

9 КЛАСС ЗАДАЧИ И ПРИМЕРНОЕ РЕШЕНИЕ

1. Неравноплечий рычаг.

Два тела разных плотностей и объемов подвесили на нитях к краям невесомого стержня, причем равновесие стержня достигается, если его подпереть так, что расстояния от точки опоры до тел отличаются в два раза. После того как тела полностью погрузили в воду, для сохранения равновесия стержня пришлось поменять местами тела. Найдите плотