных пружин с коэффициентами жесткости 500 Н/м и 250 Н/м. Определите период собственных колебаний системы.

Решение

1. Суммарная жёсткость параллельных пружин:

$$k_O = k_1 + k_2;$$

2. Период колебаний тела:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_O}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} = 6{,}28\sqrt{\frac{0{,}3}{750}} \approx 0{,}1256\text{с};$$

---

496. Пружинный маятник жесткостью 2000 Н/м совершает гармонические колебания. Масса груза 50 г. Максимальная скорость груза 20 м/с. Определите амплитуду колебаний.

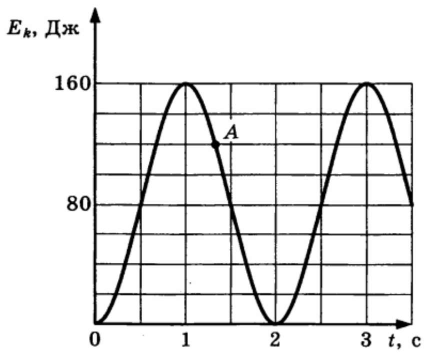
Решение

1. Закон сохранения энергии для малых незатухающих собственных гармонических колебаний:

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv^2}{2}; \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{\frac{m}{k}} = \sqrt{\frac{5\cdot 10^{-2}}{2^3}} = 5\cdot 10^{-3}\text{м} = 5\text{мм};$$

---

497. На рисунке представлен график изменения со временем кинетической энергии ребенка, качающегося на качелях. Чему равна его полная механическая энергия в момент, соответствующий точке А на графике?



Решение

1. В соответствии с законом сохранения энергии:

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{max}^2}{2} = 160Дж;$$

2. В заданном положении ребёнка на качелях:

$$K_A + П_A = K_{max} = П_{max} = 160Дж;$$

---

498. Точка перемещается по круговой траектории радиуса R = 0,1 м против хода часовой стрелки с периодом T = 6 с. Записать уравнение движения точки, найти для момента времени τ = 1 с смещение, скорость и ускорение точки. В начальный момент времени x(0) = 0.

Решение

1. Определим циклическую частоту колебаний

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3}\frac{рад}{с}.$$

2. Запишем уравнение смещения точки в общем виде

$$x(t) = R\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \varphi_0\right).$$

3. Перепишем уравнение для заданных начальных условий, t = 0, x(0) = 0

$$x(0) = R\cos(\varphi_0), \quad \cos\varphi_0 = 0, \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}.$$

4. Определим смещение точки в момент времени τ = 1 с

$$x(\tau) = 0{,}1\cos\left(\frac{\pi}{3}\cdot 1 + \frac{\pi}{2}\right) \cong -8{,}67\cdot 10^{-2}м.$$

5. Скорость точки в произвольный момент времени

$$\dot{x}(t) = R\frac{2\pi}{T}\sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}\right),$$

в момент времени τ = 1 с

$$\dot{x}(\tau) = -R\frac{2\pi}{T}\sin\left(\frac{5}{6}\pi\right), \quad \dot{x}(\tau) \cong -0{,}1\cdot 1\sin\left(\frac{5}{6}\pi\right) \cong -5\cdot 10^{-2}\frac{м}{с}.$$

---

499. Тело массой m скользит с высоты H по гладкой плоскости, наклоненной под углом α к горизонту. У основания плоскости тело упруго взаимодействует с преградой и меняет своё направление движения на обратное, возникает периодическое движение. Определить период колебаний.

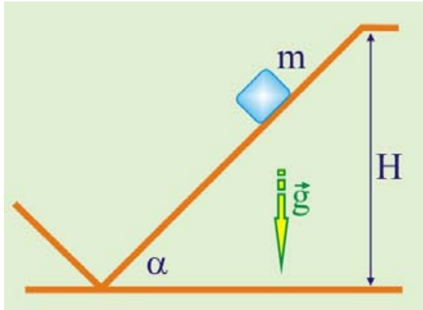
Решение

1. Поскольку движение тела происходит тез сопротивления и взаимодействие с преградой упругое, то время спуска тела будет равно времени его подъёма, а период движения представится в виде суммы времён

$$T = t_1 + t_2 = 2t;$$

2. Движение при спуске будет протекать вследствие возникновения проекции силы тяжести на направление движения

$$H = \frac{g\sin\alpha t^2}{2}; \quad \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g\sin\alpha}}; \quad T = 2\sqrt{\frac{2H}{g\sin\alpha}};$$



---

500. Поплавок на поверхности воды за время τ = 30 с совершил n = 40 колебаний вокруг положения равновесия, рыбак, расположившейся на берегу, на двадцатиметровом отрезке насчитал N = 20 гребней волн. Определить скорость волн, распространяющихся в водоёме.

Решение

1. Период колебаний частиц жидкости при распространении волны можно выразить через параметры колебаний и характеристики волны

$$T = \frac{\tau}{n}; \quad T = \frac{\lambda}{v},$$

откуда

$$v = \frac{\lambda n}{\tau}.$$

2. Длину волны в данном случае целесообразно выразить, воспользовавшись результатами наблюдений $\lambda = s/N$, тогда скорость представится следующим образом

$$v = \frac{sn}{\tau N} = \frac{20 \cdot 40}{30 \cdot 20} = 1{,}33\,\frac{м}{с}.$$

---

501. Некто, не обременённый возрастом, исключительно в познавательных целях, бросает в середину круглой лужи камень, отмечая, что за время τ_1 = 80 с к его ногам «подошло» n = 15 гребней волн. Расстояние между гребнями составляло λ = 0,2 м, первый «сигнал» от камня распространялся в течение τ_2 = 20 с. Каким образом по результатам этих наблюдений модно вычислить радиус лужи.

Решение

1. Если волновой фронт перемещается с постоянной скоростью, то $s = v\tau_1$. С другой стороны скорость волн можно выразить через их длину $v = \lambda/T = \lambda n/\tau_2$.

2. Подставим далее значение скорости в уравнение расстояния, проходимого волновым фронтом

$$R = \lambda n\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{0{,}2 \cdot 15 \cdot 80}{20} = 12\,м.$$

---

502. Амплитудное значение заряда на конденсаторе равно 2 мкКл. Чему равно значение заряда на конденсаторе через $\frac{1}{6}$ часть периода колебаний после достижения этого значения? Колебания происходят по закону синуса. Начальная фаза колебаний равна нулю.

Решение

$$q(t) = q_{max} \sin \frac{2\pi}{T}\frac{T}{6} = q_{max} \sin \frac{\pi}{3} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}87 \approx 1{,}74 \text{мкКл};$$

---

503. Определить, через какой промежуток времени после начала колебаний в идеальном LC – контуре заряд на конденсаторе с периодом колебаний T = 100 мкс достигнет впервые, величины равной половине амплитудного значения.

Решение

1. Запишем уравнение, характеризующее изменение во времени заряда конденсатора

$$q = q_m \cos \omega t = q_m \cos \frac{2\pi}{T} t\,.$$

2. Подставим в уравнение заданное условие

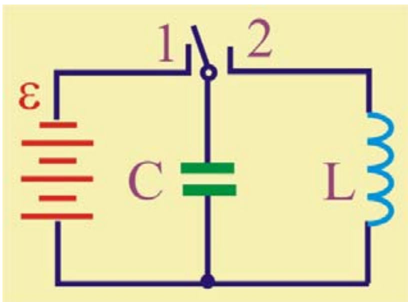
$$\frac{q_m}{2} = q_m \cos \frac{2\pi}{T} t; \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi}{T} t = \arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}\,,$$

$$\frac{2}{T} t = \frac{1}{3}; \quad t = \frac{T}{6} = 16{,}7\,\text{мкс}\,.$$

---

504. Каковы причины возникновения колебаний электрических величин в цепи, состоящей их конденсатора, катушки индуктивности и источника постоянного тока?

Решение



1. Электрический колебательный контур состоит из последовательно соединённых конденсатора C и индуктивности L (рис. 15.2.1). Если, предварительно заряженный конденсатор замкнуть на индуктивность, то запасённая в конденсаторе электрическая энергия будет преобразовываться в энергию электромагнитного поля, запасаемую индуктивностью

$$W_Э = \frac{CU^2}{2} \quad \Leftrightarrow \quad W_M = \frac{Li^2}{2}.$$

2. Колебания, возникающие в контуре можно сопоставить с колебаниями математического маятника или груза на пружине, суть процессов, в энергетическом плане даёт к этому все основания. В механических колебательных системах происходит преобразование кинетической энергии в потенциальную энергию, а в рассматриваемом контуре энергия магнитного поля преобразуется в энергию электрического поля. На рис. показаны пять стадий развития колебательного процесса в идеальном (без сопротивления) контуре и пружинном маятнике.

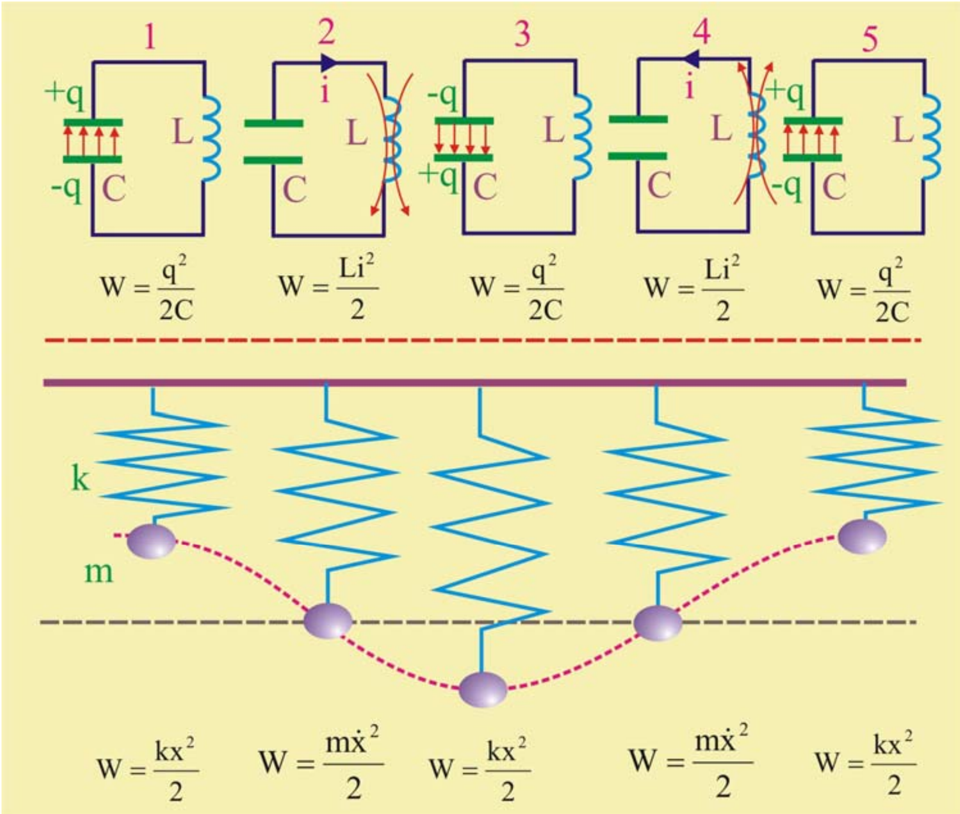
3. Дифференциальное уравнение такого осциллятора можно получить из условия равенства напряжений на конденсаторе U_C и индуктивности U_L

$$U_C = \frac{q}{C}; \qquad U_L = -L\frac{di}{dt}\,,$$

где q – заряд конденсатора, i – ток через индуктивность, C – ёмкость конденсатора, L – индуктивность катушки.

. 4. Сумма падений напряжения на ёмкости и индуктивности в соответствие с законом сохранения энергии должна быть рана нулю, т.е.

$$\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = 0; \quad i = \frac{dq}{dt} \quad \Rightarrow \quad L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C}q = 0;$$



Электромеханические аналогии

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0.$$

5. Вводя традиционное обозначение $\frac{1}{LC} = \omega_0{}^2$, получим

$$q + \omega_0{}^2 q = 0,$$

уже знакомое дифференциальное уравнение, имеющее стандартное решение

$$q(t) = q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

6. Период колебаний данного осциллятора определяется формулой Томсона

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}\,.$$

7. Изменение силы тока в контуре определится путём дифференцирования уравнения q(t)

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \omega_0 q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi);$$

т.е. колебания тока опережают по фазе колебания заряда на $0{,}5\,\pi$.

8. Электрическая и магнитная энергия определятся уравнениями

$$W_э = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C}\sin^2(\omega_0 t + \varphi);$$

$$W_М = \frac{Li^2}{2} = \frac{1}{2} L\omega_0^2 q_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{1}{2}\frac{Lq_0^2}{LC}\cos^2(\omega_0 t + \varphi);$$

$$W_\Sigma = W_М + W_Э;$$

9. В контуре происходит непрерывное преобразование электрической энергии в магнитную энергию и наоборот. Когда магнитная составляющая достигает максимума, электрическая составляющая обращается в нуль. Таким образом

$$W_\Sigma = \frac{q_0^2}{2C}; \qquad \langle W_Э \rangle = \langle W_М \rangle = \frac{q_0^2}{4C} = \frac{LI_0^2}{4};$$

10. Как видно из полученных уравнений, процессы колебаний в механических и электрических системах подчиняются одинаковым законам, отличие заключается в обозначениях и сути физических величин. Это обстоятельство легло в основу разработки одного из результативных методов анализа – метода электромеханических аналогий.

11. Если предположить, что в электрической цепи конденсатор является аналогом массы в механической системе, а индуктивность – аналогом упругого элемента – пружины, то можно механические колебательные системы моделировать электрическими цепями. Этот метод широко используется при оптимизации электродинамических преобразователей энергии, таких как микрофоны и громкоговорители. Удобно так же характеристики колебаний исследовать на электрическом макете. Методы и средства измерения токов, напряжений, разности фаз и электрических энергий гораздо проще, точнее и надёжнее, чем анализ величин, характеризующих механические колебательные системы.

---

505. **Во сколько раз изменится частота колебаний в колебательном контуре, если расстояние между пластинами воздушного конденсатора заполнить жидкостью, диэлектрическая проницаемость которой 9?**

Решение

$$T = 2\pi\sqrt{LC}; \quad \nu = \frac{1}{T}; \quad \left.\begin{aligned} \nu_1 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}; \\ \nu_2 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L9C}}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 3;$$

---

506. **Во сколько раз изменится собственная частота колебаний в колебательном контуре, если зазор между пластинами конденсатора увеличить в 4 раза?**

Решение

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 s}{d}; \Rightarrow C_2 = \frac{C_1}{4}; \Rightarrow \frac{\nu_2}{\nu_1} = \sqrt{4 = 2};$$

---

507. **Во сколько раз изменится собственная частота колебаний в колебательном контуре, если параллельно конденсатору подключить ещё три таких же конденсатора?**

Решение

$$C_2 = 4C_1; \Rightarrow \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2};$$

---

508. **Заряд на пластинах конденсатора колебательного контура изменяется с течением времени в соответствии с уравнением $q = 0{,}01\cos(40\pi t)$. Запишите уравнение зависимости силы тока от времени.**

Решение

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = -0{,}01 \cdot 40\pi \sin(40\pi t) = -0{,}4\pi \sin(40\pi t);$$

---

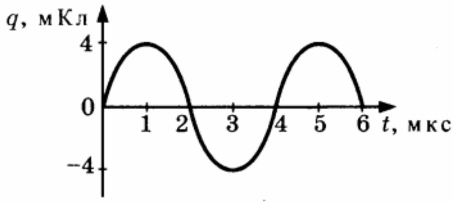
509. **Изменения электрического тока в контуре происходят по закону $i = 0{,}01\cos(20\pi t)$. Чему равна частота колебаний заряда на конденсаторе контура?**

Решение

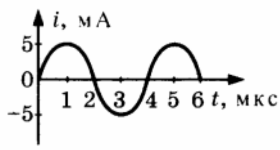
$$\omega = 2\pi\nu = 20\pi; \quad \Rightarrow \quad \nu = 10\text{Гц};$$

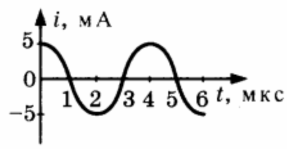
---

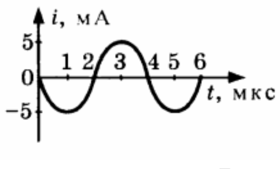
510. **На рисунке представлен график изменения заряда конденсатора в колебательном контуре с течением времени.**

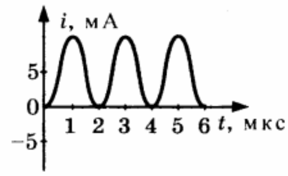


На каком из графиков правильно показан процесс изменения силы тока с течением времени в этом колебательном контуре?

1) 

2) 

3) 

4) 

Решение

$$q(t) = i_m \sin\omega t; \quad i(t) = \frac{dq}{dt} = i_m\omega\cos\omega t; \quad \mapsto \quad (2);$$

---

511. **В идеальном электрическом колебательном контуре емкость конденсатора 2 мкФ, а амплитуда напряжения на нем 10 В. Определите максимальное значение энергии магнитного поля катушки.**

Решение

$$W_{B(\max)} = W_{E(\max)} = \frac{CU^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 100}{2} = 10^{-4}\text{Дж};$$

---

512. **Колебательный контур содержит конденсатор емкостью 8 пФ и катушку, индуктивность которой 0,2 мГн. Чему равно максимальное напряжение на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока 40 мА?**

Решение

$$\frac{CU_{max}^2}{2} = \frac{Li_{max}^2}{2}; \quad \Rightarrow \quad U_{max} = i_{max}\sqrt{\frac{L}{C}} = 4\cdot 10^{-2}\sqrt{\frac{2\cdot 10^{-4}}{8\cdot 10^{-12}}} = 200\ В;$$

---

513. **Емкость конденсатора, включенного в цепь переменного тока, равна 6 мкФ. Уравнение колебаний напряжения на конденсаторе имеет вид: $u = 50\cos\left(1\cdot 10^3 t\right)$, где все величины выражены в СИ. Определите амплитуду силы тока.**

Решение

1. Реактивное сопротивление конденсатора:

$$X_C = \frac{1}{\omega C};$$

2. Амплитудное значение силы тока в LC-контуре:

$$i_{max} = \frac{u_{max}}{X_C} = u_{max}\omega C = 50\cdot 10^3\cdot 6\cdot 10^{-6} = 0{,}3А;$$

---

514. **Индуктивность катушки равна 0,125 Гн. Уравнение колебаний силы тока в ней имеет вид: $i = 0{,}4\cos\left(2\cdot 10^3 t\right)$, где все величины выражены в СИ. Определите амплитуду напряжения на катушке.**

Решение

1. Реактивное сопротивление катушки индуктивности:

$$X_L = \omega L;$$

2. Амплитудное значение напряжения на катушке:

$$u_{max} = i_{max}X_L = 0{,}4\cdot 2\cdot 10^3\cdot 0{,}125 = 100\ В;$$

---

515. **Трансформатор понижает напряжение с 240 В до 120 В. Определите число витков во вторичной катушке трансформатора, если первичная катушка содержит 80 витков.**

Решение

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_1}{n_2}; \quad \Rightarrow \quad n_2 = \frac{U_1 n_1}{U_2} = 40;$$

---

516. В некоторый момент времени при возникновении колебаний в идеальном контуре энергия, накопленная в конденсаторе, становится в три раза больше энергии, запасаемой индуктивностью. В каком отношении будет находиться мгновенное значение напряжения на обкладках конденсатора с амплитудным значением. Определить в единицах периода промежуток времени от начала колебаний до наступления заданного режима.

Решение

1. По условию задачи магнитная составляющая энергии W_B в три раза меньше магнитной составляющей W_E, т.е.

$$W_B = \frac{W_E}{n} = \frac{Cu^2}{2n},$$

в соответствие с законом сохранения энергии

$$W_{E(max)} = \frac{CU_{max}^2}{2} = \frac{Cu^2}{2} + \frac{Cu^2}{2n},$$

2. Разрешим последнее уравнение относительно действующего напряжения

$$U_{max} = u\sqrt{\frac{n}{n+1}}; \quad \frac{u}{U_{max}} = \sqrt{\frac{n}{n+1}} = 0{,}866.$$

3. Уравнение колебаний напряжения на обкладках конденсатора позволяет определить искомый промежуток времени

$$u(\tau) = U_{max}\cos\left(\frac{2\pi}{T}\tau\right); \quad \frac{2\pi}{T}\tau = \arccos 0{,}866 = \frac{\pi}{6},$$

$$\tau = \frac{1}{12}T.$$

---

517. Колебательный контур радиоприемника настроен на радиостанцию, работающую на волне 100 м. Как нужно изменить емкость конденсатора колебательного контура, чтобы он был настроен на волну 25 м? Индуктивность катушки считать неизменной.

Решение

1, Длина волны, выраженная через скорость распространения c и период T:

$$c = \lambda\nu; \quad \Rightarrow \quad \lambda = Tc;$$

2. Длина волны с учётом формулы Томсона:

$$\left.\begin{aligned}\lambda_1 = 2\pi c\sqrt{LC_1};\\ \lambda_2 = 2\pi c\sqrt{LC_2};\end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\sqrt{\frac{C_1}{C_2}}; \quad \Rightarrow \quad 4 = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}; \quad \frac{C_1}{C_2} = 16;$$

---

518. Контур радиоприемника настроен на длину волны 15 м. Как нужно изменить индуктивность катушки колебательного контура приемника, чтобы он был настроен на волну длиной 30 м при неизменной емкости конденсатора в контуре?

Решение

$$\left.\begin{aligned}\lambda_1 = 2\pi c\sqrt{L_1C};\\ \lambda_2 = 2\pi c\sqrt{L_2C};\end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}; \quad \Rightarrow \quad 2 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}; \quad \frac{L_2}{L_1} = 4;$$

---

519. Колебательный контур радиоприемника содержит конденсатор, емкость которого 10 нФ. Какой должна быть индуктивность контура, чтобы обеспечить прием волны длиной 300 м? Скорость распространения электромагнитных волн $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Решение

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}; \quad \Rightarrow \quad L = \frac{\lambda^2}{4\pi^2c^2C} \approx \frac{9\cdot 10^4}{39{,}4\cdot 9\cdot 10^{16}\cdot 10^{-8}} \approx 2{,}54\text{мкГн};$$

---

6. Оптика

520. **К потолку комнаты высотой 4 м прикреплено светящееся панно-лампа в виде круга диаметром 2 м. На высоте 2 м от пола параллельно ему расположен непрозрачный квадрат со стороной 2 м. Центр панно и центр квадрата лежат на одной вертикали. Найдите минимальный линейный размер тени на полу.**

Решение

1. Данную задачу целесообразно решать методами геометрической оптики, потому что

$$d >> \sqrt{\ell\lambda},$$

где d – характерный размер препятствия, ℓ – расстояние от препятствия до экрана, λ – длина световой волны (380 –760 нм). В геометрической оптике полагается прямолинейное распространение световых лучей. В данном случае размер тени на колу (экране) будет равен размерам препятствия – непрозрачного квадрата 2 м.

---

521. Как нужно расположить источник света, чтобы во время хирургической операции тень от рук хирурга не закрывала операционное пространство?

Решение

1. Организация без теневой поверхности может быть организована при выполнении двух законов геометрической оптики: закона прямолинейного распространения и закона независимости световых пучков. Закон независимости световых пучков утверждает, что пучок от данного источника распространяется независимо от того, есть ли в пространстве другие световые пучки.

2. Выполнение этих условий обеспечивается при расположении нескольких источников света на вогнутой сферической поверхности.

---

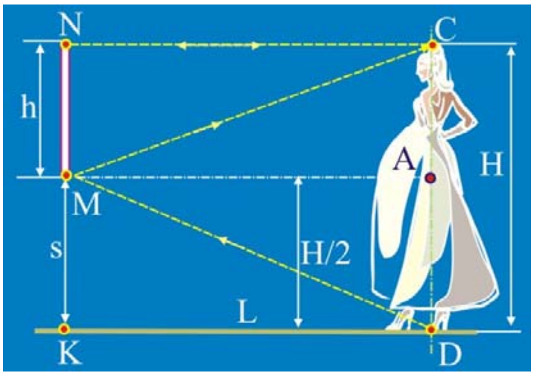
522. **Человек стоит перед плоским зеркалом, укрепленным на вертикальной стене. Какова должна быть минимальная высота зеркала, чтобы человек мог видеть себя в полный рост? Рост человека 1,8 м.**

Решение

1. Восстановим в произвольной точке K перпендикуляр к горизонтальному полу. Будем считать далее, что вертикальная стена, на которой предполагается поместить зеркало проходит через точки NK.

2. Выделим две крайние точки фигуры человека C и D, располагающиеся на расстоянии H друг от друга

3. Верхний край зеркала разместим на одной прямой с точкой С. Луч из С на зеркало перпендикулярен, т.е. отражение точки С в зеркале будет постоянным.



4.Минимальная высота зеркала, обеспечивающая отражение точки D будет иметь место, исходя из закона отражения, при

$$h = \frac{H}{2} = 0{,}9\text{м};;$$

5. Из проведенных построений видно, что нижний край зеркала будет находиться от пола на расстоянии

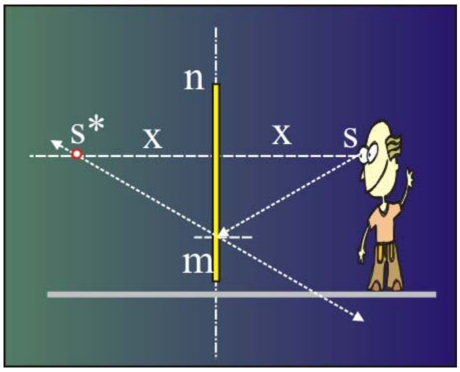
$$s = 0{,}9\text{м};$$

6. При изменении расстояния L будет изменяться только угол падения и угол отражения, на размер зеркала этот параметр не влияет.

---

523. **Плоское зеркало движется по направлению к точечному источнику света со скоростью 10 см/с. С какой скоростью движется изображение? Направление скорости перпендикулярно плоскости зеркала.**

Решение



1. Построим изображение источника s, совместив его с глазом наблюдателя. Один луч направим перпендикулярно зеркалу mn, а второй под произвольным углом. Получим мнимое изображение s^*, расположенное на расстоянии, равном расстоянию от зеркала до источника. Таким образом, изображение находится на расстоянии 2x от наблюдателя.

2. Пусть наблюдатель за время Δt переместится в направлении зеркала на расстояние Δx, скорость при этом определится как

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t};$$

3. Изображение при этом переместится на в два раза большее расстояние

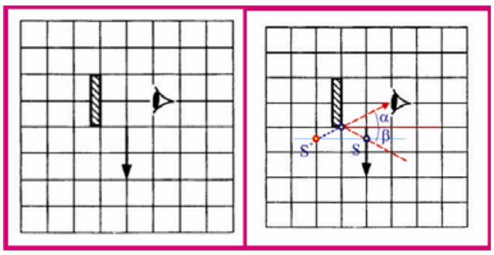
$$v^* = \frac{2\Delta x}{\Delta t} = 2v;$$

Другими словами, к зеркалу изображение приближается со скоростью v = 10 см/с, а к наблюдателю изображение приближается со скоростью v^* = 20 см/с.

---

524. **Какая часть изображения стрелки в зеркале видна глазу?**

Решение

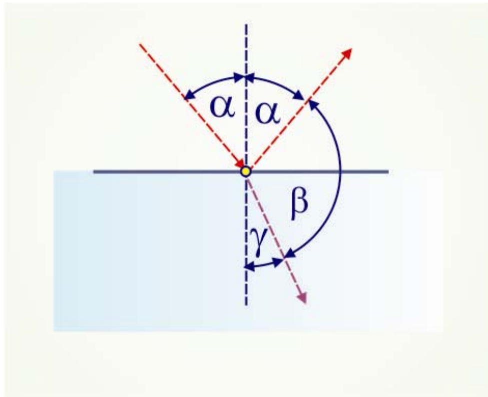


1. Поскольку угол падения крайнего светового луча равен углу его отражения $\alpha = \beta$, то глазу будет видна примерно четвёртая часть длины стрелки

$$\Delta\ell = \ell/4;$$

---

525. Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину. На границе раздела воздух–стекло луч испытывает преломление и частичное отражение. Угол между преломленным и отраженным лучами равен 105°. Определите угол падения, если угол преломления составляет 25°.



Решение

1. Как видно из построений падающего, отражённого и преломлённого лучей, с учётом равенства угла падения углу отражения:

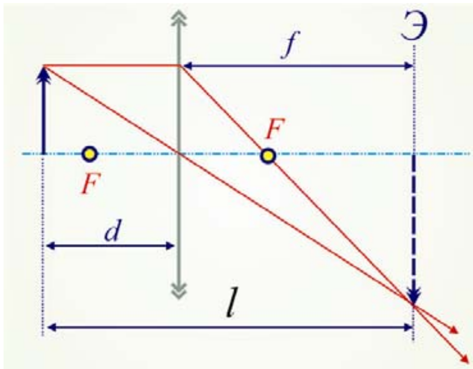
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^0;$$

$$\alpha = 180^0 - \beta - \gamma;$$

$$\alpha = 180^0 - 105^0 - 25^0 = 50^0;$$

---

526. Расстояние от предмета до экрана 90 см. На каком расстоянии от предмета следует расположить линзу, оптическая сила которой 5 дптр, чтобы на экране получилось четкое изображение предмета?



Решение

1. Фокусное расстояние линзы:

$$F = \frac{1}{D} = 0{,}2\text{м};$$

2. Из уравнения тонкой собирающей линзы:

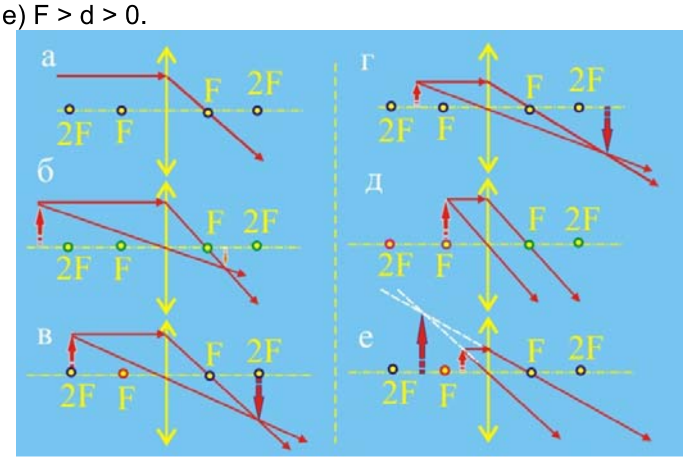
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{\ell - d}; \quad \Rightarrow \quad F = \frac{d(\ell - d)}{\ell};$$

$$d^2 - d\ell + F\ell = 0; \quad \Rightarrow \quad d_{1,2} = 0{,}45 \pm \sqrt{0{,}0225};$$

$$d_1 = 0{,}45 + 0{,}15 = 0{,}6\text{м}; \quad d_2 = 0{,}45 - 0{,}15 = 0{,}3\text{м};$$

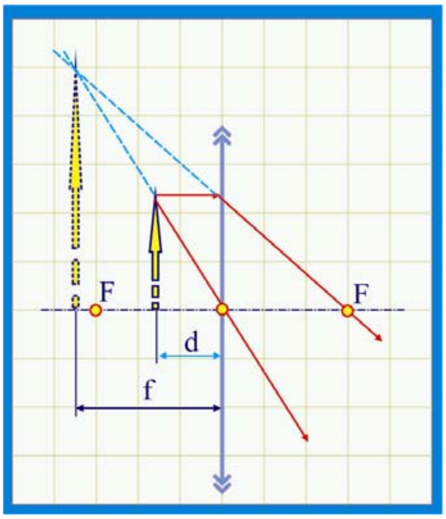
---

527. Построить и охарактеризовать изображение предмета, полученное с помощью собирающей линзы, если расстояние от предмета до линзы: а) $d \to \infty$; б) $\infty > d > 2F$; в) $d = 2F$; г) $2F > d > F$; д) $d = F$; е) $F > d > 0$.



528. **Собирающая линза с фокусным расстоянием 10 см формирует мнимое изображение на расстоянии 15 см от линзы. На каком расстоянии от этого изображения находится предмет?**

Решение



1. Запишем формулу собирающей линзы для случая мнимого изображения:

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{d}-\frac{1}{f};$$

2. Разрешим это уравнение относительно искомого расстояния f

$$\frac{1}{F}=\frac{f-d}{d\cdot f};\quad df=Ff-Fd;$$

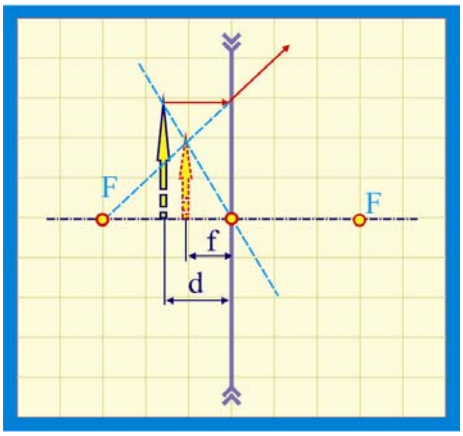
$$d=\frac{Ff}{f+d}=6\text{см};$$

$$x=f-d=9\text{ см};$$

---

529. **Главное фокусное расстояние рассеивающей линзы равно 12 см. Изображение предмета находится на расстоянии 9 см от линзы. Чему равно расстояние от предмета до линзы?**

Решение



1. Запишем уравнение рассеивающей линзы и решим его, как и в предыдущем случае, относительно расстояния до изображения f

$$-\frac{1}{F}=\frac{1}{d}-\frac{1}{f},$$

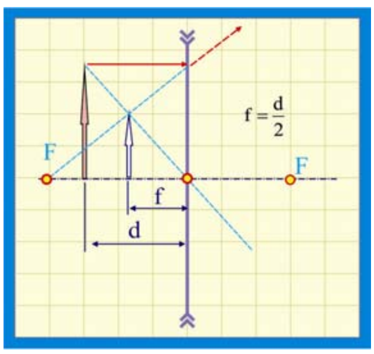
$$-\frac{1}{F}=\frac{f+d}{d\cdot f};\quad df=-Ff+=-Fd;$$

$$d=\frac{Ff}{F-f}=\frac{12\cdot 9}{3}=36\text{ см};;$$

Изображение в рассеивающей линзе получается мнимым и уменьшенным.

530. **Мнимое изображение предмета в рассеивающей линзе находится от нее на расстоянии в 2 раза меньшем, чем расстояние от линзы до предмета. Найдите расстояние от линзы до изображения, если фокусное расстояние линзы равно 50 см.**

Решение



$$-\frac{1}{F}=\frac{1}{d}-\frac{1}{f};\quad d=2f;$$

$$-\frac{1}{F}=\frac{1}{2f}-\frac{1}{f};\quad\Rightarrow\quad f=\frac{F}{2}=50\quad\text{см};$$

---

531. Расстояние от предмета до экрана, где получается четкое изображение предмета, 4 м. Изображение в 3 раза больше самого предмета. Найдите фокусное расстояние линзы.

Решение

$$\left.\begin{array}{l} d = \ell - f; \\ d = \Gamma f; \end{array}\right\} \Rightarrow \quad f = 3\text{м}; \quad d = 1\text{м};$$

$$F = \frac{df}{d+f} = \frac{3}{4} = 0{,}75\text{м};$$

---

532. На экране с помощью тонкой линзы с фокусным расстоянием 40 см получено четкое изображение предмета с пятикратным увеличением. На каком расстоянии от линзы находится предмет?

Решение

$$\Gamma = \frac{f}{d}; \quad \Rightarrow \quad f = \Gamma d; \quad F = \frac{df}{d+f} = \frac{\Gamma d^2}{d + \Gamma d}; \quad \Rightarrow \quad d = \frac{F + \Gamma F}{\Gamma} = 48\text{см};$$

---

533. Высота изображения человека ростом 160 см на фотопленке 2 см. Найдите оптическую силу объектива фотоаппарата, если человек сфотографирован с расстояния 9 м.

Решение

1. Увеличение объектива фотоаппарата:

$$\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{h}{H} = \frac{2}{160} = 0{,}0125; \quad f = \Gamma d = 0{,}1125\text{м};$$

2. Фокусное расстояние объектива:

$$F = \frac{df}{d+f} = \frac{9 \cdot 0{,}1125}{9{,}1125} \approx 0{,}111\text{м};$$

3. Оптическая сила объектива:

$$D = \frac{1}{F} = 9 \text{ дптр};$$

---

534. Расстояние от собирающей линзы до изображения больше расстояния от предмета до линзы на 0,5 м. Увеличение линзы 3. Определите фокусное расстояние линзы.

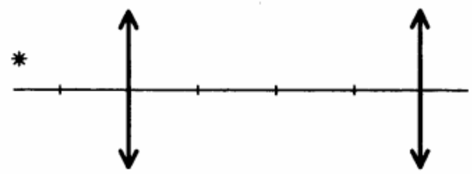
Решение

$$\left.\begin{array}{l} f = d + 0{,}5; \\ f = \Gamma d; \end{array}\right\} ; \Rightarrow \quad d + 0{,}5 = 3d; \quad \Rightarrow \quad d = 0{,}25\text{м}; \quad f = 0{,}75\text{м};$$

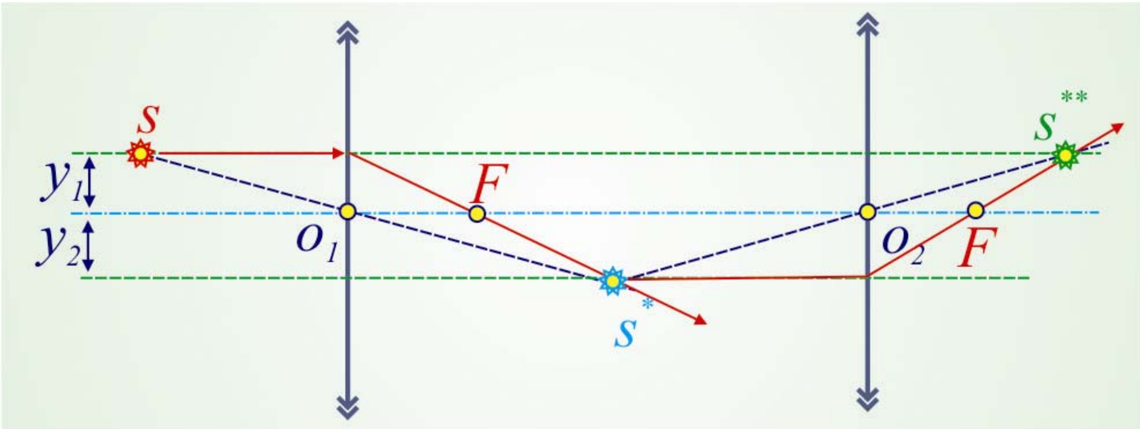
$$F = \frac{df}{d+f} = 0{,}1875\text{м} = 18{,}75\text{см};$$

---

535. Постройте изображение светящейся точки после прохождения системы линз.



Решение



$$SO_1 = O_1S^* = S^*O_2 = O_2S^{**}; \quad \Rightarrow \quad y_1 = y_2;$$

---

536. Дифракционная решетка имеет 120 штрихов на 1 мм. Найдите длину волны монохроматического света, падающего на решетку, если первый максимум наблюдается под углом, синус которого 0,06.

Решение

1. Период дифракционной решётки:

$$d = \frac{1}{N} = \frac{1}{1{,}2 \cdot 10^5} \approx 8{,}33 \cdot 10^{-6}\,\text{м};$$

2. Длина волны, падающая на решётку нормально:

$$d\sin\theta = m\lambda; \quad (m = 0,1,2,3\ldots) \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{d\sin\theta}{m} = \frac{8{,}33 \cdot 0{,}06}{1} \approx 500\text{нм};$$

---

537. На дифракционную решетку, имеющую 100 штрихов на 1 мм, нормально падает свет с длиной волны 600 нм. Определите синус угла, под которым наблюдается максимум третьего порядка.

Решение

1. Период дифракционной решётки:

$$d = \frac{1}{N} = \frac{1}{1 \cdot 10^5} \approx 1 \cdot 10^{-5}\,\text{м};$$

2. Искомый синус и угол, под которым наблюдается максимум интенсивности третьего порядка:

$$d\sin\theta = m\lambda; \quad (m = 0, 1, 2, 3\ldots) \quad \Rightarrow \quad \sin\theta = \frac{m\lambda}{d} = \frac{3\cdot 6\cdot 10^{-7}}{10^{-5}} = 0{,}18;$$

$$\theta = \arcsin 0{,}18 \approx 10{,}37^0;$$

---

538. **Какой наибольший порядок спектра можно наблюдать с помощью дифракционной решетки, имеющей 500 штрихов на 1 мм, при освещении её светом с длиной волны 720 нм?**

Решение

1. Период дифракционной решётки:

$$d = \frac{1}{N} = \frac{1}{5\cdot 10^5} \approx 2\cdot 10^{-6}\,\text{м};$$

2. Наибольший порядок спектра:

$$d\sin\theta = m\lambda; \quad (m = 0, 1, 2, 3\ldots) \quad \Rightarrow \quad m = \frac{d\sin\theta}{\lambda}; \quad \sin\theta_m = 1; \quad m \approx \frac{d}{\lambda} \approx 2{,}77;$$

$$m_{max} = 2;$$

---

7. Специальная теория относительности

539. **В результате аннигиляции электрона массой m и позитрона массой m образуется квант электромагнитного излучения. Какова максимальная энергия этого кванта?**

Решение

1. Основой современной теории относительности, в отличие от принципов относительности Галилея, является постулирование постоянства скорости света, как максимально возможной в Природе. Знаменитый Советский физик А.И. Китагородский, предваряя изложение теории относительности, написал: «На первый взгляд принцип постоянства скорости света противоречит «здравому смыслу». Поэтому желательно, прежде чем мы начнем выводить следствия из теории относительности, указать непосредственные опытные доказательства его справедливости».

2. Вопрос необходимости доказательств поставлен Китайгородским вполне уместно, потому что, несмотря на доступность, свет – как объект физического исследования является далеко неизученным в своих многочисленных нюансах, одни из которых является его скорость распространения.

3. Теория относительности, представленная на суд научной общественности Альбертом Эйнштейном, являлась, по сути, симбиозом работ двух знаменитых учёных, Лоренца и Пуанкаре.

4. В 1905 г. неизвестный до того в научных кругах Эйнштейн опубликовал работу «К электродинамике движущихся тел», объединившую идеи Лоренца и Пуанкаре. Основополагающим стержнем развиваемой теории был постулат о неизменности скорости света, в независимости от относительного движения систем отсчёта. Там говорилось: «… свет в пустоте всегда распространяется с определённой скоростью, не зависящей от движения, излучающего его тела». В соответствии с этим постулатом скорость света $c \cong 3\cdot10^8$ м/с не должна зависеть от скорости источника и приёмника.

5. Такой постулат содержит одновременно два утверждения. Первое – скорость света обладает определённой величиной. Второе – скорость света не подчиняется классическому закону сложения скоростей

6. И если первое утверждение, с методологической точки зрения, не является необычным, то второе – требует особого рассмотрения.

7. Дело в том, скорость, являясь одной из основных мер движения материальных объектов, по сути своей, представляет собой величину относительную. Как следует из повседневного опыта, на что впервые обратил внимание Галилео Галилей, величина скорости зависит от режима движения системы отсчёта. Другими совами, скорость одного и того же объекта может быть различной, будучи измеренной в разных системах отсчёта. Каждый замечал, что скорость встречного автомобиля несколько больше, чем скорость обгоняющего авто, при прочих равных условиях. Пассажир любого транспортного средства имеет нулевую скорость относительно системы отсчёта, связанной с движущимся прямолинейно и равномерно самолётом, автомоби-

лем и т.д. **Без указания системы отсчёта определение скорости теряет здравый смысл.**

8. Отметим, что постоянной считается скорость, при которой наблюдаемый объект за равные промежутки времени имеет одинаковые перемещения. Закон геометрического сложения скоростей распространяется не только на тела, но и на другие материальные объекты. Так, например, скорость звука в неподвижной среде равна, примерно, 340 м/с, в случае движения источника упругих волн, скорость звука будет уже иной. Это очевидно и широко используемо в рамках классических представлений.

9. По не вполне понятным причинам, для скорости света сделано исключение. В эйнштейновском постулате предписывается считать скорость света $c = 3\cdot10^8$ м/с постоянной для любых систем отсчёта движущихся равномерно и прямолинейно.

10. При таком раскладе скорость света определена как некое философическое понятие безотносительно к чему-либо материальному, перемещающемуся в трёхмерном пространстве.

11. Такое утверждение противоречит самому определению скорости, которая с физической точки зрения является не самостоятельной, а производной величиной от длины и времени, действительно, мгновенная скорость математически определяется как:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \left[\frac{м}{с}\right];$$

В теории же относительности скорость поставлена в разряд основных величин, а расстояния и времена приобретают свойства зависимых величин.

12. Теория относительности, как таковая обязана электродинамике Максвелла, Герца, Хевисайда. Электродинамические уравнения Максвелла, Герца, Хевисайда выглядят в интегральной форме следующим образом:

$$\left.\begin{aligned}
&(\mathrm{I}) \quad \oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV;\\
&(\mathrm{II}) \quad \oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0;\\
&(\mathrm{III}) \quad \oint_\ell \vec{E}d\vec{\ell} = -\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}d\vec{S};\\
&(\mathrm{IV}) \quad \oint_\ell \vec{B}d\vec{\ell} = \mu_0\oint_S\left(\vec{j} + \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)d\vec{S}.
\end{aligned}\right\}$$

13. Записанные в интегральной форме уравнения наделали много шума в физическом мире своей необычностью и новизной. В момент их появления многие обратили внимание на то, что для этих, изначально 22 уравнений Максвелла, не выполняется закон сохранения энергии. Патриарх классической электродинамики Гельмгольц был одним из первых, кто подверг уравнения Максвелла жёсткой критике и поручил своему аспиранту Генриху Герцу провести серию экспериментов, с целью положить конец теоретическим изыскам относительно юного англичанина. Наука тоже не была лишена национального соперничества.

14. Герц провёл серию совершенно гениальных экспериментов, открыв электромагнитные волны. Оказалось, что часть потерянной в уравнениях энергии уносится этими новыми необычными волнами. Справедливость закона сохранения энергии восторжествовала. Используя математический аппарат, разработанный Оливером

Хевисайдом, Герцу удалось систему уравнений Максвелла свести к четырём лаконичным уравнениям, записанным выше.

15. В уравнениях было много чего необычного, кроме непоняток с законом сохранения энергии. В них отсутствовали параметры среды, хотя в прочих уравнениях, например, волновом уравнении для упругих волн

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2},$$

в явном виде присутствовала скорость распространения волны v, которая определяется параметрами среды

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

Где E – модуль упругости среды, ρ – плотность среды. Для электромагнитных волн на основании уравнений Максвелла, Герца, Хевисайда получались следующие волновые уравнения

$$\vec{i}\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \vec{j}\frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \vec{k}\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2},$$

$$\vec{i}\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \vec{j}\frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \vec{k}\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2},$$

где $\left(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ – единичные векторы, (x,y,z) – координаты, E – напряжённость электрического поля, H – напряжённость магнитного поля, $\varepsilon_0 \cong 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ Кл^2/м^2·Н, $\mu_0 \cong 1{,}257$ Н·с^2/Кл^2 – электрическая и магнитная постоянные.

16. Сравнивая волновые уравнения для упругих и электромагнитных волн, логично предположить, что

$$c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}} \cong \sqrt{\frac{1}{8{,}854 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}257 \cdot 10^{-6}}} \cong \sqrt{8{,}985147372} \cong 2{,}9975 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

17. Комбинация двух констант давала константу, которая с высокой степенью точности совпадала с измеренными значениями скорости света. Получалось, что электромагнитные волны могли распространяться в отсутствии среды со скоростью света.

18. Лоренц, исследуя уравнения Максвелла, Герца, Хевисайда обнаружил, что если в уравнениях сделать подстановку

$$\left.x^* = \frac{x = vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad y^* = y; \quad z^* = z; \quad t^* = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};\right\}$$

то суть и форма уравнений после подстановки не изменялась. Сейчас эти уравнения называются преобразованиями Лоренца.

19. Французский исследователь Пуанкаре, исследуя преобразования Лоренца в совокупности с уравнениями Максвелла, Герца, Хевисайда пришёл к выводу, что все физические законы не должны изменяться от преобразований Лоренца и математически это доказал. Он был виртуозным математиком классической школы.

20. Этими откровениями гениев и воспользовался Эйнштейн, опубликовав, разрекламированную в мировом масштабе впоследствии, работу, названную им и последователями теорией относительности. Это был первый и самый грандиозный пиар в науке, который таки увенчался неслыханным успехом. Кто в простонародии

знает Максвелла, Герца, Хевисайда, Лоренца и Пуанкаре? А Эйнштейна знают все. Гений вех времён и одного народа.

21. Исходя из преобразований Лоренца и заключений Пуанкаре, появилась возможность проанализировать на новом уровне знаний законы классической механики. Основной закон динамики Ньютона

$$\sum_{k=1}^{k=n}\vec{F}_k = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

предполагает массу постоянной величиной. Из преобразований Лоренца следовало, что масса должна меняться со скоростью (**чтобы уравнения Максвелла, Герца, Хевисайда были справедливы**)

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

где m_0 – масса покоя (масса неподвижного объекта), $c \cong 3\cdot10^8$ м/с – скорость света в вакууме. Из уравнения Лоренца видно, что поправка к массе станет заметной при движении исследуемого объекта со скоростями, соизмеримыми со скоростью света, во всех других случаях $m_0 = m$. Так, например, для электрона с массой $m_0 \cong 1\cdot10^{-30}$ кг, разогнанного электрическим полем до скорости $v = 0{,}01\ c \cong 3\cdot10^6$ м/с соотношение масс примет вид

$$m \cong \frac{1\cdot10^{-30}}{\sqrt{1-\frac{9\cdot10^{12}}{9\cdot10^{16}}}} \cong 9{,}9995\cdot10^{-29}\,\text{кг};$$

22. Из преобразований Лоренца, придуманных им для электромагнитного поля, следовало, что ели допустить движение материального тела с около световыми скоростями, то размеры этого тела в направлении перемещения изменяться

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

где L_0 – размер покоящегося тела, L – размер того же тела в направлении движения.

23. Изменение геометрических размеров при сохранении неизменной скорости света должно накладывать определённые условия на течение времени. Из преобразований Лоренца следовало, что

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};$$

24. Запишем далее основное уравнение динамики в виде

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt};$$

Поскольку в рассматриваемом случае масса не является величиной постоянной, а изменяется в зависимости от скорости движения объекта

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

то уравнение импульса необходимо трансформировать

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Записанное уравнение представляет собой модифицированное преобразованиями Лоренца уравнение импульса в классическом варианте Ньютона.

$$\sum_{i=1}^{i=n}\vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};$$

25. Напомним, что в классическом варианте механики, базирующейся на законах Ньютона, импульс пропорционален скорости. Требование постоянства скорости света делает необходимым пересмотреть и уточнить эту закономерность. Дело в том, что при скоростях меньших скорости света классические закономерности сохраняются, а при приближении скорость объекта к скорости света знаменатель в уравнении импульса стремится к нулю

$$\text{при} \quad v \cong c, \quad \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \to 0; \quad \Rightarrow \quad p \to \infty;$$

26. Из уравнений Ньютона следует, в частности, что если на некий материальный объект неопределённо долго воздействовать постоянной силой, то нет никаких причин, препятствующих возрастанию скорости этого объекта до бесконечного значения, по крайней мере, теоретически. Иное дело при рассмотрении действия силы с позиций преобразований Лоренца. Скорость объекта не может превышать скорости света, потому, что она постулирована, как предельная постоянная величина. По Лоренцу получается, что, в принципе, при действии силы возрастает не сама скорость, а импульс тела. Другими словами, действие силы сказывается не столько на росте скорости, сколько на увеличении массы.

27. Если во времени рассматривать изменение скорости, т.е. – ускорение, достигает некоторого постоянного значения, а импульс тем временем продолжает увеличиваться за счёт изменения массы. Проявление подобных эффектов регистрируется в ускорителях элементарных заряженных частиц, где разгон последних осуществляется за счёт взаимодействия внешнего магнитного поля и собственного поля ускоренно движущейся частицы. Энергии, необходимые для изменения состояния быстро движущихся частиц превышают величины, рассчитанные по уравнениям Ньютона и следствиям из них. Обратим внимание, что релятивистские эффекты проявляются при взаимодействии электромагнитных полей, поля внешнего и собственного поля частицы.

5. Масса и скорость входят в ещё одну заглавную величину классической механики, комбинация этих величин, полученная преобразованием основного уравнения динамики, приводит к понятию работы и кинетической энергии

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}; \quad \vec{F}d\vec{r} = m\frac{d\vec{v}d\vec{r}}{dt}; \quad \vec{F}d\vec{r} = m\vec{v}d\vec{v}; \quad \int_{r_1}^{r_2}\vec{F}d\vec{r} = m\int_{v_1}^{v_2}\vec{v}d\vec{v}; \quad A_{1\to 2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2};$$

28. Уравнение теоремы об изменении кинетической энергии получено в предположении постоянства массы. В соответствие с развиваемыми релятивистскими представлениями, при движении со скоростями соизмеримыми со скоростью света, необходимо ввести в рассмотрение два вида энергии: энергию покоя и энергию движения.

29. Ричард Фейнман в своих знаменитых лекциях прибегает к такому примеру. Если газ, содержащийся в закрытом объёме подвергнуть нагреванию, то по всем классическим законам скорости молекул увеличатся, потому что:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{m_0}},$$

где <v> – средняя квадратичная скорость молекулы, R – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура, m_0 – масса покоя молекулы газа. Суммарная кинетическая энергия молекул увеличится. Это увеличение предлагается рассматривать в виде

$$\Delta E = \Delta mc^2;$$

30. Далее, для того чтобы преобразования Лоренца были справедливы не только в кинематике но и в динамике, стало необходимым приписать каждому материальному объекту энергию

$$E = mc^2;$$

Кстати, идея формально снабдить материальный объект с энергией $E = mc^2$ принадлежит Оливеру Хевисайду, который записал её в своих дневниках за 12 лет до возникновения шумихи по поводу теории относительности. Биографы Хевисайда полагают, что идея возникла у Хевисайда после знакомства по просьбе Герца с уравнениями Максвкелла. Ни о какой относительности, надо думать, Хэвисайд не размышлял. Это откровение появилось при совмещении уравнений Максвелла и преобразований Лоренца.

31. Преобразования Лоренца потребовали изменить правило сложения скоростей. Было необходимо получить такое уравнение, которое бы при сложении двух скоростей независимо от взаимного направления и величин давало бы результат не превосходящей скорости света. Напомним ещё раз, что преобразования Лоренца и уравнения Максвелла описывали только поведение электромагнитного поля, и не более того.

32. Уравнение для сложения скоростей в релятивистском случае представилось следующим образом

$$v_\Sigma = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}};$$

33. Предположим, что некий объект движется со скоростью $v_1 = ½\ c$, внутри этого объекта начинает движение походу второй объект тоже со скоростью $v_2 = ½\ c$, подставим эти значения скоростей в уравнение v_Σ

$$v_\Sigma = \frac{0{,}5c + 0{,}5c}{1 + \frac{0{,}5c \cdot 0{,}5c}{c^2}} = \frac{1}{1{,}25}c = 0{,}8c;$$

34. Таким образом, при движении куба по гипотезе относительности его размеры должны меняться в направлении движения (ещё раз подчеркнём, что уравнения Максвелла, Герца, Хевисайда и их обобщения сделанные в работах Пуанкаре, Лоренца были посвящены исключительно электромагнитному полю, ни о каких объектах, обладающих массой покоя, речи там не шло). Размер куба в направлении движения определится, теоретически, как:

$$L_X = L_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1\sqrt{1 - (0{,}75)^2} \cong 0{,}66\text{м}, \quad \Rightarrow V = L_0^2 L_X \cong 0{,}66\ \text{м}^3;$$

35. Таким образом, при аннигиляции двух частиц одинаковой массы m предполагается выделение кванта излучения с энергией:

$$\Delta E = 2mc^2;$$

540. При проведении опытов ученые обнаружили явление образования пар «электрон и позитрон». Чему равна минимальная суммарная энергия пар? Ответ выразите в МэВ и округлите до целых. Энергия покоя электрона равна 0,5 МэВ.

Решение

1. Позитрон является античастицей электрона, частица обладает единичным положительным зарядом и массой равной массе электрона, поэтому:

$$E = 2mc^2 = E_1 + E_2 = 1\text{ МэВ};$$

---

541. Звезда каждую секунду испускает излучение с суммарной энергией около 18 · 10^{26} Дж. В результате этого масса звезды ежесекундно уменьшается на $\Delta m = X \cdot 10^{10}$ кг. Определите значение X.

Решение

$$\wp = X \cdot 10^{10} c^2; \quad \Rightarrow \quad X = \frac{18 \cdot 10^{26}}{9 \cdot 10^{26}} = 2;$$

---

542. Куб, ребро которого 1 м, движется по отношению к земному наблюдателю со скоростью 0,75 c. Вектор скорости перпендикулярен двум противолежащим граням куба. Определите объём куба относительно земного наблюдателя.

Решение

1. Длина ребра куба в направлении движения:

$$L = L_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1\sqrt{1 - \frac{0,5625c^2}{c^2}} \approx 0,66\text{м};$$

2. Объём куба относительно земного наблюдателя:

$$V \approx L_0^2 0,66 L_0 \approx 0,66\text{м}^3;$$

---

543. При какой скорости электрона его релятивистская масса больше массы покоя в 2 раза?

Решение

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad \Rightarrow \frac{m_0}{m} = \frac{1}{2} = \sqrt{1 - \beta^2}; \quad \frac{1}{4} = 1 - \beta^2; \quad \beta = \sqrt{1 - 0,25} \approx 0,866;$$

$$v = 0,866c;$$

---

544. Во сколько раз увеличивается масса частицы, которая движется со скоростью 0,8 c?

Решение

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad \Rightarrow \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{0,64c^2}{c^2}}}; \quad \Rightarrow \quad \frac{m_0}{m} = \frac{1}{\sqrt{0,36}} \approx 1,67;$$

---

545. С какой скоростью должно двигаться тело, чтобы для неподвижного наблюдателя его масса покоя была равна 3 кг, а релятивистская 5 кг?

Решение

$$\frac{3}{5}=\sqrt{1-\frac{x^2c^2}{c^2}};\quad 0{,}36=1-x^2;\quad x=\sqrt{0{,}64};\quad \Rightarrow\quad v=0{,}8c;$$

---

546. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его масса увеличилась на 200%?

Решение

$$300=\frac{100}{\sqrt{1-x^2}};\quad \Rightarrow\quad \frac{1}{3}=\sqrt{1-x^2};\quad \Rightarrow\quad x=0{,}94;\quad \Rightarrow\quad v=0{,}94c;$$

---

547. Время жизни нестабильного мюона, входящего в состав космических лучей, измеренное земным наблюдателем, относительно которого мюон двигался со скоростью, составляющей 95% скорости света в вакууме, оказалось равным 6,4 мкс. Определите время жизни мюона, покоящегося относительно наблюдателя?

Решение

$$t=\frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};\quad \Rightarrow\quad 6{,}4\cdot 10^{-6}=\frac{t_0}{\sqrt{1-0{,}9}};\quad \Rightarrow\quad t_0\approx 2\text{мкс};$$

---

548. Во сколько раз увеличивается время жизни нестабильной частицы, если она движется со скоростью, составляющей 99% скорости света?

Решение

$$t=\frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};\quad \Rightarrow\quad \xi=\frac{t}{t_0}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{0{,}99^2c^2}{c^2}}}\approx 7{,}1;$$

---

8. Квантовая физика

549. Поверхность золотой пластины освещают ультрафиолетовым излучением с длиной волны 270 нм. Красная граница фотоэффекта составляет 285 нм. Какова максимальная скорость выбиваемых электронов? Масса электрона $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Решение

1. Работа выхода электронов из золота:

$$A = \frac{hc}{\lambda_0} \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{2{,}85 \cdot 10^{-7}} \approx 7 \cdot 10^{-19}\,\text{Дж} \approx 4{,}34\ \text{эВ};$$

2. Максимальная скорость фотоэлектронов:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{mv_{max}^2}{2} + A; \quad \Rightarrow \quad v_{max} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)} \approx \sqrt{\frac{2}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}\left(\frac{2 \cdot 10^{-25}}{2{,}7 \cdot 10^{-7}} - 7 \cdot 10^{-19}\right)} \approx 300\,\frac{\text{км}}{\text{с}};$$

---

550. Красная граница фотоэффекта для цезия 660 нм. Найдите скорость фотоэлектронов, выбитых при облучении цезия светом с длиной волны 400 нм. Масса электрона $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Решение

1. Работа выхода электронов из золота:

$$A = \frac{hc}{\lambda_0} \approx \frac{2 \cdot 10^{-25}}{6{,}66 \cdot 10^{-7}} \approx 3 \cdot 10^{-19}\,\text{Дж};$$

2. Максимальная скорость фотоэлектронов:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{mv_{max}^2}{2} + A; \quad \Rightarrow \quad v_{max} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)};$$

$$v_{max} \approx \sqrt{\frac{2}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}\left(\frac{2 \cdot 10^{-25}}{4 \cdot 10^{-7}} - 3 \cdot 10^{-19}\right)} \approx 6{,}6 \cdot 10^5\,\frac{\text{м}}{\text{с}};$$

---

551. Найдите максимальную скорость фотоэлектронов при освещении металла с работой выхода 4 эВ ультрафиолетовым излучением с частотой $1{,}2 \cdot 10^{15}$ Гц. Масса электрона $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг. Учтите: 1 эВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Решение

1. Максимальная скорость фотоэлектронов:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{mv_{max}^2}{2} + A; \quad \Rightarrow \quad v_{max} = \sqrt{\frac{2}{m}(h\nu - A)};$$

$$v_{max} \approx \sqrt{\frac{2}{9{,}1\cdot 10^{-31}}\left(6{,}62\cdot 10^{-34}\cdot 1{,}2\cdot 10^{15} - 6{,}4\cdot 10^{-19}\right)} \approx 5{,}85\cdot 10^{5}\,\frac{м}{с};$$

---

552. Детектор полностью поглощает падающий на него свет частотой $\nu = 6\cdot 10^{14}$ Гц. За время $t = 5$ с на детектор падает $N = 3\cdot 10^{5}$ фотонов. Какова поглощаемая детектором мощность?

Решение

$$E_f = h\nu N; \quad P_f = h\nu N\frac{1}{\tau} \approx 6{,}62\cdot 10^{-34}\cdot 6\cdot 10^{14}\cdot 3\cdot 10^{5}\cdot\frac{1}{5} \approx 2{,}38\cdot 10^{-14}\,Вт;$$

---

553. Ртутная лампа имеет мощность 125 Вт. Сколько квантов света испускается ежесекундно при излучении с длиной волны $5{,}79\cdot 10^{-7}$ м?

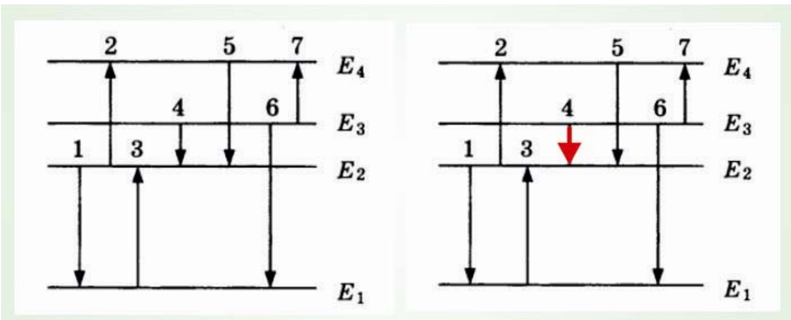
Решение

$$P_f = \frac{h\nu N}{\tau}; \quad \Rightarrow \quad N = \frac{P_f\lambda\tau}{hc} \approx \frac{125\cdot 5{,}79\cdot 10^{-7}\cdot 1}{2\cdot 10^{-25}} \approx 3{,}62\cdot 10^{20};$$

---

554. На рисунке представлена диаграмма энергетических уровней атома. Какой из отмеченных стрелками переходов между энергетическими уровнями сопровождается испусканием кванта минимальной частоты?

Решение



1. В соответствии со вторым постулатом Нильса Бора (правилом частот)

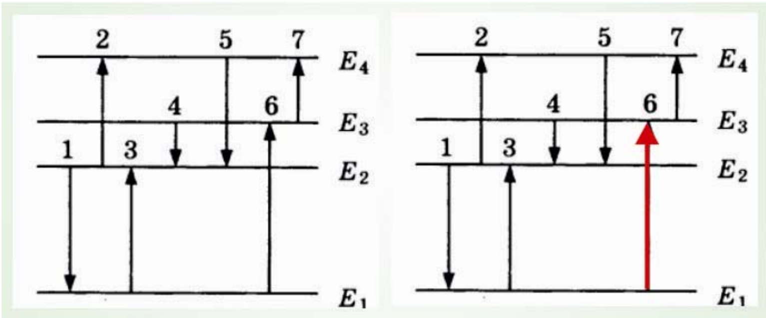
$$\varepsilon_f = \frac{hc}{\lambda} = h\nu = E_n - E_m\,,$$

при испускании фотона атом переходит скачком на более низкий энергетический уровень, при этом минимальная энергия фотона воспроизведённого атомом буден наблюдаться при переходе 4, между соседними разрешёнными квантовой теорией уровнями.

---

555. На рисунке представлена диаграмма энергетических уровней атома. Какой из отмеченных стрелками переходов между энергетическими уровнями сопровождается поглощением кванта минимальной длины волны?

Решение



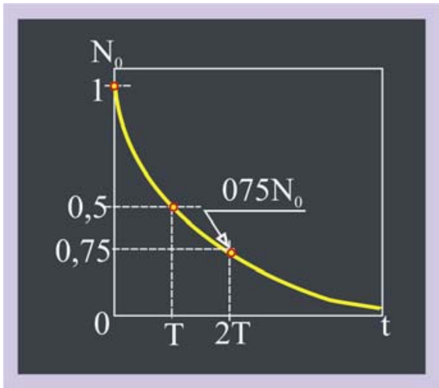
$E_4 - E_2 < E_3 - E_1$; $\Rightarrow$ $\lambda_{min}(\nu_{max})$ соответствует $(E_3 - E_1)$;

---

556. Какая часть исходных радиоактивных ядер распадается за время, равное двум периодам полураспада?

Решение

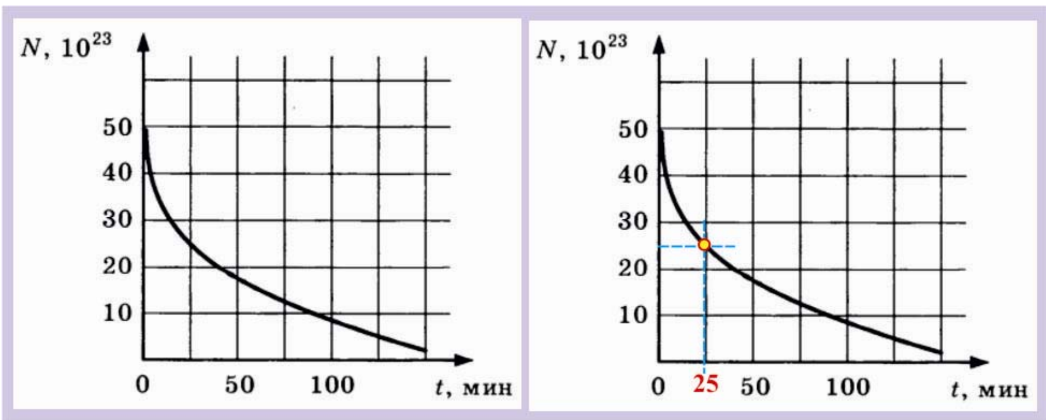
1. В соответствии с законом радиоактивного распада в течение полупериода распадается примерно половины исходного количество радиоактивных ядер N_0, в следующий полупериод распадается половина ядер от оставшихся, т.е. 0,75 N_0 или 3/4N_0.



---

557. Дан график зависимости числа не распавшихся ядер ртути $^{190}_{80}Hg$ от времени. Чему равен период полураспада этого изотопа ртути (в минутах)?

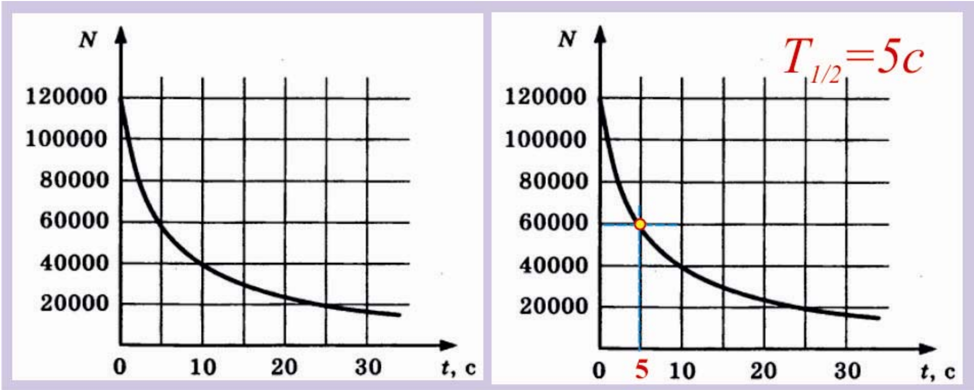
Решение



---

558. На рисунке дан график зависимости числа N не распавшихся ядер радиоактивного изотопа от времени. Через какой промежуток времени (в секундах) останется половина первоначального числа ядер?

Решение



---

559. Определите дефект масс ядра гелия ^3_2He. Масса протона приблизительно равна 1,0073 а.е.м., нейтрона 1,0087 а.е.м., ядра гелия 3,016 а.е.м., 1 а.е.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг.

Решение

1. Дефектом массы называется разность между суммой масс покоя протонов и нейтронов, образующих ядро, и массой покоя ядра:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я;$$

2. Применительно к изотопу ^3_2He:

$$A = 3; \quad Z = 2;$$

$$\Delta m \approx 2 \cdot 1.0073 + 1,0087 - 3,016 \approx 7,3 \cdot 10^{-3} а.е.м. \approx 1,21 \cdot 10^{-29} кг;$$

---

560. Определите дефект масс ядра азота $^{14}_7N$. Масса протона приблизительно равна 1,0073 а.е.м., нейтрона 1,0087 а.е.м., ядра азота 14,0067 а.е.м., 1 а.е.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг.

Решение

1. Дефект массы применительно к изотопу $^{14}_7N$:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я \qquad A = 14; \quad Z = 7;$$

$$\Delta m \approx 7 \cdot 1.0073 + 7 \cdot 1,0087 - 14,0067 \approx 0,1053 а.е.м. \approx 1,748 \cdot 10^{-28} кг;$$

---

561. Определите энергию связи ядра лития ^6_3Li. Масса протона приблизительно равна 1,0073 а.е.м., нейтрона 1,0087 а.е.м., ядра лития 6,0151 а.е.м., 1 а.е.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг, а скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Решение

1. Дефект массы применительно к изотопу $^{6}_{3}Li$:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я; \quad A = 14; \quad Z = 7;$$

$$\Delta m \approx 3 \cdot 1{,}0073 + 3 \cdot 1{,}0087 - 6{,}0151 \approx 3{,}3 \cdot 10^{-2}\,\text{а.е.м.} \approx 5{,}748 \cdot 10^{-29}\,\text{кг};$$

2. Энергия связи лития:

$$\Delta E = \Delta mc^2 \approx 5{,}173 \cdot 10^{-12}\,\text{Дж};$$

---

562. Определите энергию связи ядра углерода $^{12}_{6}C$. Масса протона приблизительно равна 1,0073 а.е.м., нейтрона 1,0087 а.е.м., ядра углерода 12,0000 а.е.м., 1 а.е.м. $= 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг, а скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Решение

1. Дефект массы применительно к изотопу $^{12}_{6}C$:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я; \quad A = 12; \quad Z = 6;$$

$$\Delta m \approx 6 \cdot 1{,}0073 + 6 \cdot 1{,}0087 - 12 \approx 9{,}6 \cdot 10^{-2}\,\text{а.е.м.} \approx 1{,}594 \cdot 10^{-28}\,\text{кг};$$

2. Энергия связи:

$$\Delta E = \Delta mc^2 \approx 1{,}434 \cdot 10^{-11}\,\text{Дж};$$

Задания 29 – 32 ЕГЭ

1. Механика

563. Теплоход, имеющий длину 100 м, движется по прямому курсу в неподвижной воде со скоростью 10 м/с. Катер, имеющий скорость 15 м/с, проходит расстояние от кормы движущегося теплохода до его носа и обратно. Сколько времени потратит катер?

Решение

$$\tau = t_1 + t_2 = \frac{\ell}{v_2 - v_1} + \frac{\ell}{v_2 + v_1} = \frac{100}{5} + \frac{100}{25} = 24с;$$

---

564. По наклонной доске пустили катиться снизу вверх шарик. На расстоянии 30 см от начального положения шарик побывал дважды: через 1 с и через 3 с после начала движения. Определите модуль ускорения шарика, считая движение прямолинейным и равноускоренным.

Решение

1. Запишем кинематические уравнения для спуска и подъёма шарика

$$L = v_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2}; \quad L = v_0 t_2 - \frac{at_2^2}{2}.$$

2. Приравняем правые части записанных выше уравнений и разрешим полученное равенство относительно начальной скорости

$$v_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2} = v_0 t_2 - \frac{at_2^2}{2},$$

$$2v_0(t_2 - t_1) = \frac{a}{2}(t_2^2 - t_1^2); \Rightarrow \quad v_0 = \frac{a(t_2 + t_1)}{2}$$

3. Для определения ускорения подставим значение начальной скорости в одно из исходных уравнений

$$L = \frac{at_1(t_2 + t_1)}{2} - \frac{at_1^2}{2} = \frac{at_1 t_2}{2}; \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2L}{t_1 t_2} = \frac{0{,}6}{3} = 0{,}2\frac{м}{с^2}.$$

---

565. По гладкой наклонной плоскости пустили груз снизу вверх с начальной скоростью 0,6 м/с. Через 1 с груз переместился на 40 см от начала пути. Через какой промежуток времени после начала движения груз снова попадет в это положение?

Решение

1. Ускорение движения:

$$\ell = v_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2}; \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2}{t_1}\left(v_0 - \frac{\ell}{t_1}\right) = 2(0{,}6 - 0{,}4) = 0{,}4\frac{м}{с^2};$$

2. Время движения груза до остановки (время подъёма груза):

$$v_0 - at_П = 0; \quad \Rightarrow \quad t_П = \frac{v_0}{a} = 1{,}5с;$$

3. Пройденное расстояние при подъёме:

$$\ell_П = v_0 t_П - \frac{at_П^2}{2} = 0{,}6 \cdot 1{,}5 - \frac{0{,}4 \cdot 2{,}25}{2} = 0{,}45м;$$

4. Время подъёма из контрольной точки до остановки:

$$(\ell_П - \ell) = \frac{at_2^2}{2}; \quad \Rightarrow \quad t_2 = \sqrt{\frac{2(\ell_П - \ell)}{a}} = \sqrt{\frac{0{,}1}{0{,}4}} = 0{,}5с;$$

5. Искомое время:

$$t_X = t_1 + 2t_2 = 2с;$$

---

566. **По одному направлению из одной точки с интервалом в 6 с начали двигаться два тела: одно равномерно со скоростью 5 м/с, а другое равноускоренно без начальной скорости с ускорением 2 м/с^2. Через сколько секунд второе тело достигнет первое?**

Решение

1. В момент старта второго тела первое прошло расстояние 30 м, время совместного движения определится как:

$$vt_C + 30 = \frac{at_C^2}{2}; \quad \Rightarrow \quad t_C^2 - 5t - 30 = 0; \quad t_C = 2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 + 30} = 8{,}52с;$$

2. Время, соответствующее равенству координат двух тел:

$$t = t_C + \tau = 14{,}52с;$$

---

567. **Мимо остановки по прямой улице проезжает грузовик со скоростью 10 м/с. Через 5 с от остановки вдогонку за грузовиком отъезжает мотоциклист, движущийся с ускорением 3 м/с^2. На каком расстоянии от остановки мотоциклист догонит грузовик?**

Решение

1. Кинематические уравнения движения автомобиля и мотоцикла, с учётом того, автомобиль движется равномерно, а мотоцикл равноускоренно и до встречи они делаю одинаковое перемещение от остановки:

$$\left.\begin{aligned} x &= v(t+\tau); \\ x &= \frac{at^2}{2}; \end{aligned}\right\}$$

где v = 10 м/с – скорость автомобиля, τ = 5 с промежуток времени между стартом автомобиля и мотоцикла, a – ускорение мотоцикла, t – текущее время.

2. Система уравнений содержит две неизвестных величины t и x, из первого уравнения выразим время t и подставим это значение во второе уравнение:

$$t = \frac{x - v\tau}{v}; \quad \Rightarrow \quad x = \frac{a}{2}\left(\frac{x^2 - 2xv\tau + v^2\tau^2}{v^2}\right);$$

или:

$$\frac{2xv^2}{a} = x^2 - 2xv\tau + v^2\tau^2; \Rightarrow \quad x^2 - x\left(2v\tau + \frac{2v^2}{a}\right) + v^2\tau^2 = 0;$$

3. Подставляя числовые значения заданных по условию задачи величин, придём к квадратному уравнению:

$$x^2 - 166{,}7x + 2500 = 0; \quad \Rightarrow \quad x = 83{,}35 \pm \sqrt{6947{,}2 - 2500} \approx 150 \text{ м};$$

---

568. Через 40 с после отхода теплохода вдогонку за ним от той же пристани отправился катер с постоянным ускорением 0,5 м/с^2. Определите, на каком расстоянии от пристани катер догонит теплоход, если теплоход двигался равномерно со скоростью 18 км/ч.

Решение

1. Воспользуемся уравнением предыдущей задачи:

$$x^2 - x\left(2v\tau + \frac{2v^2}{a}\right) + v^2\tau^2 = 0; \quad \Rightarrow \quad x^2 - 500x + 4\cdot 10^4 = 0;$$

$$x = 250 + \sqrt{6{,}25\cdot 10^4 - 4\cdot 10^4} = 400\text{м};$$

---

569. С какой высоты падало тело, если в последнюю секунду падения оно прошло путь 45 м?

Решение

1. Скорость тела к началу последней секунды падения:

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}; \quad \Rightarrow \quad v_0 = \frac{h}{t} - \frac{gt}{2} = 40\frac{\text{м}}{\text{с}};$$

2. Из состояния покоя свободно падающее тело набирает скорость 40 м/с за время τ = 4 с, следовательно, полное время падения составит:

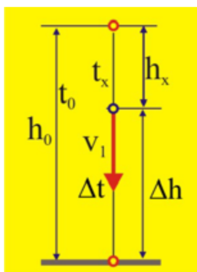
$$t_{П} = \tau + t = 5\text{с};$$

3. Высота, с которой падало тело:

$$H = \frac{gt_{П}^2}{2} = 125\text{м};$$

---

570. Тело, свободно падающее с некоторой высоты, последние Δh = 200 м прошло за время Δt = 4 с. Какое время и с какой высоты падало тело? Установить зависимости скорости и ускорения тела от времени.



Решение

1. Из уравнения прохождения телом последних 200 м определим

величину скорости v_1

$$\Delta h = v_1\Delta t + \frac{g\Delta t^2}{2}; \quad \Leftarrow \quad v_1 = \frac{\Delta h}{t} - \frac{g\Delta t}{2} = 30\frac{м}{с}.$$

2. Определим время t_x пролёта высоты h_x

$$v_1 = gt_x; \quad \Rightarrow \quad t_x = \frac{v_1}{g} = 3\,с.$$

3. Определим величину отрезка пути h_x

$$h_x = \frac{gt_x^2}{2} = 45\,м.$$

4. Величина h_0 определится в виде суммы

$$h_0 = h_x + \Delta h = 245\,м.$$

5. Общее время полёта тела t_0

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \cong 7\,с.$$

6. Определим максимальную скорость тела в момент касания земли

$$v_{max} = gt_0 = 70\frac{м}{с},$$

скорость будет линейно от нуля до v_{max}, в то время как ускорение будет постоянным и равным $g \approx 10$ м/с^2.

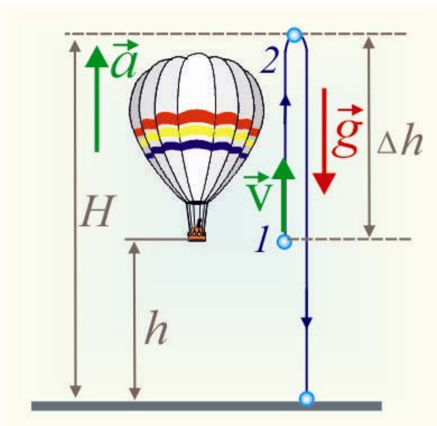
---

571. Аэростат поднимается с земли с ускорением 2 м/с^2 вертикально вверх без начальной скорости. Через 20 с после начала движения из него выпал предмет. Определите, на какой наибольшей высоте относительно Земли побывал предмет.

Решение

1. Высота подъёма шара относительно поверхности земли в момент отделения предмета:

$$h = \frac{at^2}{2} = 400м;$$



2. Скорость предмета в момент отделения от шара:

$$v = at = 40\frac{м}{с};$$

3. Время подъёма предмета до полной остановки:

$$v(t) = v - gt_1; \quad v(t) = 0; \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{v}{g} = \frac{at}{g} = 4с;$$

4. Высота подъёма предмета в высшую точку своей траектории относительно точки отделения от шара:

$$\Delta h = vt_1 - \frac{gt_1^2}{2} = 80м;$$

5. Наибольшая высота подъёма предмета относительно поверхности земли:

$$H = h + \Delta h = 480м;$$

---

572. В течение 20 с ракета поднимается с постоянным ускорением 8 м/с^2, после чего двигатели ракеты выключаются. На какой максимальной высоте побывала ракета?

Решение

1. Высота подъёма ракеты с включенным двигателем:

$$h_1 = \frac{at^2}{2} = 1600\text{м};$$

2. Скорость ракеты в конце разгонного участка

$$v = at = 160\frac{\text{м}}{\text{c}};$$

3. Время подъёма ракеты в инерциальном режиме из условия равенства нулю её скорости:

$$v(\tau) = v_0 = a\tau; \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{v}{g} = 16\text{c};$$

4. Высота подъёма ракеты над точкой выключения двигателя:

$$h_2 = v_0\tau - \frac{gt^2}{2} = 1280\text{м};$$

5. Максимальная высота подъёма ракеты над поверхностью земли:

$$H = h_1 + h_2 = 2880\text{м};$$

---

573. Из брандспойта, расположенного около поверхности земли, вырывается струя воды со скоростью 10 м/с. Брандспойт медленно вращается вокруг вертикальной оси. Одновременно с этим меняется угол его наклона к земле. Определите максимальную площадь, которую можно полить этим брандспойтом.

Решение

1. Максимальная дальнобойность струи брандспойта будет иметь место при угле наклона к линии горизонта $\alpha = 45^0$:

$$x_{max} = v_0\cos\alpha\tau = v_0\frac{2v_0\sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g} = \frac{100}{10} = 10\text{м};$$

2. Максимальная площадь орошения:

$$s_{max} = \pi x_{max}^2 \approx 314\text{м};$$

---

574. Зная ускорение свободного падения на поверхности Земли (10 м/с^2) и радиус планеты (6400 км), рассчитайте ее среднюю плотность.

Решение

1. Масса Земли из закона гравитации:

$$mg = G\frac{mM}{R^2}; \quad \Rightarrow \quad M = \frac{gR^2}{G};$$

2. Объём планеты Земля:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3;$$

3. Средняя плотность планеты:

$$<\rho> \approx \frac{M}{V} \approx \frac{3g}{4\pi GR} \approx \frac{30}{12{,}56 \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}4 \cdot 10^6} \approx 5570\frac{кг}{м^3};$$

---

575. Ускорение свободного падения на поверхности Юпитера 24,9 м/с^2, а радиус планеты $7{,}13 \cdot 10^7$ м. Вычислите по этим данным среднюю плотность планеты.

Решение

1. Воспользовавшись итоговым уравнением предыдущей задачи, имеем:

$$<\rho> \approx \frac{M}{V} \approx \frac{3g}{4\pi GR} \approx \frac{30}{12{,}56 \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 7{,}3 \cdot 10^7} \approx 1251\frac{кг}{м^3};$$

---

576. Как изменится ускорение свободного падения на поверхности планеты, если плотность планеты увеличится в 2 раза, а радиус планеты останется прежним?

Решение

1. Ускорение свободного падения:

$$mg = G\frac{mM}{R^2}; \quad \Rightarrow \quad g = \frac{GM}{R^2} = G\frac{\rho V}{R^2} = G\frac{\rho 4\pi R^3}{3R^2} = G\frac{4}{3}\pi\rho R;$$

Ускорение свободного падения увеличится в два раза.

---

577. Плотность Меркурия примерно равна плотности Земли, а радиус в 2,63 раза меньше. Определите отношение первой космической скорости на Меркурии к первой космической скорости на Земле $\upsilon_М / \upsilon_З$.

Решение

1. Условие нахождения тела на стационарной околопланетной круговой орбите:

$$\frac{mv_I^2}{R} = G\frac{mM}{R^2}; \quad \Rightarrow \quad v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{4\pi R^3 G\rho}{3R}} \approx 2{,}046R\sqrt{\rho G};$$

2. Отношение первых космических скоростей Марса и Земли, таким образом, будет определяться отношением радиусов этих планет:

$$\frac{v_{I(M)}}{v_{I(З)}} \approx \frac{0{,}778R}{2{,}046R} \approx 0{,}38;$$

---

578. Искусственный спутник обращается по круговой орбите на высоте 600 км от поверхности планеты. Радиус планеты равен 3400 км, ускорение свободного падения на поверхности планеты равно 4 м/с^2. Какова скорость движения спутника по орбите?

Решение

1. Масса планеты из закона гравитации:

$$mg = G\frac{mM}{R^2}; \quad \Rightarrow \quad M = \frac{gR^2}{G} \approx \frac{4\cdot 1{,}156\cdot 10^{13}}{6{,}67\cdot 1-^{-11}} \approx 6{,}93\cdot 10^{23}\,кг;$$

2. Первая космическая скорость:

$$\frac{mv_I^2}{R+h} = G\frac{mM}{(R+h)^2}; \quad \Rightarrow \quad v_I = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \approx \sqrt{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6{,}93\cdot 10^{23}}{4\cdot 10^6}} \approx 3{,}32\cdot 10^3\,\frac{м}{с};$$

---

579. На какую высоту надо запустить искусственный спутник Земли, чтобы для наблюдателя, находящегося на Земле, он казался неподвижным? Считайте орбиту спутника окружностью, концентричной с экватором. Радиус Земли 6400 км. Ускорение свободного падения на поверхности Земле 10 м/с^2.

Решение

1. Спутник должен находиться на геостационарной орбите, т.е. угловая скорость спутника должна быть равна угловой скорости экваториальных точек поверхности земли:

$$\omega \approx \frac{2\pi}{T} \approx \frac{6{,}28}{24\cdot 3600} \approx 7{,}27\cdot 10^{-5}\,\frac{рад}{с};$$

2. Условие нахождения спутника на круговой геостационарной орбите

$$\frac{mv^2}{r} = G\frac{mM}{r^2}; \quad \frac{\omega^2 r^2}{r} = G\frac{M}{r^2}; \quad \omega^2 r = G\frac{M}{r^2}; \quad r = h + R; \quad r = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}};$$

$$G \approx 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{Н\cdot м^2}{кг^2}; \quad M \approx 6\cdot 10^{24}\,кг; \quad R \approx 6{,}4\cdot 10^6\,м;$$

$$r \approx \sqrt[3]{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{5{,}3\cdot 10^{-9}}} \approx 4{,}22\cdot 10^7\,м; \quad h = r - R \approx 3{,}58\cdot 10^7\,м;$$

---

580. Масса планеты составляет 0,2 от массы Земли, радиус планеты втрое меньше, чем радиус Земли. Чему равно отношение периодов обращения искусственных спутников планеты и Земли $T_п/T_з$, двигающихся по круговым орбитам на небольшой высоте?

Решение

1. Период обращения спутника по стационарной низкой круговой орбите:

$$\frac{mv^2}{R} = G\frac{mM}{R^2}; \quad \Rightarrow \quad \omega R = \frac{GM}{R^2}; \quad \frac{2\pi}{T}R = \frac{GM}{R^2};$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}};$$

2. Отношение периодов обращения спутников:

$$\begin{cases} T_{Пл} = 2\pi\sqrt{\dfrac{\left(\dfrac{R}{3}\right)^3}{G \cdot 0{,}2M}}; \\ T_З = 2\pi\sqrt{\dfrac{R^3}{GM}}; \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{T_{Пл}}{T_З} = \frac{1}{2{,}3} \approx 0{,}43;$$

581. Каков радиус кольца Сатурна, в котором частицы движутся с периодом, примерно равным периоду вращения Сатурна вокруг своей оси — 10 ч 40 мин? Масса Сатурна равна $5{,}7 \cdot 10^{26}$ кг.

Решение

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}; \quad \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{R^3}{GM}; \quad R = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}}; \quad T = 3{,}84 \cdot 10^4\,\text{с};$$

$$R \approx \sqrt[3]{\frac{1{,}47 \cdot 10^5 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}7 \cdot 10^{26}}{39{,}44}} \approx 1{,}1 \cdot 10^8\,\text{м};$$

582. Плотность Марса приблизительно равна плотности Земли, а масса в 10 раз меньше. Определите отношение периода обращения спутника, движущегося вокруг Марса по низкой круговой орбите, к периоду обращения аналогичного спутника Земли.

Решение

1. Радиус планеты Марс:

$$\rho\frac{4}{3}\pi R_З^3 = 10 \cdot \rho\frac{4}{3}\pi R_М^3; \quad R_М = \frac{R_З}{\sqrt[3]{10}} = 0{,}462 R_З;$$

2. Отношение периодов обращения спутников Марса и Земли:

$$\begin{cases} T_М = 2\pi\sqrt{\dfrac{(0{,}465 R_З)^3}{G \cdot 0{,}1M}}; \\ T_З = 2\pi\sqrt{\dfrac{R^3}{GM}}; \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{T_М}{T_З} \approx 1;$$

583. Определите массу груза, который нужно сбросить с аэростата, движущегося равномерно вниз, чтобы он стал двигаться с такой же по модулю скоростью вверх. Общая масса аэростата и груза 1100 кг. Архимедова сила, действующая на аэростат, равна 10 кН. Силу сопротивления воздуха при подъёме и спуске считайте одинаковой.

Решение

1.Разность между силой тяжести аэростата с грузом и силы Архимеда при спуске:

$$\Delta F = mg - F_A = 1000Н,$$

что эквивалентно массе перевеса:

$$\Delta m = \frac{\Delta F}{g} = 100кг;$$

2. Чтобы наступило состояние безразличного равновесия (зависания аэростата неподвижно) необходимо уменьшить его массу на 100 кг, чтобы аэростат начал подниматься со скорость. опускания нужно обеспечить превышение силы Архимеда, необходимо стростить ещё 100 кг, т.е.

$$m_x = 2\Delta m = 200кг;$$

---

584. С вершины наклонной плоскости высотой 5 м и углом наклона к горизонту 45° начинает соскальзывать тело. Определите скорость тела в конце спуска, если коэффициент трения тела о плоскость равен 0,19.

Решение

1. Сила трения при движении тела по наклонной плоскости:

$$\left|\vec{F}_R\right| = \mu mg\cos\alpha;$$

2. Работа силы трения при перемещении по наклонной плоскости:

$$A(F_R) = \mu mg\cos\alpha\frac{h}{\sin\alpha} = \mu mghctg\alpha;$$

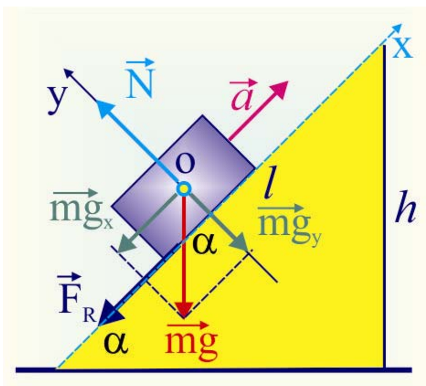
3. Закон сохранения механической энергии:

$$mgh - \mu mghctg\alpha = \frac{mv^2}{2}; \quad 2gh(1-\mu ctg\alpha) = v^2;$$

$$v = \sqrt{2gh(1-\mu ctg45^0)} = \sqrt{2\cdot 10\cdot 5(1-0{,}19)} = 9\frac{м}{с};$$

---

585. Телу толчком сообщили скорость, направленную вверх вдоль наклонной плоскости. Найдите величину ускорения тела, если высота наклонной плоскости 4 м, ее длина 5 м, а коэффициент трения 0,5?



Решение

1. Угол наклона плоскости к горизонту:

$$\alpha = \arcsin\frac{4}{5} \approx 53^0;$$

2. Второй закон Ньютона в проекции на правление движения для тела, поднимающегося ускоренно вверх по наклонной плоскости

$$ma = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha;$$

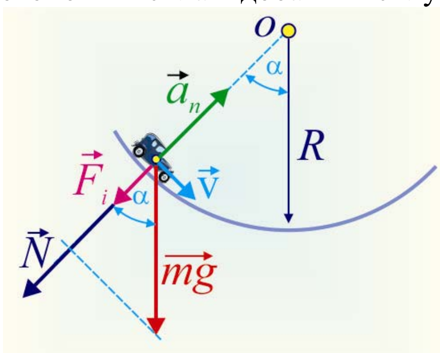
$$a = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha);$$

$$a \approx 10(0{,}8 + 0{,}5 \cdot 0{,}6) = 11\frac{м}{с^2};$$

586. Автомобиль массой 5 т равномерно со скоростью 72 км/ч въезжает на вогнутый мост, по форме представляющий собой дугу окружности радиуса 80 м. Определите, с какой силой автомобиль давит на мост в точке, радиус которой составляет с вертикалью 45°.

Решение

1. Автомобиль, движущийся с постоянной по модулю скоростью по криволинейной траектории, будет обладать нормальным (центростремительным) ускорением. Если, в соответствии с принципом Даламбера, к ньютоновым силам добавить силу инерции, направленную в противоположную ускорению сторону, то автомобиль можно рассматривать как условно неподвижный, т.е. решать задачу методами статики.



2. Нормальное (центростремительное) ускорение автомобиля:

$$a_n = \frac{v^2}{R};$$

3. Сила инерции:

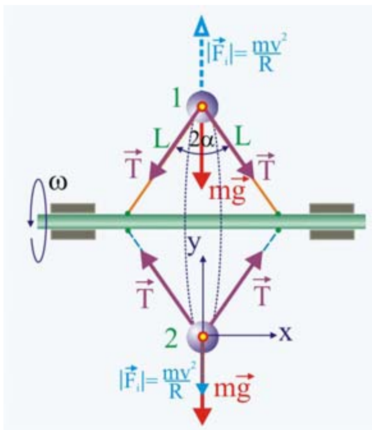
$$F_i = \frac{mv^2}{R};$$

4. Сила давления автомобиля на мост по модулю будет равна нормальной реакции связи, которая в данном случае определится в виде суммы:

$$|\vec{N}| = |\vec{F}_p| = mg\cos\alpha + \frac{mv^2}{R} = m\left(g\cos\alpha + \frac{v^2}{R}\right) = 5 \cdot 10^4\left(10 \cdot 0{,}707 + \frac{400}{80}\right) \approx 6 \cdot 10^4 Н;$$

587. Горизонтальный вал вращается с угловой скоростью ω. Шарик массой m прикреплён к валу посредствам двух нитей длиной L каждая. Угол между нитями составляет 2α. Найти натяжение нитей в верхней и нижней траектории шарика, считая, что нити не провисают во время движения.

Решение



1. Рассмотрим шарик в нижней точке его траектории. Сила инерции определится как

$$F_i = \frac{mv^2}{L} = m\omega^2 L;$$

2. С другой стороны, в статическом состоянии натяжение нитей определяются как:

$$2T\cos\alpha - mg = 0; \quad 2T = \frac{mg}{\cos\alpha};$$

При вращении вала к силе тяжести в нижней точке траектории добавляется сила инерции

$$2T = \frac{mg}{\cos\alpha} + m\omega^2 L;$$

откуда следует, что:

$$T_2 = \frac{m}{2}\left(\omega^2 L + \frac{g}{\cos\alpha}\right);$$

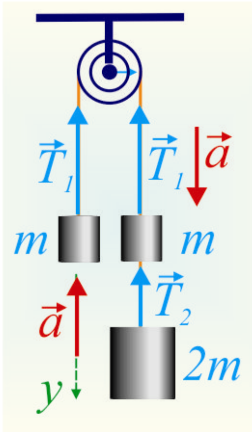
3. в верхней точке траектории шарика 1 сила инерции и сила тяжести имеют противоположные направления, следовательно:

$$T_1 = \frac{m}{2}\left(\omega^2 L - \frac{g}{\cos\alpha}\right);$$

---

588. Два тела массами *M* при помощи первой нити подвешены на невесомом блоке и находятся в равновесии. К одному из них с помощью второй нити подвесили груз массой 2*M*, и система пришла в движение. С какой силой груз массой 2*M* действует на вторую нить?

Решение



1. Определим ускорение системы грузов, пришедшей в движение:

$$\begin{cases} mg - T_1 = -ma; \\ 3mg - T_1 = 3ma; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} T_1 &= mg + ma; \\ 3mg - mg + ma &= 3ma; \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad a=g;$$

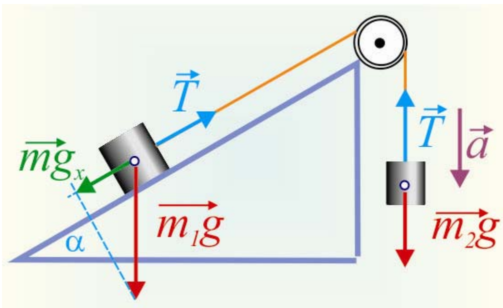
2. Уравнение движения тела массой 2m:

$$2mg - T_2 = 2ma; \quad \Rightarrow \quad T_2 = mg;$$

---

589. На вершине наклонной плоскости с углом наклона 30° установлен неподвижный блок, через который переброшена нить, к концам нити прикреплены грузы. Груз массой 5 кг скользит по гладкой наклонной плоскости, а другой груз массой 3 кг опускается по вертикали. Определите ускорение, с которым движутся тела.

Решение



1. Определим направление движения системы тел:

$$m_1 g_x = mg\sin\alpha = 25Н; \quad m_2 g = 30Н;$$

2. Так как проекция силы тяжести на направление движения меньше силы тяжести второго тела, то второй груз будет опускаться вниз, а первый груз подниматься вверх по наклонной плоскости.

3. Ускорение системы тел:

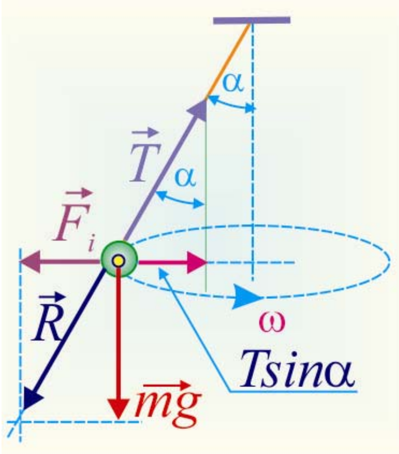
$$a(m_1 + m_2) = m_2 g - m_1 g\sin\alpha; \quad a = \frac{m_2 g - m_1 g \sin\alpha}{m_1 + m_2} = \frac{5}{8} = 0{,}625\,\frac{м}{с^2};$$

---

590. Найдите угловую скорость вращения конического маятника на невесомой нерастяжимой нити длиной 5 см, совершающего круговые движения в горизонтальной плоскости. Нить образует с вертикалью угол 60°.

Решение

1. Если, в соответствии с принципом Даламбера к действующим реальным силам прибавить силу инерции, обусловленную криволинейным движением груза конического маятника с нормальным (центростремительным) ускорением $\vec{a}_n$, то участвующее в таком движении тело можно рассматривать как неподвижное, т.е. геометрическая сумма действующих на него сил должна быть равна нулю:



$$\frac{mv^2}{R} = T\sin\alpha; \quad R = \ell\sin\alpha \approx 4{,}3\cdot 10^{-2}\,м;$$

2. Модуль силы натяжение нити определится в виде геометрической суммы силы тяжести $m\vec{g}$ и силы инерции $\vec{F}_i$

$$\left|\vec{T}\right| = \left|\vec{R}\right| = \sqrt{\left(\frac{mv^2}{R}\right)^2 + (mg)^2} = m\sqrt{\frac{v^4}{R^2} + g^2};$$

3. Подставим значение модуля силы натяжения в условие нахождения груза конического маятника на круговой траектории:

$$\frac{mv^2}{R} = m\sin\alpha\sqrt{\frac{v^4}{R^2} + g^2}; \quad \frac{v^2}{R\sin\alpha} = \sqrt{\frac{v^4}{R^2} + g^2}; \quad \frac{v^4}{R^2\sin^2\alpha} = \frac{v^4}{R^2} + g^2;$$

$$\frac{1}{R^2\sin^2\alpha} = \frac{1}{R^2} + \frac{g^2}{v^4}; \quad \frac{1}{\sin^2\alpha} - 1 = \frac{R^2g^2}{v^4};$$

$$0{,}33v^4 \approx R^2g^2; \quad v \approx \sqrt[4]{3R^2g^2} \approx \sqrt[4]{0{,}55} \approx 0{,}86\,\frac{м}{с};$$

$$v = \omega R; \quad \omega = \frac{v}{R} \approx 20\,\frac{рад}{с};$$

---

591. Гирька массой 100 г, привязанная к резиновому шнуру, вращается с угловой скоростью 10 рад/с по окружности в горизонтальной плоскости так, что шнур составляет угол 60° с вертикалью. Найдите длину нерастянутого шнура, если его жесткость 40 Н/м.

Решение

1. Воспользовавшись уравнениями предыдущей задачи, определим радиус окружности, по которой вращается гирька и её линейную скорость:

$$v = \omega r = \sqrt[4]{3r^2g^2}; \quad \omega^4 r^4 = 3r^2g^2; \quad \omega^4 r^2 = 3g^2; \quad r = \sqrt{\frac{3g^2}{\omega^4}} = \frac{g}{\omega^2}\sqrt{3} \approx 0{,}173\,м;$$

$$v = \omega r = 1{,}73\,\frac{м}{с};$$

2. Геометрическая сумма силы тяжести и силы инерции:

$$\left|\vec{T}\right| = \left|\vec{R}\right| = \sqrt{\left(\frac{mv^2}{R}\right)^2 + (mg)^2} = m\sqrt{\frac{v^4}{R^2} + g^2} \approx 0{,}1\sqrt{\frac{9}{0{,}03} + 100} \approx 2Н;$$

3. Считая удлинение шнура, находящимся в линейной области закона упругости Гука, имеем:

$$\Delta\ell = \frac{|\vec{T}|}{k} = 0{,}05\text{м};$$

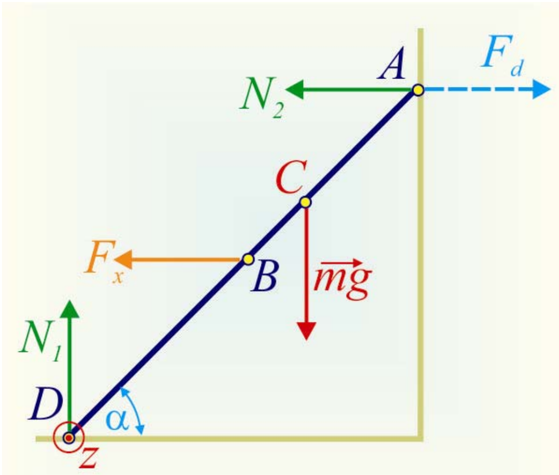
4. Длина шнура в нерастянутом состоянии:

$$\ell_0 = \frac{r}{\sin\alpha} - \Delta\ell \approx 0{,}1488\text{м};$$

---

592. К стене прислонена лестница массой 15 кг. Центр тяжести лестницы находится на расстоянии 1/3 длины от верхнего ее конца. Какую силу, направленную горизонтально, надо приложить к середине лестницы, чтобы верхний её конец не оказывал давления на стену? Угол между лестницей и стеной 45°.

Решение



1. Введём следующие геометрические параметры:

$$AD = \ell; \quad AC = \ell/3; \quad AB = \ell/2;$$

2. Поскольку по условию задачи давление лестницы на стену в точке А должно быть равно нулю, то уравнение моментов системы плоских сил, относительно оси z проведенной в точке D перпендикулярно плоскости чертежа принимает вид:

$$\sum_1^2 M_z(\vec{F}_k) = 0;$$

$$M_z(\vec{N}_1) = 0; \quad M_z(\vec{N}_2) = 0;$$

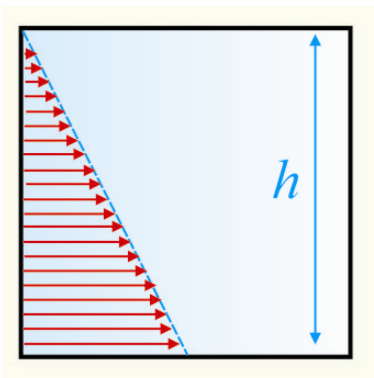
$$F_x\frac{\ell}{2}\cos\alpha = mg\frac{2}{3}\ell\cos\alpha;$$

$$F_x = \frac{4}{3}mg = 200\text{Н};$$

---

593. Определите силу давления жидкости плотностью 800 кг/м^3 на боковую стенку закрытого кубического сосуда объёмом 8 м^3, полностью заполненного жидкостью.

Решение



1. Высота столба жидкости в кубическом сосуде:

$$h = \sqrt[3]{V} = 2\text{м};$$

2. В верхней точке жидкости гидростатическое давление равно нулю, а у дна сосуда – максимальное:

$$\left.\begin{aligned} p_{min} &= 0; \\ p_{max} &= \rho gh; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \ <p> = \frac{1}{2}\rho gh = \frac{1}{2}\rho g\sqrt[3]{V};$$

$$<p> = 0{,}5\cdot 10\cdot 800\cdot 2 = 800\text{Па};$$

3. Сила давления жидкости на боковую стенку:

$$F = \langle p \rangle h^2 = 3{,}2кН;$$

---

594. Сосуд квадратного сечения (сторона квадрата 20 см) заполнен водой до высоты 40 см. Определите силу давления на боковую стенку сосуда. Плотность воды 1000 кг/м^3.

Решение

$$F = \frac{1}{2}\rho g h s = 500 \cdot 10 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}08 \approx 160Н;$$

---

595. Чему равна плотность керосина, если плавающей в нем сплошной деревянный куб, плотностью 700 кг/м^3, с длиной ребра 8 см выступает над поверхностью жидкости на 1 см?

Решение

1. Условие плавания дубового кубика в керосине:

$$\rho_X g V_К = \rho_Д g V_{Пог}; \quad \rho_X = \frac{\rho_Д V_{Пог}}{V_К} = \frac{700 \cdot 10 \cdot \left(8 \cdot 10^{-2}\right)^3}{\left(8 \cdot 10^{-2}\right)^2 \cdot 7 \cdot 10^{-2}} = 800\frac{кг}{м^3};$$

---

596. Какой наибольший груз может перевозить бамбуковый плот площадью 10 м^2 и толщиной 50 см, если плотность бамбука 400 кг/м^3? Плотность воды 1000 кг/м^3.

Решение

1. Условие плавания плота полностью погруженного в воду с наибольшим грузом:

$$m_x g + \rho_Б g V_{Пл} = \rho_В g V_{Пл}; \quad \Rightarrow \quad m_x = V_{Пл}\left(\rho_В - \rho_Б\right) = 5(1000 - 400) = 3000кг;$$

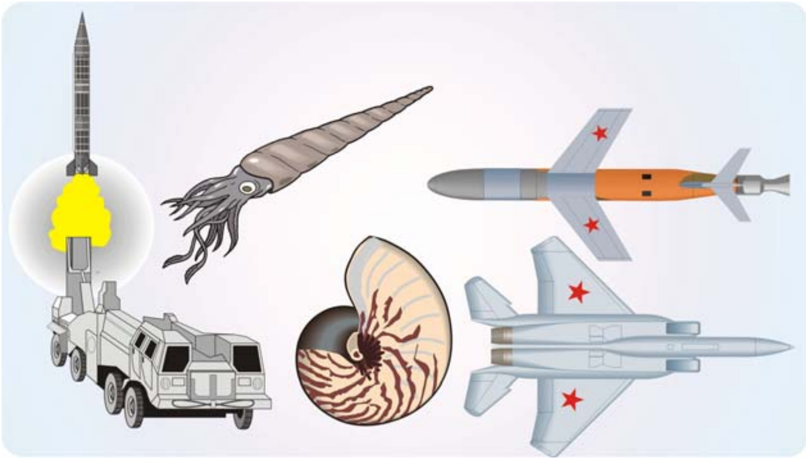
---

597. Космический корабль M = 3000 кг начал разгон в межпланетном пространстве, включив ракетный двигатель. Из сопла двигателя ежесекундно выбрасывается 3 кг $\left(\frac{\Delta m}{\Delta t} = 3\frac{кг}{с}\right)$ горючего газа со скоростью υ = 600 м/с. Какой будет скорость υ корабля через 20 с после начала разгона? Изменением массы корабля за время движения пренебречь. Принять, что поле тяготения в пространстве, в котором движется корабль, пренебрежимо мало.

Решение

1. Всё началось в Древнем Китае. В 682 г. с.л. китайский алхимик Сунн Сымяо впервые описал горючую смесь, состоящую из селитры, серы и опилок. По сути это было описание пороха, который успешно использовался при организации фейерверков. В 808 г. другой китайский химик Цинь Сюйцзы предложил опилки заменять древесным углем, что, по мнению автора, повышало эффективность полёта развлекательных «ракет». Известно, что принцип реактивного движения использовался за долго до упомянутых описаний, естественно, без каких бы то ни было теоретических интерпретаций. В Китае до VI в. н.э. существовали специализированные мастерские

по производству пороховых ракет. Полёт бамбуковых цилиндров с горючей смесью, с позиций современных представлений можно представить как движение тела с переменной массой. На рис. приведены примеры некоторых движущихся объектов, масса которых изменяется в процессе движения.



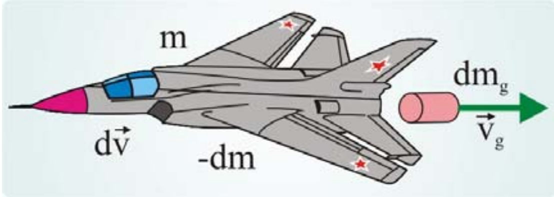
Движение тел с переменной массой

2. Эта разновидность движения, распространённая в живой природе, заинтересовала механиков-теоретиков относительно недавно, при попытках описания реактивных принципов движения. Эти принципы используются кальмарами, осьминогами, каракатицами, наутилусами и ещё целым рядом подводных обитателей.

3. Когда в классической механике говорят о переменной массе, то подразумевают, что изменение массы происходит не как следствие движения, а как процесс, обеспечивающий это движение. При рассмотрении движения объектов со скоростями соизмеримыми со скоростью света ($c \cong 3\cdot 10^8$ м/с), например, в теории относительности, достаточно невнятно полагается, что масса находится в зависимости от скорости, причём изменения массы происходят не за счёт притока или оттока вещества. Далее будут рассматриваться движения, происходящие со скоростями значительно меньшими скорости света. Изменение массы в виде потерь и приобретений происходит за счёт изменения во времени количества вещества.

4. Получим на основе второго закона Ньютона уравнение движения материальной точки с переменной массой, используя в качестве модели реактивный принцип движения, например – ракету. В ракетном двигателе обеспечиваются условия выброса с большой скоростью продуктов сгорания топлива в направлении противоположном движению аппарата. На основании третьего закона Ньютона к ракете будет приложена сила, противоположная силе, возникающей при истечении из сопла продуктов сгорания топлива – высокоскоростного газового потока. Ракета, при этом будет получать ускорение. Во многих случаях реактивного движения ракету можно рассматривать как замкнутую материальную систему, импульс которой не изменяется во времени. Эта концепция и положена в основу дальнейших рассуждений. Следует заметить, что такая постановка вопроса не совсем корректна, потому что главный вектор внешних сил, приложенный к ракете или к реактивному самолёту не эквивалентен нулю. На эти аппараты действуют силы гравитации и силы сопротивления. Однако для выяснения принципиальных основ реактивного движения этим можно поступиться.

5. Рассмотрим в качестве примера горизонтально летящий реактивный самолёт, обладающий массой m(t), которая изменяется во времени за счёт сгорания топлива.



Реактивное движение

6. В произвольный момент времени t самолёт имел скорость $\vec{v}$, а его импульс был равен $\vec{p}_0 = m\vec{v}$. Через бесконечно малый промежуток времени dt Мааса и скорость самолёта получают приращения dm и $d\vec{v}$, причём масса имеет отрицательный знак, т.к. связана со сгоранием некоторого количества топлива. Импульс самолёта через время dt представится следующим образом

$$\vec{p}_1 = (m + dm)(\vec{v} + d\vec{v}).$$

7. Для записи уравнения закона сохранения импульса к уравнению необходимо добавить импульс газов, образовавшихся за время dt

$$\vec{p}_2 = dm_g \vec{v}_g.$$

8. Из суммарного импульса самолёта и газов, при записи уравнения закона изменения импульса системы самолёт – газы необходимо вычесть начальный импульс самолёта в момент времени t

$$(m + dm)(\vec{v} + d\vec{v}) + dm_g\vec{v}_g - m\vec{v} = \vec{F}dt.$$

9. При раскрытии скобок в уравнении следует иметь в виду, что произведение dm·dv представляет собой бесконечно малую величину высшего порядка, ей можно пренебречь. Следуя далее принципу сохранения массы, можно записать

$$dm + dm_g = 0.$$

Это обстоятельство позволяет исключить из уравнения массу газов dm_g, с другой стороны величина $\vec{v}_{отн} = \vec{v}_g - \vec{v}$ представляет собой относительную скорость истечения газов. С учётом принятых допущений, закон сохранения перепишется в более простом виде

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v}_{отн}\frac{dm}{dt} + \vec{F}.$$

10. Полученное уравнение совпадает с известной формой записи второго закона Ньютона, правда, здесь имеет место масса, зависящая от времени. Кроме того, к внешней силе $\vec{F}$добавляется ещё одна величина, имеющая размерность силы, имеющая смысл реактивной силы тяги, т.е. силы с которой газы действуют на самолёт. Уравнение реактивного движения впервые было получено Иваном Васильевичем Мещерским, профессором Ленинградского политехнического института в 1902 г. Применим к уравнению Мещерского закон сохранения импульса, полагая $\vec{F} = 0$

$$md\vec{v} = \vec{v}_{отн}dm.$$

11. В проекции на направление движения самолёта уравнению можно придать скалярную форму

$$\frac{dv}{dm} = -\frac{v_{отн}}{m}.$$

12. Дифференциальное уравнение легко интегрируемо в предположении постоянства скорости истечения газов, в этом случае просто делятся переменные

$$v = -v_{отн}\int\frac{dm}{m} = -v_{отн}\ln m + C.$$

13. Постоянную интегрирования С определим, используя начальные условия: предположим, что при старте самолёта его масса m_0, а скорость равна нулю

$$0 = -v_{отн}\ln m_0 + C,$$

откуда

$$C = v_{отн}\ln m_0.$$

Подставим далее значение постоянной интегрирования С

$$v = -v_{отн}\ln m + v_{отн}\ln m_0, \Rightarrow v = v_{отн}\ln\frac{m_0}{m}, \quad \Rightarrow \quad \frac{m_0}{m} = \exp\frac{v}{v_{отн}}.$$

14. Последнее уравнение впервые предложил Константин Эдуардович Циолковский и использовал его для вычисления необходимого запаса топлива для сообщения ракетам необходимой скорости. Если ракете необходимо сообщить первую космическую скорость $v_1 \cong 8$ км/с, то при истечении газов со скоростью $v{\cdot}_{отн} = 1$ км/с отношение масс в уравнении Циолковского $m_0/m \cong 2980$, т.е. вся масса ракеты, практически приходится на топливо.

15. В современных ракетных технологиях относительная скорость истечения газов не превосходит величины $v_{отн} \le 5$ км/с, что делает ракеты на химическом топливе совершенно не пригодными для путешествий к звёздам, если предполагать ещё и возвращение экипажа.

16. Уравнение Циолковского позволяет получить величину скорости, максимально достижимую ракетой

$$v_{max} = -v_{отн}\int\limits_{m_0}^{m_0-m_т}\frac{dm}{m} = v_{отн}\ln\frac{m_0}{m_0-m_т},$$

где m_0 – стартовая масса ракеты, $m_т$ – масса топлива.

17. Применительно к упрощённым данным задачи, закон сохранения импульса запишется в виде:

$$\mu\tau v = Mu; \quad \Rightarrow \quad u = \frac{\mu\tau v}{M} = 12\frac{м}{с};$$

---

598. Начальная скорость снаряда, выпущенного из пушки вертикально вверх, равна 10 м/с. В точке максимального подъёма снаряд разорвался на два осколка, массы которых относятся как 2 : 1. Осколок большей массы упал на Землю первым со скоростью 20 м/с. До какой максимальной высоты может подняться осколок меньшей массы? Считать поверхность Земли плоской и горизонтальной.

Решение

1. Высота подъёма снаряда в точке его разрыва:

$$h_0 = \frac{v_0^2}{2g};$$

2. Начальная скорость первого осколка определится из условия равенства его кинетической энергии у поверхности сумме потенциальной энергии и кинетической энергии, обусловленной скоростью осколков после разрыва снаряда:

$$\frac{m_1(2v_0)^2}{2} = m_1gh_0 + \frac{m_1v_1^2}{2}; \quad \Rightarrow \quad 4v_0^2 = 2gh_0 + v_1^2;$$

$$v_1 = \sqrt{4v_0^2 - 2gh_0} = \sqrt{4v_0^2 - v_0^2} = v_0\sqrt{3};$$

3. Начальная скорость второго осколка:

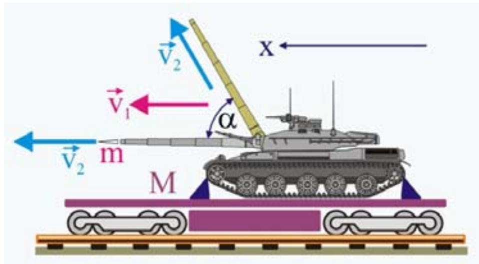
$$2mv_1 = mv_2; \quad \Rightarrow \quad v_2 = 2v_1 = 2v_0\sqrt{3};$$

4. Максимальная высота подъёма осколка меньшей массы:

$$m_2gh_{max} = m_2gh_0 + \frac{m_2v_2^2}{2}; \quad h_{max} = h_0 + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} + \frac{6v_0^2}{g} = \frac{1}{g}\left(\frac{v_0^2 + 12v_0^2}{2}\right) = \frac{13v_0^2}{2g} = 65м;$$

---

599. Платформа с установленным на ней танком общей массой M = 200 m движется со скоростью v_1 = 2,5 м/с. Из орудия танка выпущен снаряд массой m со скоростью v_2 = 800 м/с относительно платформы. Определить скорость платформы после выстрела, если: а) выстрел произведён по направлению движения платформы; б) выстрел произведён под углом $\alpha = 60^o$ к направлению движения.



Решение

1. Запишем закон сохранения импульса для системы платформа, танк – снаряд в случае выстрела по ходу движения платформы

$$(M+m)v_1 = v(M-m) + v_2m;$$

$$v(M-m) = (M+m)v_1 - v_2m;$$

$$v = \frac{(M+m)v_1}{M-m} - \frac{mv_2}{M-m};$$

$$v = v_1 - \frac{v_2}{M} \cong v_1 - \frac{v_2}{200} = 2,5 - \frac{800}{200} \cong -1,5\frac{м}{с};$$

Отрицательный знак у результирующей скорости указывает на то, что платформа с танком после выстрела станет двигаться в сторону противоположную первоначальной.

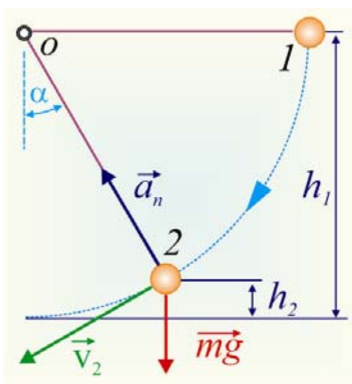
2. В случае выстрела под углом $\alpha = 60^o$ к горизонту, уравнение закона сохранения импульса примет вид:

$$v = \frac{(M+m)v_1}{M-m} - \frac{mv_2}{M-m}\cos\alpha;$$

$$v = v_1 - \frac{v_2}{M}\cos\alpha \cong v_1 - \frac{v_2}{200} = 2,5 - \frac{800}{200}0,5 \cong 0,5\frac{м}{с};$$

---

600. **Груз массой 100 г привязан к нити длиной 1 м. Нить с грузом отвели от вертикали на угол 90°. Каково центростремительное ускорение груза в момент, когда нить образует с вертикалью угол 60°?**



Решение

1. Потенциальная энергия тела в точке 1 при движении по круговой траектории уменьшается при опускании на некоторую величину:

$$\Delta\Pi = \Pi_1 - \Pi_2 = mg\ell - mg\ell(1-\cos\alpha);$$

2. Закон сохранения механической энергии:

$$\frac{mv_2^2}{2} = \Delta\Pi = mg\ell\cos\alpha; \quad v^2 = g\ell;$$

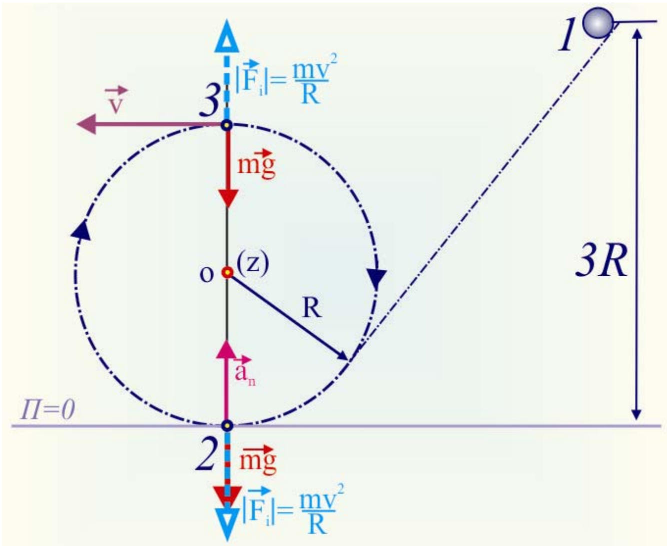
3. Нормальное (центростремительное) ускорение груза в точке траектории 2:

$$a_n = \frac{v_2^2}{\ell} = g = 10\frac{м}{с^2};$$

---

601. Шарик соскальзывает без трения с верхнего конца наклонного жёлоба, переходящего в «мертвую петлю» радиусом R. Чему равна сила давления шарика на жёлоб в верхней точке петли, если масса шарика равна 100 г, а верхний конец жёлоба поднят на высоту $3R$ по отношению к нижней точке «мертвой петли»?

Решение



1. Потенциальная энергия шарика в точке 1:

$$П_1 = mg3R;$$

2. Потенциальная энергия в точке 3:

$$П_2 = mg2R;$$

3. Разность потенциальных энергий в точка1 и 3

$$\Delta П = 3mgR - 2mgR = mgR;$$

4. Квадрат скорости шарика в верхней точке его круговой траектории 3 определится законом сохранения механической энергии:

$$\Delta П = \frac{mv^2}{2}; \quad v^2 = 2gR;$$

5. Сила давления шарика на жёлоб в точке 3:

$$F = \frac{mv^2}{R} - mg = 2mg - mg = mg = 1H;$$

---

2. Молекулярная физика. Газовые законы

602. Воздушный шар имеет газонепроницаемую оболочку массой 400 кг и содержит 100 кг гелия. Какой груз он может удерживать в воздухе на высоте, где температура воздуха 17 °C и давление 10^5 Па? Молярная масса воздуха 0,029 кг/моль, а гелия 0,004 кг/моль. Считать, что оболочка шара не оказывает сопротивления изменению объема шара.

Решение

1. Плотность гелия ρ_1 при заданной температуре T = 290 K и давлении p = 10^5 Па:

$$\rho_1 = \frac{p_0\mu_{He}}{RT} \approx 0{,}166\frac{кг}{м^3};$$

2. Плотность окружающего шар воздуха при таких же условиях:

$$\rho_2 = \frac{p_0\mu_B}{RT} \approx 1{,}2\frac{кг}{м^3};$$

3. Условие безразличного равновесия воздушного шара:

$$(m_Ш + m_Г)g = (\rho_2 - \rho_1)V; \quad V = \frac{m_{He}}{\rho_1}; \quad \Rightarrow \quad m_Г = \frac{\Delta\rho m_{He}}{\rho_1} - m_Ш;$$

$$m_Г = \frac{1{,}034\cdot 100}{0{,}166} - 400 \approx 223кг;$$

---

603. Воздушный шар с газонепроницаемой оболочкой массой 400 кг заполнен гелием. На высоте, где температура воздуха 17 °C и давление 10^5 Па, шар может удерживать груз массой 225 кг. Какова масса гелия в оболочке шара? Молярная масса воздуха 0,029 кг/моль, гелия 0,004 кг/моль. Считать, что оболочка шара не оказывает сопротивления изменению объема шара.

Решение

1. Плотность гелия ρ_1 при заданной температуре T = 290 K и давлении p = 10^5 Па:

$$\rho_1 = \frac{p_0\mu_{He}}{RT} \approx 0{,}166\frac{кг}{м^3};$$

2. Плотность окружающего шар воздуха при таких же условиях:

$$\rho_2 = \frac{p_0\mu_B}{RT} \approx 1{,}2\frac{кг}{м^3};$$

3. Условие безразличного равновесия воздушного шара:

$$(m_O + m_Г)g = (\rho_2 - \rho_1)V; \quad V = \frac{m_{He}}{\rho_1}; \quad \Rightarrow \quad m_Г = \frac{\Delta\rho m_{He}}{\rho_1} - m_O;$$

$$m_{He} = \frac{\rho_1(m_O + m_Г)}{\rho_2 - \rho_1} \approx \frac{0{,}166 \cdot 625}{1{,}034} \approx 100 кг;$$

---

604. Воздушный шар объёмом 2500 м^3 с массой оболочки 400 кг имеет внизу отверстие, через которое воздух в шаре нагревается горелкой. Рассчитайте максимальную массу груза, который может поднять шар, если воздух в нем нагреть до температуры 77 °С. Температура окружающего воздуха 7 °С, его плотность 1,2 кг/м^3. Оболочку шара считать нерастяжимой.

Решение

1. Условие безразличного равновесия воздушного шара в воздухе :

$$\rho_2 gV = (m_1 + m_2)g + m_3 g; \quad (m_1 + m_2) = V(\rho_2 - \rho_1)$$

где – m_1 – масса оболочки, m_2 – масса корзины с аэронавтами, m_3 – масса воздуха внутри оболочки

$$m_3 = \rho_1 V,$$

ρ_1 – плотность нагретого горелкой воздуха внутри шара.

2. Плотность воздуха внутри шара:

$$\rho_1 = \rho_2 - \frac{m_1 + m_2}{V} \approx 1{,}2 - \frac{600}{2500} \approx 0{,}96 \frac{кг}{м^3};$$

3. Масса, которую может поднять шар при заданных условиях:

$$\rho_2 V = (m_1 + m_2) + m_3 g, \quad \Rightarrow \quad m_2 = \rho_2 V - m_1 - \rho_1 V = V(\rho_2 - \rho_1) - m_1;$$

$$m_2 \approx 2{,}5 \cdot 10^3 \cdot 0{,}24 - 400 \approx 200 \text{ кг};$$

---

605. Воздушный шар объёмом 2500 м^3 имеет внизу отверстие, через которое воздух в шаре нагревается горелкой. Если температура окружающего воздуха 7 °С, его плотность 1,2 кг/м^3, то при нагревании воздуха в шаре до температуры 77 °С шар поднимает груз с максимальной массой 200 кг. Какова масса оболочки шара? Оболочку шара считать нерастяжимой.

Решение

1. Условие безразличного равновесия воздушного шара в воздухе:

$$\rho_2 gV = (m_1 + m_2)g + m_3 g,$$

где – m_1 – масса оболочки, m_2 – масса корзины с аэронавтами, m_3 – масса воздуха в оболочке

$$m_3 = \rho_1 V,$$

ρ_1 – плотность нагретого горелкой воздуха.

2. Плотность воздуха внутри шара:

$$\rho_1 = \rho_2 - \frac{m_1 + m_2}{V} \approx 1{,}2 - \frac{600}{2500} \approx 0{,}96 \frac{кг}{м^3};$$

3. Масса, которую может поднять шар при заданных условиях:

$$\rho_2 V = (m_1 + m_2) + m_3 g, \quad \Rightarrow \quad m_1 = \rho_2 V - m_2 - \rho_1 V = V(\rho_2 - \rho_1) - m_2;$$

$$m_1 \approx 2{,}5 \cdot 10^3 \cdot 0{,}24 - 200 \approx 400\ \text{кг};$$

---

606. В цилиндре под поршнем площадью 100 см^2 находится 28 г азота при температуре 273 К. Цилиндр нагревается до температуры 373 К. На какую высоту поднимется поршень массой 100 кг? Атмосферное давление 10^5 Па. Молярная масса азота 0,028 кг/моль.

Решение

1. Количество вещества под поршнем:

$$\nu = m/\mu = 1\text{моль};$$

2. Условие равновесия поршня при начальной температуре газа T_1 = 273 К;

$$p_1 = p_0 + \frac{Mg}{s} = 2 \cdot 10^5\ \text{Па};$$

3. Первоначальный объём, занимаемый газом под поршнем:

$$p_1V_1 = \nu RT_1; \quad \Rightarrow \quad V_1 = \frac{\nu RT_1}{p_1} = 0{,}0113\text{м}^3;$$

4. Будем считать, что подвижный поршень "отслеживает" давление, сохраняя его постоянство:

$$p_1V_2 = \nu RT_2; \quad \Rightarrow \quad V_2 = \frac{\nu RT_2}{p_1} \approx 0{,}0155\text{м}^3;$$

5. Изменение объёма при увеличении температуры газа до T_2 = 373К:

$$\Delta V = V_2 - V_1 \approx 4{,}18 \cdot 10^{-3}\text{м}^3;$$

6. Высота подъёма поршня:

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{s} \approx 0{,}42\text{м};$$

---

607. Температура воздуха в цилиндре 7 °С. На сколько переместится поршень при нагревании воздуха на 20 К, если вначале расстояние от дна цилиндра до поршня было равно 14 см?

Решение

1. Система уравнений, описывающих состояние газа при заданных температурах:

$$\left.\begin{aligned} psh &= \nu RT_1; \\ ps(h + \Delta h) &= \nu RT_2; \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \frac{h}{h + \Delta h} = \frac{T_1}{T_2}; \quad \Delta h = \frac{h(T_2 - T_1)}{T_1} = 0{,}01\text{м};$$

---

608. В цилиндре под поршнем находится газ. Чтобы поршень оставался в неизменном положении при увеличении абсолютной температуры газа в 2 раза, на него следует положить груз массой 10 кг. Площадь поршня 10 см^2. Найдите первоначальное давление газа.

Решение

1. Величина избыточного давления при установке на поршень груза:

$$\Delta p = \frac{mg}{s} = 1\cdot 10^5\,\text{Па};$$

2. Процесс изменения состояния газа в данном случае будет изохорным;

$$\left.\begin{aligned} pV &= \nu RT; \\ (p+\Delta p)V &= \nu R2T; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{p+\Delta p}{p} = \frac{1}{2}; \Rightarrow p = \Delta p = 1\cdot 10^5\,\text{Па};$$

---

609. Газ находится в вертикальном цилиндре под поршнем массой 5 кг. Какой массы груз надо положить на поршень, чтобы он остался в прежнем положении, когда абсолютная температура газа будет увеличена вдвое? Атмосферное давление 10^5 Па. Площадь поршня 0,001 м^2.

Решение

1. Начальное давление газа под поршнем:

$$p_1 = p_0 + \frac{mg}{s} = 1{,}5\cdot 10^5\,\text{Па};$$

2. Процесс изменения состояния газа в данном случае будет изохорным;

$$\left.\begin{aligned} pV &= \nu RT; \\ (p+\Delta p)V &= \nu R2T; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{p+\Delta p}{p} = \frac{1}{2}; \Rightarrow p = \Delta p = 1{,}5\cdot 10^5\,\text{Па};$$

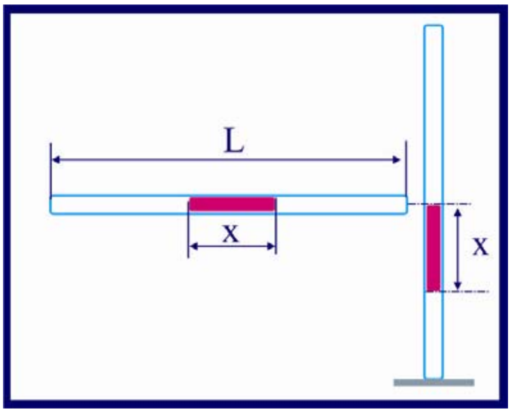
3. Дополнительная масса, обеспечивающая изменение давления газа на Δp:

$$m_x = \frac{\Delta ps}{g} = 15\text{кг};$$

---

610. Посередине откаченной и запаянной с двух концов горизонтальной трубки длиной 1 м находится столбик ртути длиной 20 см. Если трубку поставить вертикально, то столбик ртути перемещается на расстояние 10 см. До какого давления была откачена трубка? Плотность ртути 13 600 кг/м^3.

Решение



1. Введём следующие обозначения:

$$L = 1\text{м};\quad x = 0{,}2\text{м};\quad \ell = 0{,}1\text{м};$$

2. При горизонтальном положении трубки давление по обе стороны ртути одинаково и равно p, объём тоже одинаков:

$$V = \frac{s(L - x)}{2};$$

3. При вертикальном положении трубки давления и объемы в частях разделенных ртутью будут разными, для верхней части трубки верхней части:

$$p_1;\quad V_1 = s\left(\frac{L-x}{2} + \ell\right);$$

$$pV = p_1V_1; \Rightarrow p(L-x) = p_1(L - x + 2\ell)$$

4. Для нижней части трубки:

$$pV = p_2V_2; \Rightarrow (L-x)p = p_2(L - x - 2\ell);$$

5. Условие равновесия столбика ртути при вертикальном положении трубки:

$$p_2 = p_1 + \rho g x\,;$$

6. Подставим значение объёмов и давлений в уравнение $p_1V_1 = p_2V_2$ неизвестных величин p_1 и p_2:

$$p_1 = \frac{pV}{V_1};\quad p_1 = \frac{pV}{L - x + 2\ell};\quad p_2 = \frac{pV}{V_2};\quad p_2 = \frac{pV}{L - x - 2\ell};$$

$$\frac{pV}{L - x - 2\ell} = \frac{pV}{L - x + 2\ell} + \rho g x;\quad L - x - 2\ell = L - x + 2\ell + \frac{p(L-)}{2\rho g x};$$

$$p = \rho g x \frac{(L - x)^2 - 4\ell^2}{4\ell(L - x)} = 2{,}72 \cdot 10^4 \frac{0{,}6}{0{,}32} \approx 51\text{кПа};$$

---

611. **Поршень площадью 10 см^2 массой 5 кг может без трения перемещаться в вертикальном цилиндрическом сосуде, обеспечивая при этом его герметичность. Сосуд с поршнем, заполненный газом, покоится на полу неподвижного лифта при атмосферном давлении 100 кПа, при этом расстояние от нижнего края поршня до дна сосуда 20 см. Каким станет это расстояние, когда лифт поедет вверх с ускорением равным 2 м/с^2? Изменение температуры газа не учитывать.**

Решение

1. Процесс изменения состояния газа изотермический:

$$\left(p_0 + \frac{mg}{s}\right)sh = \left(p_0 + \frac{mg}{s} + \frac{ma}{s}\right)sh_x;$$

$$\left(p_0 + \frac{mg}{s}\right)h = \left(p_0 + \frac{m(g + a)}{s}\right)h_x;$$

$$Ah = Bh_x;\quad \frac{A}{B}h = h_x;\quad \Delta h = h\left(\frac{A}{B}\right);$$

$$A = p_0 + \frac{mg}{s} = 10^5 + \frac{5 \cdot 10}{10^{-3}} = 1{,}5 \cdot 10^5\,\text{Па};\quad B = p_0 + \frac{m(g + a)}{s} = 10^5 + \frac{5 \cdot 12}{10^{-3}} = 1{,}6 \cdot 10^5\,\text{Па};$$

$$\Delta h = 0{,}2 \cdot \frac{1{,}5}{1{,}6} \approx 18{,}75\text{см};$$

---

3. Термодинамика

612. В сосуд, содержащий 8 кг воды при температуре 15 °C, положили лед, имеющий температуру −40 °C. В результате теплообмена установилась температура −3 °C. Определите массу льда. Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда 3,3 · 10^5 Дж/кг, а его удельная теплоёмкость 2100 Дж/(кг · К).

Решение

1. Судя по установившейся температуре $\theta = -3\ ^0C$, вся вода в сосуде превратилась в лёд. Уравнение теплового баланса запишется следующим образом:

$$m_x c_2 \Delta T_1 = m_1 c_1 \Delta T_2 + m_1 \lambda; \quad \Delta T_1 = 37\ ^0C; \quad \Delta T_2 = 18\ ^0C;$$

$$m_x = \frac{m_1(c_1 \Delta T_1 + \lambda)}{c_2 \Delta T_1} = \frac{8\left(4200 \cdot 18 + 3{,}3 \cdot 10^5\right)}{2100 \cdot 37} \approx 42кг;$$

---

613. Ванну вместимостью 85 л необходимо заполнить водой, имеющей температуру 30 °C, используя воду при 80 °C и лед при температуре −20 °C. Определите массу льда, который следует положить в ванну. Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда 336 кДж/кг, а его удельная теплоемкость 2100 Дж/(кг · К).

Решение

1. При помещении льда в воду с температурой 80 ^{0}C лёд вначале нагревается до температуры таяния, т.е. до 0 ^{0}C, затем плавится, после чего уже образовавшаяся из льда вода нагревается до температуры 30 ^{0}C. Уравнение теплового баланса:

$$c_1 m_1 \Delta T_1 = c_2 m_x \Delta T_2 + c_1 m_x \Delta T_3 + m_x \lambda;$$

$$c_1 = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot К}; \quad m_1 = 85кг; \quad \Delta T_1 = 50\ ^0C; \quad c_2 = 2100 \frac{Дж}{кг \cdot К}; \quad \Delta T_3 = 30\ ^0C;$$

$$m_x = \frac{c_1 m_1 \Delta T_1}{c_2 \Delta T_2 + c_1 \Delta T_3 + \lambda} = \frac{4200 \cdot 85 \cdot 50}{2100 \cdot 20 + 4200 \cdot 30 + 3{,}36 \cdot 10^5} \approx 35кг;$$

614. Газовая нагревательная колонка потребляет V_0 = 1,8 м^3 метана в час. Найти температуру воды, подогреваемой этой колонкой, если истекающая из нё струя воды имеет скорость v = 0,5 м/с. Диаметр струи составляет d = 10^{-2} м, а начальная температура воды и газа T_0 = 283 ^{o}K. Газ в трубе находится под давлением p = 1,2·10^5 Па. КПД нагревателя η = 0,6.

Решение

1. Массу газа сгорающего в колонке, определим, воспользовавшись уравнением Клапейрона-Менделеева

$$pV_0 = \frac{m_1}{\mu}RT_0; \quad \Rightarrow \quad m_1 = \frac{pV_0\mu}{RT_0},$$

где $p = 1{,}2\cdot10^5$ Па – давление газа в магистрали, $V_0 = 5\cdot10^{-4}$ м^3/с, $\mu = 16\cdot10^{-3}$ кг/моль – молярная масса газа метана CH_4, $R \cong 8{,}3$ Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная, $T_0 = 283$ $^oК$ – температура метана.

2. Секундная масса воды, протекающая через нагревательное устройство газовой колонки

$$m_2 = \rho\pi\frac{d^2}{4}v,$$

где $\rho \cong 10^3$ кг/м^3 – плотность воды, $d = 10^{-2}$ м – диаметр водяного трубопровода, v = 0,5 м/с – скорость движения воды по трубопроводу.

3. Тепловая энергия, выделяемая при сгорании газа, с учётом КПД нагревателя

$$Q_1 = \eta m_1 q = \eta\frac{pV_0\mu}{RT_0}q,$$

где $\eta = 0{,}6$ – коэффициент полезного действия нагревателя, $q \cong 5\cdot10^7$ Дж/кг.

4. Количество тепла, расходуемого на нагревание воды

$$Q_2 = cm_2\Delta T = c\rho\pi\frac{d^2}{4}v\Delta T; \quad \Delta T = T_x - T_0,$$

где $c \cong 4200$ Дж/(кг·К) – удельная теплоёмкость воды.

5. Приравняем правые части последних двух уравнений

$$\eta m_1 q = \eta\frac{pV_0\mu}{RT_0}q = c\rho\pi\frac{d^2}{4}v\Delta T,$$

откуда

$$\Delta T = \frac{4\eta q\mu pV_0}{RT_0c\rho v\pi d^2}; \quad \Rightarrow \quad T_x = T_0 + \frac{4\eta q\mu pV_0}{RT_0c\rho v\pi d^2};$$

$$T_x \cong 283 + \frac{4\cdot0{,}6\cdot5\cdot10^7\cdot16\cdot10^{-3}\cdot1{,}2\cdot10^5\cdot5\cdot10^{-4}}{8{,}3\cdot283\cdot4200\cdot10^3\cdot0{,}5\cdot3{,}14\cdot10^{-4}} \cong 357\ ^0K \cong 84\ ^0C;$$

---

615. В калориметр налито m_1 = 2 кг воды с температурой T_1 = 278 ^{0}K, и положен кусок льда массой m_2 = 5 кг, имеющий температуру T_2 = 233 ^{o}K. Определить установившуюся температуру Θ поле наступления теплового равновесия.

Решение

1. Возможны четыре варианта развития событий:

- весь лёд растает, и температура станет равной $\Theta = 273$ $^oК$;
- растает часть льда, температура будет $\Theta = 273$ $^oК$;
- вся вода замёрзнет и температура смеси будет $\Theta < 273$ $^oК$;
- замёрзнет только часть воды, $\Theta = 273$ $^oК$.

2. При охлаждении воды до $\Theta = 273$ $^oК$ вода отдаёт тепло в количестве:

$$Q_1 = c_1m_1(T_1 - \Theta) \cong 4200\cdot2\cdot5 \cong 4{,}2\cdot10^4\,Дж;$$

3. При нагревании лёд поглотит тело в количестве:

$$Q_2 = c_2m_2(\Theta - T_1) \cong 2100\cdot5\cdot40 \cong 4{,}2\cdot10^5\,Дж;$$

4. Поскольку $Q_2 > Q_1$, то возможны только случаи полного или частичного замерзания воды. Если замёрзнет вся вода, то

$$Q_3 = \lambda m_1 \cong 3{,}3\cdot10^5\cdot2 \cong 6{,}6\cdot10^5\,Дж;$$

5. Поскольку $Q_1 + Q_3 > Q_2$, то тепловое равновесие отсутствует, т.е. в калориметре имеет место последний случай, когда температура установится на уровне $\Theta = 273$ $^oК$ и лёд растает частично. Уравнение теплового баланса, соответствующее данной ситуации будет иметь вид:

$$c_1m_1(T_1 - \Theta) + m_x\lambda = c_2m_2(\Theta - T_1);\quad m_x = \frac{c_2m_2(\Theta - T_2) - c_1m_1(T_1 - \Theta)}{\lambda};$$

$$m_x = \frac{Q_2 - Q_1}{\lambda} \cong 1{,}145\,\text{кг};$$

---

616. Сколько нужно килограммов льда, чтобы охладить воду в ванне от $T_1 = 290$ $^oК$ до $T_2 = 280$ $^oК$? Объём воды равен $V = 0{,}1$ $м^3$, температура льда $T_0 = 273$ $^oК$.

Решение

1. Уравнение теплового баланса с учётом плавления льда и нагревания образовавшейся воды

$$c_1m_1(T_2 - T_0) + \lambda m_1 = c_2\rho V(T_1 - T_2);$$
$$c_1m_1\Delta T_1 + \lambda m_1 = c_2\rho V\Delta T_2,$$

где $c_1 \cong 2100$ Дж/(кг·К) – удельная теплоёмкость льда, m_1 – искомая масса льда, $\lambda \cong 3{,}3\cdot10^5$ Дж/кг – удельная теплота плавления льда, $\rho \cong 10^3$ кг/м^3 – плотность воды, $c_2 \cong 4200$ Дж/(кг·К) – удельная теплоёмкость воды, $\Delta T_1 = 17$ $^oК$, $\Delta T_2 = 10$ $^oК$

2. Разрешим уравнение теплового баланса относительно массы льда

$$m_1 = \frac{c_2\rho V\Delta T_2}{c_1\Delta T_1 + \lambda} \cong \frac{4200\cdot10^3\cdot10}{2100\cdot17 + 3{,}3\cdot10^5} \cong 11{,}5\,\text{кг};$$

---

617. В колбе находилось 5,66 кг воды при температуре 0 °С. Когда из колбы откачали воздух, вода превратилась в лед. Сколько воды при этом испарилось, если притока тепла извне не было? Удельная теплота испарения воды при этой температуре $2{,}5\cdot10^6$ Дж/кг, а удельная теплота плавления льда $3{,}3\cdot10^5$ Дж/кг.

Решение

1. Введём следующие обозначения:

$$m_1 = 5{,}66\text{кг};\quad \lambda = 3{,}3\cdot10^5\frac{\text{Дж}}{\text{кг}};\quad k = 2{,}5\cdot10^6\frac{\text{Дж}}{\text{кг}};$$

2. Фазовые превращения первого рода протекают при фиксированной температуре, уравнение теплового баланса принимает вид:

$$(m_1 - m_x)\lambda = m_xk;\quad \Rightarrow m_x = \frac{m_1\lambda}{k+\lambda} = \frac{5{,}66\cdot3{,}3\cdot10^5}{2{,}83\cdot10^6} \approx 0{,}66\text{кг};$$

---

618. В сосуде с небольшой трещиной находится воздух, который может просачиваться сквозь трещину. Во время опыта давление воздуха в сосуде возросло в 2 раза, а его абсолютная температура уменьшилась в 4 раза при неизменном объёме. Во сколько раз изменилась внутренняя энергия воздуха в цилиндре? (Воздух считать идеальным газом).

Решение

1. Отношение количеств веществ вещества:

$$\left.\begin{aligned} pV &= \nu_1 RT; \\ 2pM &= \nu_2 R\frac{T}{4}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{\nu_2}{\nu_1} = 8;$$

2. Отношение внутренних энергий газа:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= \frac{3}{2}\nu_1 RT; \\ U_2 &= \frac{3}{2}\nu_2 R\frac{T}{4}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{4}\frac{\nu_2}{\nu_1} = 2;$$

---

619. В цилиндре, закрытом подвижным поршнем, находится газ, который может просачиваться сквозь зазор вокруг поршня. В опыте по сжатию его объём уменьшился в 6 раз, а абсолютная температура уменьшилась вдвое при неизменном давлении. Во сколько раз изменилась внутренняя энергия газа в цилиндре? (Газ считать идеальным газом).

Решение

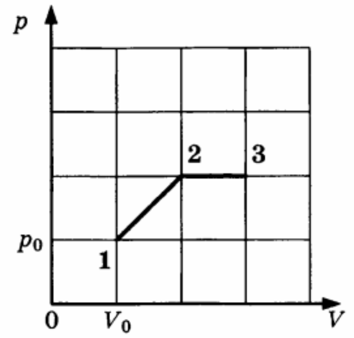
$$\left.\begin{aligned} pV &= \nu_1 RT; \\ p\frac{V}{6} &= \nu_2 R\frac{T}{2}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{\nu_2}{\nu_1} = 3;$$

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= \frac{3}{2}\nu_1 RT; \\ U_2 &= \frac{3}{2}\nu_2 R\frac{T}{2}; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{6};$$

---

620. Какое количество теплоты подведено к двум молям одноатомного идеального газа при осуществлении процесса 1–2–3, если начальная температура его была равна 300 К?

Решение



1. Исходные данные для анализа процессов:

$$p_0V_0 = \nu RT_0 = 2\cdot 8{,}3\cdot 300 = 5980 \approx 5\cdot 10^3 \text{Дж};$$

$$\left.\begin{aligned} p_0V_0 &= \nu RT_0; \\ 2p_0 2V_0 &= \nu RT_2; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad T_2 = 4T_0 = 1200\text{K};$$

$$\left.\begin{array}{l}2p_0 2V_0 = \nu RT_2;\\ 2p_0 3V_0 = \nu RT_3;\end{array}\right\} \Rightarrow \quad \frac{2}{3} = \frac{T_2}{T_3}; \quad T_3 = 1800K;$$

2. Теплота, полученная газом на участке $1 \to 2$:

$$Q_{1\to2} = A_{1\to2} + \Delta U_{1\to2} = \frac{p_0 + 2p_0}{2}V_0 + \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1);$$

$$Q_{1\to2} = 1{,}5\cdot 5\cdot 10^3 + 3\cdot 8{,}3\cdot 900 \approx 29910 \approx 3\cdot 10^4\,Дж$$

3. Теплота, получаемая газом на участке $2 \to 3$:

$$Q_{2\to3} = A_{2\to3} + \Delta U_{2\to3} = 2p_0V_0 + \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2);$$

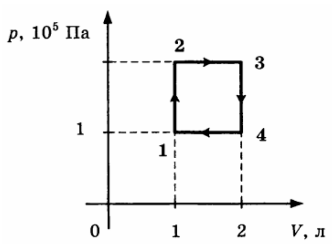
$$Q_{2\to3} = 2\cdot 5\cdot 10^3 + 3\cdot 8{,}3\cdot 600 \approx 2{,}5\cdot 10^4\,Дж;$$

4. Теплота, получаемая газом при осуществлении всего процесса:

$$Q_{1\to2\to3} = Q_{1\to2} + Q_{2\to3} \approx 5{,}5\cdot 10^4\,Дж;$$

---

621. Рассчитайте КПД тепловой машины, использующей в качестве рабочего тела одноатомный идеальный газ и работающей по циклу, изображенному на рисунке.



Решение

1. Работа цикла равна площади фигуры, образованной изохорами и изобарами в p – V координатах:

$$A_Ц = (p_2 - p_1)(V_4 - V_1) = 100Дж;$$

2. Тепло, получаемое за цикл:

$$Q_Ц = Q_{1\to2} + Q_{2\to3} + Q_{3\to4} + Q_{4\to1};$$

$$Q_{1\to2} = U_2 - U_1 = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R\left(\frac{p_1V_1}{\nu R} - \frac{2p_1V_1}{\nu R}\right) = \frac{3}{2}p_1V_1 = 150Дж;$$

$$|Q_{2\to3}| = U_3 - U_2 = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\nu R\left(\frac{2p_1V_1}{\nu R} - \frac{2p_1 2V_1}{\nu R}\right) = 3p_1V_1 = 300Дж;$$

$$Q_{3\to4} = U_4 - U_3 = \frac{3}{2}\nu R(T_4 - T_3) = \frac{3}{2}\nu R\left(\frac{2p_1 2V_1}{\nu R} - \frac{p_1 2V_1}{\nu R}\right) = 3p_1V_1 = 300Дж;$$

$$Q_{4\to1} = A_{4\to1} = p_1(V - 2V) = -p_1V_1 = -100Дж;$$

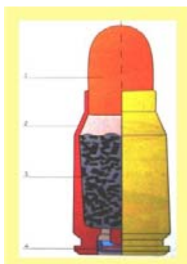
3. Коэффициент полезного действия цикла:

$$\eta = \frac{A_Ц}{Q_Ц} = \frac{100}{650} = 0{,}1538\,(15{,}38\%);$$

---

622. Пистолетные патроны бросили в костёр. Оценить скорость вылета пули из гильз.

Решение



1. Примем следующие ориентировочные параметры пистолетного патрона: радиус пули $r = 4{,}5\cdot 10^{-3}$ м; масса пули $M = 6\cdot 10^{-3}$ кг, расстояние на которое пуля заглублена в гильзу $\xi = 5\cdot 10^{-3}$ м; масса гильзы с зарядом $m = 4\cdot 10^{-3}$ кг. Предположим далее, что движение пули начнётся в момент, когда давление воспламенившегося пороха в три раза превысит нормальное атмосферное давление $p_0 = 0{,}1$ МПа

2. Определим величину силы, действующей на внутреннее поперечное сечение пули в момент начала её движения

$$F = 3p_0 s = 3\cdot 10^5 \cdot 3\cdot 2\cdot 10^{-5} = 18\,\text{H}.$$

3. Запишем для патрона, состоящего из гильзы и пули закон сохранения энергии и импульса

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2} = F\xi, \quad mv_1 = Mv_2.$$

4. Выразим скорость гильзы v_1 из уравнения сохранения импульса и подставим в уравнение закона сохранения энергии, которое разрешим относительно искомой скорости

$$\frac{mM^2v_2^2}{m^2} + Mv_2^2 = 2F\xi, \quad \Rightarrow \quad v_2\sqrt{\frac{2F\xi}{M\left(\frac{M}{m}+1\right)}},$$

$$v_2 \cong \sqrt{\frac{2\cdot 18\cdot 5\cdot 10^{-3}}{6\cdot 10^{-3}\left(\frac{6}{4}+1\right)}} \cong 3{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

5. Столь малая расчётная скорость обусловлена тем, что сила совершает малую работу за счёт незначительного перемещения ξ, по сути, при воспламенении большая часть пороха расширяется в окружающее костёр пространство. Совершенно иная картина складывается при стрельбе из пистолета, у которого длина ствола составляет 12 см. На срезе ствола пуля приобретает скорость порядка 450 м/с.

4. Электричество и магнетизм

623. На какое расстояние по горизонтали переместится частица, имеющая массу 1 мг и заряд 2 нКл, за время 3 с в однородном горизонтальном электрическом поле напряженностью 50 В/м, если начальная скорость частицы равна нулю? Ответ выразите в сантиметрах. Действием силы тяжести пренебречь.

Решение

1. Ускорение частицы:

$$a = \frac{F_K}{m} = \frac{qE}{m};$$

2. Пройденное частицей расстояние:

$$x = \frac{a\tau^2}{2} = \frac{qE\tau^2}{2m} = \frac{2\cdot 10^{-9}\cdot 50\cdot 9}{2\cdot 10^{-6}} = 0{,}45\text{м};$$

---

624. Пылинка, имеющая положительный заряд 10^{-11} Кл, влетела в горизонтальное однородное электрическое поле вдоль его силовых линий с начальной скоростью 0,1 м/с и переместилась на расстояние 4 см. Чему равна масса пылинки, если её скорость увеличилась на 0,2 м/с при напряженности поля 10^5 В/м? Ответ выразите в миллиграммах (мг). Действием силы тяжести пренебречь.

Решение

1. В соответствии с теоремой об изменении кинетической энергии пылинки при её движении в под действием силы Кулона:

$$\frac{m_x}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = qEx; \quad \Rightarrow \quad m_x = \frac{2qEx}{v_2^2 - v_1^2} = \frac{2\cdot 10^{-11}\cdot 10^5\cdot 4\cdot 10^{-2}}{0{,}3^2 - 0{,}1^2} = 1\cdot 10^{-6}\text{кг} = 1\text{мг};$$

---

625. Горизонтально расположенная, положительно заряженная пластина создает вертикально направленное однородное электрическое поле напряженностью 100 кВ/м. С высоты 10 см на пластину падает шарик массой 40 г, имеющий отрицательный заряд (-10^{-6}) Кл и начальную скорость 2 м/с, направленную вертикально вниз. Какую энергию шарик передаст пластине при абсолютно неупругом ударе?

Решение

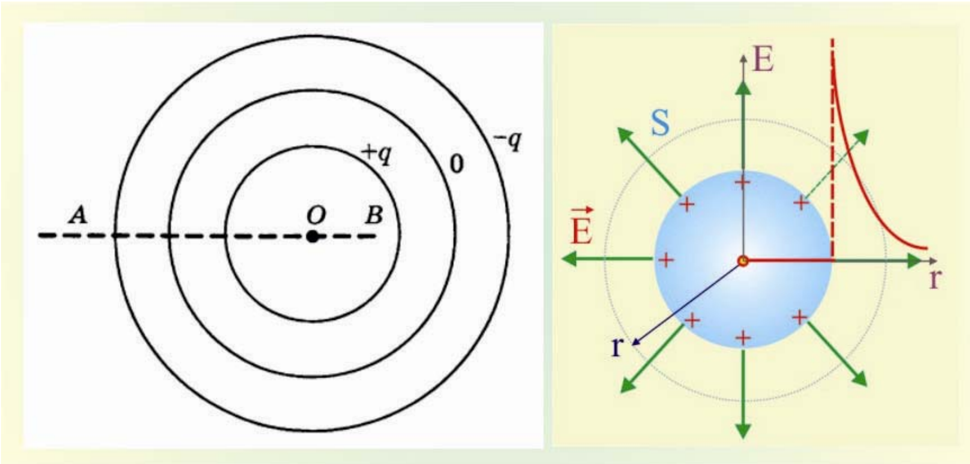
1. Закон сохранения энергии для падающего шарика;

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh - qEh = \Delta E; \quad \Rightarrow \quad \Delta E = \frac{4\cdot 10^{-2}\cdot 4}{2} + 4\cdot 10^{-2}\cdot 10\cdot 0{,}1 - 10^{-6}\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}1 \approx 0{,}11\text{Дж};$$

---

626. **Три концентрические равномерно заряженные сферы радиусом 10, 20, 30 см несут заряды $+q$, 0 и $-q$ соответственно. В каждой из них имеется по одному малому отверстию, причем они расположены на одной прямой, проходящей через центр сфер O, перпендикулярно их поверхностям. Вдоль этой линии из точки A, расположенной на расстоянии 40 см от центра сферы, летит электрон, пролетает сквозь отверстия и оседает на стенке в точке B. Укажите в сантиметрах суммарную длину отрезка, на котором меняется скорость электрона при полете от A до B.**

Решение



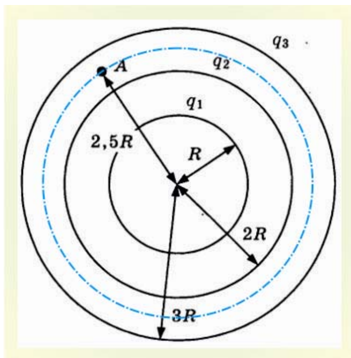
1. Напряжённость электрического поля внутри сферы будем полагать равной, в соответствии с теоремой Остроградского – Гаусса, в этом случае поле будет действовать на летящий электрон на перемещениях: тока А – поверхность отрицательно заряженной сферы радиусом, $\Delta\ell_1 = 10$ см (ускоряющее поле) и в промежутке между первой и второй сферами $\Delta\ell_2 = 10$ см (тормозящее поле). Таким образом, скорость электрона будет меняться на длине его пути:

$$\Delta\ell = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 = 20 \text{ см};$$

---

627. **Точечный заряд q создаёт на расстоянии R электрическое поле напряженностью $E_1 = 62{,}5$ В/м. Три концентрические сферы радиусами R, $2R$ и $3R$ несут равномерно распределенные по их поверхностям заряды $q_1 = +2q$, $q_2 = -q$ и $q_3 = +q$ соответственно. Чему равна напряженность поля в точке A, отстоящей от центра сфер на расстоянии $R_A = 2{,}5R$?**

Решение



1. Построим мысленно сферу радиусом r = 2,5R, в соответствии с теоремой Остроградского – Гаусса напряжённость на поверхности этой сферы определится как:

$$E_A = \frac{\sum\limits_{k=1}^{k=n} q_k}{\varepsilon_0 s};$$

2. Величину условного единичного заряда выразим из заданной напряжённости E_1

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}; \quad \Rightarrow \quad q = E_1 4\pi\varepsilon_0 R^2;$$

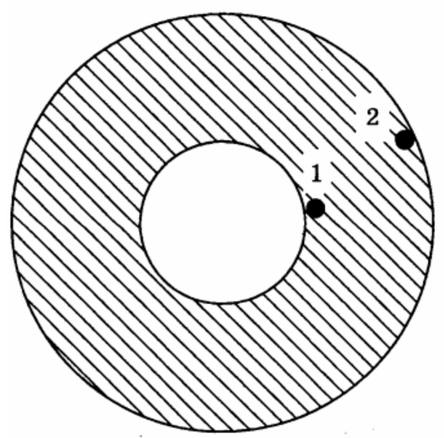
3. Напряжённость электрического поля в точке А

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{E_1 4\pi\varepsilon_0 R^2}{2{,}5^2 R^2} = \frac{62{,}5}{6{,}25} = 10\,\frac{В}{м};$$

---

628. Проводящий шар радиусом 5 см с зарядом 4 нКл окружен сферической оболочкой из диэлектрика радиусом 10 см. Диэлектрическая проницаемость вещества оболочки равна 2. Найдите напряженность поля вблизи внутренней (1) и внешней (2) поверхностей диэлектрика.

Решение



1. Напряжённость электрического поля на внешней стороне проводящего шара в точке 1:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon}\frac{q}{r_1^2} = k\frac{q}{\varepsilon r_1^2} = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 4\cdot 10^{-9}}{2\cdot 25\cdot 10^{-4}} = 7{,}2\,\frac{кВ}{м};$$

2. Напряжённость поля в точке 2, на границе диэлектрической оболочки:

$$E_2 = k\frac{q}{\varepsilon r_2^2} = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 4\cdot 10^{-9}}{2\cdot 0{,}01} = 1{,}8\,\frac{кВ}{м};$$

---

629. Конденсатор, заряженный до напряжения 200 В, соединяют разноименными обкладками с конденсатором такой же электроёмкости, но заряженным до напряжения 400 В. Определите установившееся напряжение батареи.

Решение

1. В соответствии с законом сохранения заряда, алгебраическая сумма зарядов конденсаторов до соединения и после параллельного их параллельного соединения должна сохраняться:

$$q_1 = U_1 C; \quad q_2 = U_2 C; \quad \Rightarrow \quad \Delta q = q_1 - q_2 = C(U_1 - U_2);$$

$$\Delta q = 2CU_x; \quad \Rightarrow \quad C(U_1 = U_2) = 2CU_x; \quad \Rightarrow \quad U_x = \frac{U_1 - U_2}{2} = 100\ В;$$

---

630. Конденсатор, электрическая ёмкость которого C_1 = 5 мкФ, заряжен так, что разность потенциалов между его пластинами U_1 = 80 В. Второй конденсатор, электрическая ёмкость которого C_2 = 10 мкФ, имеет разность потенциалов между пластинами U_2 = 50 В. Разноименно заряженные пластины конденсаторов попарно соединили проводниками. Чему равен модуль разности потенциалов U между пластинами каждого конденсатора?

Решение

1. Каждый из конденсаторов до их соединения имеет заряд:

$$q_1 = C_1U_1 = 4\cdot 10^{-4}\,\text{Кл};\quad q_2 = C_2U_2 = 5\cdot 10^{-4}\,\text{Кл};$$

2. При параллельном соединении конденсаторов, отключенных от источника, заряд сохраняется, алгебраическая их сумма определится как:

$$q_0 = q_2 - q_1 = C_2U_2 - C_1U_1 = 1\cdot 10^{-4}\,\text{Кл};$$

3. Электрическая ёмкость соединения:

$$C_0 = C_1 + C_2 = 15\,\text{мкФ};$$

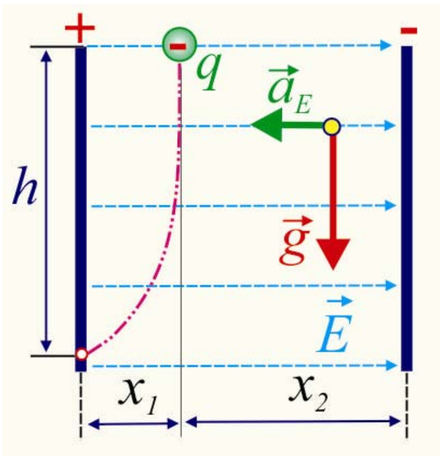
4. При параллельном соединении пластин двух конденсаторов разность потенциалов между ними будет одинаковой

$$U_0 = \frac{q_0}{C_0} = \frac{C_2U_2 - C_1U_1}{C_1 + C_2} = \frac{10^{-4}}{15\cdot 10^{-6}} = 6{,}67\ \text{В};$$

---

631. Между двумя параллельными, вертикально расположенными диэлектрическими пластинами создано однородное электрическое поле, напряженность которого равна $E = 2\cdot 10^5$ В/м, направленное слева направо. Между пластинами помещен шарик на расстоянии $d = 1{,}5$ см от левой пластины и $b = 2{,}5$ см от правой. Заряд шарика $q = -0{,}2$ нКл, масса $m = 20$ мг. Шарик освобождают, и он начинает двигаться. На сколько успеет сместиться шарик по вертикали до удара об одну из пластин? Пластины имеют достаточно большой размер.

Решение



1. Плоское движение точечной массы, несущей на себе заряд в стационарном электрическом поле целесообразно разложить на две составляющие: вертикальное с ускорением свободного падения g и горизонтальное с ускорением, вызванным действием на заряд силы Кулона

$$a_E = \frac{qE}{m};$$

2. Время полёта заряда будет ограничено его падением на отрицательно заряженную пластину

$$x_1 = \frac{a\tau^2}{2};\quad \Rightarrow\quad \tau^2 = \frac{2x_1}{a} = \frac{2x_1 m}{qE};$$

3. Вертикальная координата заряда по прошествии времени τ

$$h = \frac{g\tau^2}{2} = \frac{x_1 mg}{qE} = \frac{1{,}5\cdot 10^{-2}\cdot 10\cdot 2\cdot 10^{-5}}{2\cdot 10^{-10}\cdot 2\cdot 10^{5}} = 0{,}075\text{м} = 7{,}5\text{см};$$

---

632. На сколько градусов нагреется вода, если через кипятильник пройдет заряд 100 Кл? Напряжение на нагревателе 210 В, масса воды 500 г, удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг·К). Тепловыми потерями пренебречь.

Решение

1. Закон сохранения энергии при нагревании кипятильником воды:

$$UI\Delta t = cm\Delta T; \quad U\frac{\Delta q}{\Delta t}\Delta t = cm\Delta T; \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{U\Delta q}{cm} = \frac{210\cdot 100}{4200\cdot 0,5} = 10^0\,K;$$

---

633. К однородному медному цилиндрическому проводнику длиной 10 м приложили разность потенциалов 1 В. Определите промежуток времени, в течение которого температура проводника повысится на 10 К. Изменением сопротивления проводника и рассеянием тепла при его нагревании пренебречь. Плотность меди 8900 кг/м^3, удельное сопротивление меди 1,7 · 10^{-8} Ом·м, удельная теплоёмкость меди 380 Дж/(кг·К).

Решение

1. Количество теплоты, выделяющегося в проводнике подчиняется закону Джоуля ленца

$$Q = IU\tau = \frac{U^2}{R}\tau;$$

2. Это же количество теплоты может быть выражено через теплофизические параметры меди

$$Q = cm\Delta T = c\rho_{Cu}V\Delta T = c\rho_{Cu}\ell s\Delta T;$$

3. Электрическое сопротивление медного проводника:

$$R = \frac{\rho_R\ell}{s};$$

4. Приравняем уравнения количества тепла:

$$c\rho_{Cu}\ell s\Delta T = \frac{U^2 s\tau}{\rho_R\ell}; \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{U^2\tau}{c\rho_{Cu}\rho_R\ell^2};$$

5. Время, в течении которого температура проводника повысилась на 10К:

$$c \approx 380\frac{Дж\cdot кг}{К}; \quad \rho_{Cu} \approx 8,93\cdot 10^3\,\frac{кг}{м^3}; \quad \rho_R \approx 1,7\cdot 10^{-8}\,Ом\cdot м;$$

$$\tau = \frac{\Delta T c\rho_{Cu}\rho_R\ell^2}{U^2} \approx \frac{10\cdot 380\cdot 8,93\cdot 10^3\cdot 1,7\cdot 10^{-8}\cdot 100}{1} \approx 57,5с;$$

---

634. При замыкании на сопротивление 5 Ом батарея дает ток силой 1 А. Сила тока короткого замыкания батареи равна 6 А. Какую наибольшую полезную мощность может дать батарея?

Решение

1. Внутреннее сопротивление батареи:

$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{\varepsilon}{R_1 + r}; \\ I_2 = \dfrac{\varepsilon}{r}; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \dfrac{I_2 r}{R_1 + r}; \\ \varepsilon = I_2 r; \end{cases} \Rightarrow \quad r = \frac{I_1 R_1}{I_2 - I_1} = 1\,Ом;$$

2. ЭДС батареи:

$$\varepsilon = I_2 r = 6\ \text{В};$$

3. Максимальная активная мощность во внешней цепи (см. задачу 228):

$$N_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} = 9\ \text{Вт};$$

---

635. Элемент замыкают один раз сопротивлением 4 Ом, другой — сопротивлением 9 Ом. В обоих случаях во внешней цепи выделяется одинаковая мощность. При каком внешнем сопротивлении она будет наибольшей?

Решение

1. Внутреннее сопротивление элемента:

$$N_1 = N_2; \quad \Rightarrow \quad I_1^2 R_1 = I_2^2 R_2; \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1{,}5;$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2 + r}{R_1 + r} = 1{,}5; \quad \Rightarrow \quad 1{,}5R_1 + 1{,}5r = R_2 + r; \quad \Rightarrow \quad r = \frac{R_2 - 1{,}5R_1}{1{,}5 - 1} = 6\ \text{Ом};$$

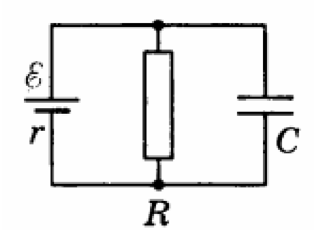
2. Мощность, выделяемая во внешней цепи, достигает возможно большего значения при равенстве внутреннего источника тока и внешнего сопротивления. Сила тока в этом режиме составит:

$$I = \frac{\varepsilon}{2r}; \quad \Rightarrow \quad R_x = r = 6\ \text{Ом};.$$

---

636. К источнику тока с ЭДС $\mathcal{E}$ = 9 В и внутренним сопротивлением r = 1 Ом подключили параллельно соединенные резистор с сопротивлением R = 8 Ом и плоский конденсатор, расстояние между пластинами которого d = 0,002 м. Какова напряженность электрического поля между пластинами конденсатора?

Решение



1. Сила тока в цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = 1\text{А};$$

2. Падение напряжения на резисторе, включенном параллельно с конденсатором:

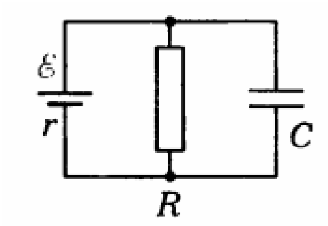
$$U_R = U_C = IR = 8\text{В};$$

3. Напряжённость электрического поля:

$$E = \frac{U_C}{d} = \frac{8}{2 \cdot 10^{-3}} = 4\frac{\text{кВ}}{\text{м}};$$

---

637. Найдите электрический заряд на конденсаторе емкостью C = 1 мФ (см. рис.), если внутреннее сопротивление источника тока r = 2 Ом, его ЭДС равна 24 В, сопротивление резистора R = 10 Ом.



Решение

1. Сила тока в цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = 2A;$$

2. Напряжение на конденсаторе:

$$U_R = U_C = IR = 20B;$$

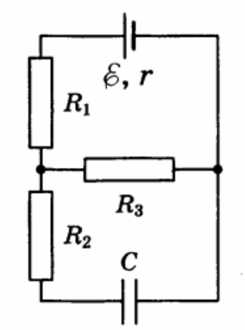
3. Заряд конденсатора:

$$\frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}; \quad \Rightarrow \quad q = CU = 0{,}02Кл;$$

---

638. Конденсатор емкостью 2 мкФ присоединен к источнику постоянного тока с ЭДС 3,6 В и внутренним сопротивлением 1 Ом. Сопротивления резисторов R_1 = 4 Ом, R_2 = 7 Ом, R_3 = 3 Ом. Каков заряд на левой обкладке конденсатора?

Решение



1. Так как в цепи постоянного тока присутствует конденсатор, то закон Ома для замкнутой цепи запишется следующим образом:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_3 + r} = \frac{3{,}6}{4 + 3 + 1} = 0{,}45A;$$

2. Падение напряжения на резисторе R_3:

$$U_3 = IR_3 = 1{,}35 \text{ B};$$

3. Заряд на левой обкладке конденсатора:

$$q_x = CU_3 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}35 = 2{,}7мкКл;$$

---

639. Проволочный виток, имеющий площадь 10 см^2, разрезан в некоторой точке, и в разрез включен конденсатор емкости 10 мкФ. Виток помещен в однородное магнитное поле, силовые линии которого перпендикулярны к плоскости витка. Индукция магнитного поля равномерно убывает за 0,2 с на 0,01 Тл. Определите заряд на конденсаторе.

Решение

1. ЭДС индукции, возникающая в проволочном контуре, равна падению напряжения на конденсаторе:

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta B}{\Delta t} s = \frac{0{,}01}{0{,}2} \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-5} B; \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_i = U_C;$$

2. Заряд конденсатора:

$$q = U_C C = 5 \cdot 10^{-10} Кл;$$

---

5. Колебания и волны

640. Период колебаний математического маятника в неподвижном лифте 1 с. С каким ускорением, направленным вниз, движется лифт, если период колебаний маятника стал 1,1 с?

Решение

1. Длина математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}; \quad \Rightarrow \quad \ell = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = 0{,}25\text{м};$$

2. Ускорение движения лифта:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g-a}}; \quad \frac{T_1^2}{4\pi^2} = \frac{\ell}{g-a}; \quad a = g - \frac{4\pi^2\ell}{T_1^2} = 10 - \frac{39{,}4\cdot 0{,}25}{1{,}1^2} \approx 1{,}86\frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

---

641. При какой скорости поезда маятник с длиной нити 1 м, подвешенный в вагоне, раскачивается наиболее сильно? Длина рельса 30 м.

Решение

1. Частота собственных колебаний математического маятника

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}; \quad \Rightarrow \quad \nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}} \approx 0{,}5\ \text{Гц};$$

2. Маятник раскачивается, получая толчки на стыках рельс. Максимальная амплитуда малых колебаний будет наблюдаться при совпадении частоты собственных колебаний с частотой следования стыков:

$$\nu_0 \approx \nu \approx \frac{v}{L}; \quad \Rightarrow \quad v \approx L\nu_0 \approx 15\text{м/с};$$

---

642. Максимальный заряд конденсатора в колебательном контуре 6 мкКл. Индуктивность катушки 3 мГн, электроёмкость конденсатора 2 мкФ. В некоторый момент времени сила тока в колебательном контуре равна 0,024 А. Определите заряд на конденсаторе в этот момент времени.

Решение

1. Амплитудное значение силы тока в контуре:

$$\frac{q_m^2}{2C} = \frac{Li_m^2}{2}; \quad i_m = \frac{q_m}{\sqrt{LC}};$$

2. Закон изменения силы тока в контуре:

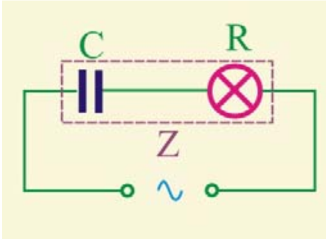
$$i(t) = i_m \sin\omega t; \quad \text{sim}\omega t = \frac{i(t)}{i_m} = \frac{i(t)}{q_m}\sqrt{LC}; \quad \phi = \omega t = \arcsin\left(\frac{i(t)}{q_m}\sqrt{LC}\right) \approx 18^0;$$

3. Закон изменения электрического заряда конденсатора:

$$q(t) = q_m \cos\omega t = 6\cdot 10^{-6}\cdot\cos 18^0 \approx 5{,}7\cdot 10^{-6}\,\text{Кл};$$

643. В промышленную сеть со стандартным напряжением включили лампочку от карманного фонаря и конденсатор. Какой следует выбрать ёмкость конденсатора, чтобы лампочка, рассчитанная на напряжение u_1 = 3,5 В и силу тока i_1 = 0,3 А горела нормальным накалом?

Решение



1. Ток, протекающий в цепи в соответствие с законом Ома определится как:

$$i_1 = \frac{u_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{4\pi^2\nu^2C^2}}} = \frac{u_0}{\sqrt{\frac{u_1^2}{i_1^2} + \frac{1}{4\pi^2\nu^2C^2}}};$$

$$i_1\sqrt{\frac{u_1^2}{i_1^2} + \frac{1}{4\pi^2\nu^2C^2}} = u_0; \quad \sqrt{\frac{i_1^2u_1^2}{i_1^2} + \frac{i_1^2}{4\pi^2\nu^2C^2}} = u_0;$$

$$u_0^2 = u_1^2 + \frac{i_1^2}{4\pi^2\nu^2C^2}; \quad u_0^2 - u_1^2 = \frac{i_1^2}{4\pi^2\nu^2C^2};$$

$$\sqrt{u_0^2 - u_1^2} = \frac{i_1}{2\pi\nu C}; \quad \Rightarrow \quad C = \frac{i_1}{2\pi\nu\sqrt{u_0^2 - u_1^2}} \cong \frac{0{,}3}{6{,}28\cdot 50\sqrt{4{,}84\cdot 10^4 - 12{,}25}} \cong 4{,}3\,\text{мкФ};$$

644. Заряд конденсатора идеального колебательного контура, состоящего из катушки индуктивности 25 мкГн и конденсатора, при свободных колебаниях меняется по закону $q = 10^{-4}\sin(2\cdot 10^3 t)$, где все величины выражены в СИ. Определите максимальную энергию конденсатора.

Решение

1. Период собственных колебаний в LC-контуре:

$$\omega = 2\cdot 10^3\,\text{рад}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 3{,}14\cdot 10^{-3}\,\text{с};$$

2. Ёмкость конденсатора:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}; \quad \Rightarrow \quad C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} \approx 0{,}01\,\Phi;$$

3. Максимальная энергия конденсатора:

$$W_{E(max)} = q_m^2/2C \approx 0{,}5\,\text{Дж};$$

645. Определите период электромагнитных колебаний в колебательном контуре, если амплитуда силы тока равна I_m, а амплитуда электрического заряда на пластинах конденсатора q_m.

Решение

$$\frac{i_m^2 L}{2} = \frac{q_m^2}{2C}; \quad \Rightarrow \quad \sqrt{LC} = \frac{q_m}{i_m}; \quad \Rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\frac{q_m}{i_m};$$

646. **Пружинный маятник совершает гармонические колебания с амплитудой 2 см. Полная энергия колебаний 0,3 Дж. При каком смещении от положения равновесия на шарик действует возвращающая сила 22,5 Н?**

Решение

1. Коэффициент упругости пружины:

$$\Pi_{max} = \frac{kA^2}{2}; \quad \Rightarrow \quad k = \frac{2\Pi_{max}}{A^2};$$

2. Смещение маятника при заданной возвращающей силе:

$$F = k\Delta x; \quad \Delta x = \frac{F}{k} = \frac{A^2 F}{2\Pi_{max}} = \frac{4 \cdot 10^{-4} \cdot 22{,}5}{0{,}6} = 1{,}5\text{см};$$

---

647. **Максимальная сила тока в колебательном контуре радиоприёмника 24 мА. При этом максимальный заряд конденсатора контура 6 нКл. На какую частоту настроен радиоприёмник?**

Решение

$$\frac{i_m^2 L}{2} = \frac{q_m^2}{2C}; \quad \Rightarrow \quad \sqrt{LC} = \frac{q_m}{i_m}; \quad \Rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\frac{q_m}{i_m};$$

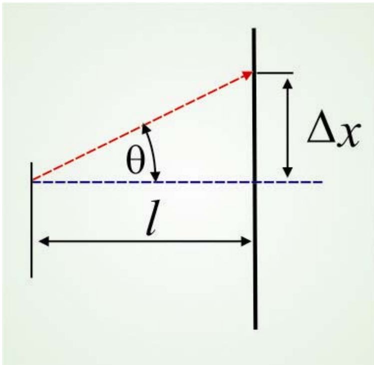
$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{i_m}{2\pi q_m} = \frac{2{,}4 \cdot 10^{-2}}{6{,}28 \cdot 6 \cdot 10^{-9}} \approx 637\text{кГц};$$

---

6. Оптика

648. Дифракционная решетка, имеющая 500 штрихов на 1 мм, расположена параллельно экрану на расстоянии 1,2 м от него. Какого порядка максимум в спектре будет наблюдаться на экране на расстоянии 70 см от центра дифракционной картины при освещении решетки нормально падающим пучком света длиной волны 500 нм? Учтите, что $\sin\alpha \neq \mathrm{tg}\,\alpha$.

Решение



1. Период дифракционной решётки:

$$d = \frac{1}{N} = \frac{1}{5\cdot 10^5} \approx 2\cdot 10^{-6}\text{м};$$

2. Значение $\sin\theta$:

$$\sin\theta = \frac{\Delta x}{\ell} \approx 0{,}583;$$

3. Из уравнения дифракционной решётки:

$$d\sin\theta = m\lambda; \quad \Rightarrow \quad m = \frac{d\sin\theta}{\lambda} \approx 2{,}3;$$

При заданном расположении решётки и длины волны падающего нормально света можно наблюдать максимум второго порядка $m = 2$.

---

649. Дифракционная решетка, имеющая 400 штрихов на 1 мм, расположена параллельно экрану на расстоянии 1,5 м от него. На решетку перпендикулярно ее плоскости направлен пучок света. Определите длину волны света, если расстояние на экране между вторыми максимумами слева и справа от центрального (нулевого) равно 60 см. Ответ выразите в микрометрах (мкм) и округлите до сотых. Учтите, что $\sin\alpha \neq \mathrm{tg}\,\alpha$.

Решение

1. Период дифракционной решётки:

$$d = \frac{1}{N} = \frac{1}{4\cdot 10^5} \approx 2{,}5\cdot 10^{-6}\text{м};$$

2. Значение $\sin\theta$ при $\Delta x = 0{,}3$ м:

$$\sin\theta = \frac{\Delta x}{\ell} = \frac{0{,}3}{1{,}5} \approx 0{,}2;$$

3. Из уравнения дифракционной решётки:

$$d\sin\theta = m\lambda; \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{d\sin\theta}{m} \approx \frac{2{,}5\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}2}{2} \approx 2{,}5\cdot 10^{-7}\text{м};$$

---

650. Чему равен угол полного внутреннего отражения при падении луча на границу двух сред, относительный показатель преломления которых 2?

Решение

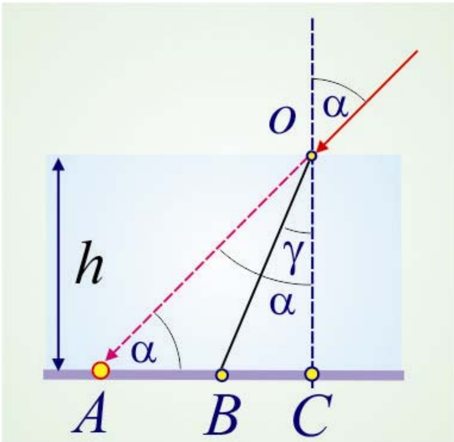
1. Условие полного внутреннего отражения:

$$\sin\alpha_m = \frac{1}{n} = 0,5; \quad \Rightarrow \quad \alpha_m = \arcsin\frac{1}{2} = 30^0;$$

---

651. На дне ручья лежит камешек. Мальчик хочет попасть в него палкой. Прицеливаясь, он держит палку в воздухе под углом 45°. На каком расстоянии от камешка воткнется в дно ручья палка, если его глубина 32 см? Показатель преломления воды 4/3.

Решение



1. Угол преломления:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{2,1} = \frac{3}{4} = 1,33; \quad \sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{1,33} \approx 0,53;$$

$$\gamma \approx 32^0;$$

2. Треугольник АОС равнобедренный и прямоугольный, поэтому:

$$AC = h = 32см;$$

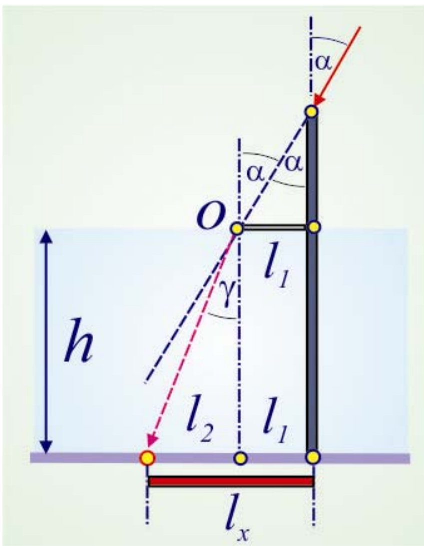
3. Камень находится в точке В, причём:

$$BC = htg\gamma; \quad AB = h - htg\gamma = 32(1 - 0,62) \approx 12,2см;$$

---

652. В дно водоёма глубиной 2 м вбита свая, на 50 см выступающая из воды. Найдите длину тени сваи на дне водоёма, если угол падения лучей 30°, показатель преломления воды 1,33.

Решение



1. Угол преломления:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{2,1} = \frac{3}{4} = 1,33; \quad \sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{1,33} \approx 0,376;$$

$$\gamma \approx 22,1^0;$$

2. Длина тени от сваи:

$$\ell_x == \ell_1 + \ell_2;$$

$$\ell_1 = (L - h)tg\alpha \approx 0,29м;$$

$$\ell_2 = htg\gamma = 2 \cdot 0,41 = 0,82$$

$$\ell_x = 0,29 + 0,82 = 1,11м;$$

---

653. **Солнце составляет с горизонтом угол, синус которого 0,6. Шест высотой 170 см вбит в дно водоёма глубиной 80 см. Найдите длину тени на дне водоёма, если показатель преломления воды 4/3.**

Решение

1. Угол падения солнечного луча:

$$\sin\vartheta = 0{,}6; \quad \Rightarrow \quad \vartheta = \arcsin 0{,}6 \approx 37^0; \quad \alpha = 90^0 - 37^0 \approx 53^0;$$

2. Угол преломления луча:

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right) \approx \arcsin\left(\frac{0{,}798}{1{,}33}\right) \approx 37^0;$$

3. Длина тени от шеста (см. рис. предыдущей задачи)

$$\ell_x == \ell_1 + \ell_2;$$

$$\ell_1 = (L - h)\mathrm{tg}\alpha \approx 0{,}9 \cdot \mathrm{tg}53^0 \approx 1{,}2\text{м};$$

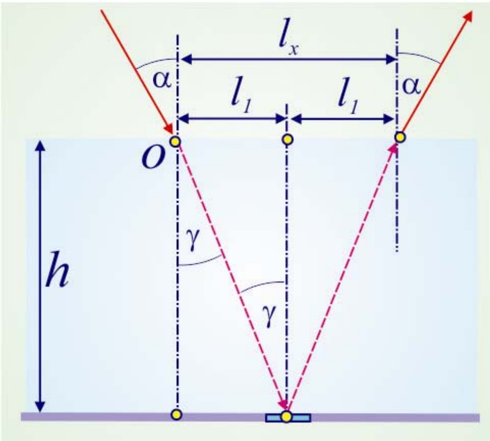
$$\ell_2 = h\mathrm{tg}\gamma = 0{,}8 \cdot \mathrm{tg}\gamma = 0{,}8 \cdot 0{,}75 = 0{,}6\text{м}$$

$$\ell_x = 1{,}2 + 0{,}6 = 1{,}8\text{м};$$

---

654. **На дне водоёма глубиной 2 м лежит зеркало. Луч света, пройдя через воду, отражается от зеркала и выходит из воды. Найдите расстояние между точкой входа луча в воду и точкой выхода луча из воды, если показатель преломления воды 1,33, а угол падения входящего луча 30°.**

Решение



1. Угол преломления γ:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{2,1} = \frac{3}{4} = 1{,}33;$$

$$\sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{1{,}33} \approx 0{,}376; \quad \gamma \approx 22{,}1^0;$$

2. Расстояние между точками входа и выхода луча ℓ_x:

$$\ell_x = \ell_1 + \ell_2 = 2h\mathrm{tg}\gamma \approx 2 \cdot 2 \cdot 0{,}41{,}62\text{м};$$

---

7. Специальная теория относительности

655. Космический корабль, стартовав с Земли, вышел в открытый космос, при этом темп хода часов космического корабля замедлился в 2 раза для земного наблюдателя. Чему будет равна площадь квадрата со стороной 1 м для этого же наблюдателя, если вектор скорости корабля параллелен одной из сторон квадрата.

Решение

$$t=\frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};\quad\Rightarrow\quad \xi=\frac{t}{t_0}=2=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};\quad \frac{1}{4}=1-\frac{x^2c^2}{c^2};\quad x^2=0{,}75;$$

$$\ell=\ell_0\sqrt{1-\frac{x^2c^2}{c^2}};\quad\Rightarrow\quad \ell=1\sqrt{1-0{,}75}\approx 0{,}5\text{м};\quad\Rightarrow\quad s=1\cdot 0{,}5=0{,}5\text{м}^2;$$

---

656. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы 10 нс. Какой путь пролетит эта частица до распада в лабораторной системе отсчета, где время её жизни 20 нс?

Решение

$$t=\frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};\quad\Rightarrow\quad \xi=\frac{t}{t_0}=2=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};\quad \frac{1}{4}=1-\frac{x^2c^2}{c^2};\quad x^2=0{,}75;$$

$$v_x=xc\approx 2{,}6\cdot 10^8\,\frac{\text{м}}{\text{с}};\quad\Rightarrow\quad S=v_xt\approx 5{,}2\text{м};$$

---

657. Определите релятивистский импульс электрона, который имеет массу покоя m_0 и движется со скоростью $\frac{\sqrt{3}}{2}c$.

Решение

$$|\vec{p}|=m\vec{v}=\frac{m_0|\vec{v}|}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{m_0\sqrt{3}c}{2\sqrt{1-\frac{3}{4}}}=\frac{m_0\sqrt{3}c}{2\sqrt{0{,}25}}=\sqrt{3}m_0c;$$

---

658. Электрон движется со скоростью 0,75 c. Определите, во сколько раз его релятивистский импульс больше импульса, рассчитанного по классической формуле?

Решение

$$\frac{p}{p_0}=\frac{m}{m_0}=\frac{1}{\sqrt{1-(0{,}75)^2}}\approx 1{,}51;$$

---

659. В кабине космолёта, движущегося со скоростью v = 0,8c относительно Земли растёт бамбук со скоростью u_0 = 10 см/сут. Какова скорость космолёта относительно земного наблюдателя, если ствол бамбука удлиняется в направлении, перпендикулярном вектору скорости аппарата?

Решение

1. За некоторый промежуток времени Δt_0 в системе отсчёта звездолёта ствол бамбука удлинится на величину

$$\Delta\ell = u_0\Delta t_0;$$

2. В условиях Земли удлинение ствола будет таким же, т.к. направление роста перпендикулярно направлению движения, но произойдёт оно за большее время:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};$$

3. Скорость роста бамбука относительно земного наблюдателя:

$$u = \frac{\Delta\ell}{\Delta t} = u_0\sqrt{1-\frac{0{,}64c^2}{c^2}} = u_0\sqrt{1-0{,}64} = 6\,\frac{\text{см}}{\text{сут.}};$$

---

660. Ускоритель выбрасывает пучок протонов с энергией K= 10 ГэВ. Чему равно отношение скорости протонов к скорости света ξ?

Решение

1. Кинетическая энергия протонов и скорость их движения связаны соотношением:

$$K = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}-1\right); \quad \Rightarrow \quad \xi = \sqrt{1-\frac{m_0^2c^4}{\left(K+m_0c^2\right)^2}} = 0{,}996;$$

---

661. Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить скорость частицы с массой покоя m_0 от 0,6 c до 0,8c?

Решение

1. На основании теоремы об изменении кинетической энергии:

$$A_{1,2} = K_2 - K_1 = \frac{m_2v_2^2}{2} - \frac{m_1v_1^2}{2};$$

2. Релятивистские массы частиц:

$$m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{1-0{,}36}} = 1{,}25m_0; \quad m_2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-0{,}64}} \approx 1{,}67m_0;$$

3. Работа по изменению скорости частицы:

$$A_{1,2} \approx \frac{1{,}67m_0 0{,}64c^2}{2} - \frac{1{,}25m_0 0{,}36c^2}{2} \approx m_0c^2\left(\frac{1{,}67\cdot 0{,}64 - 1{,}25\cdot 0{,}36}{2}\right) \approx 2{,}78m_0c^2;$$

---

8. Квантовая физика

662. Электромагнитное излучение с длиной волны 330 нм используется для нагревания воды массой 200 г. Сколько времени потребуется для нагревания воды на 10 °С, если источник за 1 с излучает 10^{20} фотонов? Считать, что излучение полностью поглощается водой. Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · °С).

Решение

1. Закон сохранения энергии для процесса нагревания воды:

$$c_t m\Delta T = \frac{hc}{\lambda}\wp\tau; \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{c_t m\Delta T\lambda}{hc\wp} \approx \frac{4200\cdot 0{,}2\cdot 10\cdot 3{,}3\cdot 10^{-7}}{2\cdot 10^{-25}\cdot 10^{20}} \approx 138{,}6\text{с};$$

---

663. Каплю черной жидкости массой 0,05 г освещают пучком лазерного света с длиной волны 600 нм. Интенсивность пучка $2 \cdot 10^{17}$ фотонов в секунду. С какой скоростью начнет увеличиваться температура капли, если удельная теплоемкость жидкости 2000 Дж/(кг · К)?

Решение

1. Изменение температуры жидкости за 1 с облучения фотонами:

$$c_t m\Delta T = \frac{hc}{\lambda}\wp; \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{hc\wp}{c_t m\lambda} \approx \frac{2\cdot 10^{-25}\cdot 2\cdot 10^{17}}{2\cdot 10^{3}\cdot 5\cdot 10^{-5}\cdot 6\cdot 10^{-7}} \approx 0{,}667\frac{\text{K}}{\text{c}};$$

---

664. Каплю черной жидкости освещают пучком лазерного света с длиной волны 750 нм и интенсивностью пучка 10^{17} фотонов в секунду. При этом капля начинает нагреваться со скоростью 0,4 К/с. Какова масса капли? Удельная теплоемкость жидкости 2125 Дж/(кг · К).

Решение

1. Масса капли:

$$c_t m\frac{\Delta T}{\Delta t}\Delta t = \frac{hc}{\lambda}\wp\Delta t; \quad \Rightarrow \quad m = \frac{hc\wp\Delta t}{c_t\Delta T\lambda} \approx \frac{2\cdot 10^{-25}\cdot 10^{17}\cdot 1}{2125\cdot 0{,}4\cdot 7{,}5\cdot 10^{-7}} \approx 3{,}137\cdot 10^{-5}\text{кг};$$

---

665. Препарат активностью $3{,}9 \cdot 10^{11}$ частиц в секунду помещен в металлический контейнер массой 1 кг. За S ч температура контейнера повысилась на 4,6 К. Известно, что данный препарат испускает α-частицы энергией 5,3 МэВ, причем энергия всех α-частиц полностью переходит во внутреннюю энергию контейнера. Найдите удельную теплоемкость металла. Теплоемкостью препарата и теплообменом с окружающей средой пренебречь.

Решение

$$cm\Delta Ts = \varepsilon_\alpha A\cdot 3600s;\quad \Rightarrow\quad c = \frac{\varepsilon_\alpha A3600}{m\Delta T};$$

$$c \approx \frac{5{,}3\cdot 10^{6}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 3{,}9\cdot 10^{11}\cdot 3600}{1\cdot 4{,}6} \approx 244\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}};$$

---

666. **Препарат активностью 1,7 · 10^{11} частиц в секунду помещен в медный контейнер массой 500 г. За 30 мин температура контейнера повысилась на 1,3 К. Найдите энергию α-частицы, считая, что энергия всех α-частиц полностью переходит во внутреннюю энергию контейнера. Теплоемкостью препарата и теплообменом с окружающей средой пренебречь. Удельная теплоёмкость меди 380 Дж/(кг · К). Ответ выразите в МэВ.**

Решение

$$\varepsilon_\alpha A\tau = cm\Delta T;\quad \Rightarrow\quad \varepsilon_\alpha = \frac{cm\Delta T}{A\tau} \approx \frac{380\cdot 0{,}5\cdot 1{,}3}{1{,}7\cdot 10^{11}\cdot 1800} \approx 8{,}1\cdot 10^{-13} \approx 5\ \text{МэВ};$$

---

667. **Период полураспада радона 3,8 дня. Через какое время масса радона уменьшится в 64 раза?**

Решение

1. В соответствии с законом радиоактивного распада:

$$N = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}};\quad \Rightarrow\quad \frac{1}{64} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}};\quad \frac{1}{64} = 2^{-6};\quad \Rightarrow\quad 2^{-6} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

приравнивая степени, получим:

$$\frac{t}{3{,}8} = 6;\quad \Rightarrow\quad t = 22{,}8\text{суток};$$

---

668. **Период полураспада радия 1600 лет. Через какое время масса радиоактивного радия уменьшится в 4 раза?**

Решение

1. В соответствии с законом радиоактивного распада:

$$N = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}};\quad \Rightarrow\quad \frac{1}{4} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}};\quad \frac{1}{4} = 2^{-2};\quad \Rightarrow\quad 2^{-2} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

приравнивая степени, получим:

$$\frac{t}{1600} = 2;\quad \Rightarrow\quad t = 3200\text{лет};$$

---

669. **Период полураспада изотопа ртути 20 мин. Если изначально масса этого изотопа равна 40 г, то сколько примерно его будет через 1 ч?**

Решение

1. В соответствии с законом радиоактивного распада:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt; \quad (\lambda \approx 2{,}72); \quad \Rightarrow \quad N = N_0 e^{-\lambda t}; \quad \Leftrightarrow \quad m = m_0 e^{-\lambda t};$$

$$m = m_0 e^{-\frac{t \ln 2}{T_{1/2}}}; \quad \Rightarrow m = \frac{m_0}{2^{\frac{t}{T_{1/2}}}} = \frac{40}{2^{\frac{60}{20}}} = \frac{40}{8} = 5г;$$

---

670. Какая часть исходных радиоактивных ядер распадается за время, равное двум периодам полураспада?

Решение

$$\frac{N_0}{N} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 2^{-2} = \frac{1}{4}; \quad \Rightarrow \quad \xi = N_0 - \frac{N_0}{4} = \frac{3}{4} N_0;$$

---

671. Какая доля (в процентах) радиоактивных атомов остаётся нераспавшейся через интервал времени, равный двум периодам полураспада?

Решение

$$\frac{N_0}{N} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 2^{-2} = \frac{1}{4} = 0{,}25\ (25\%);$$
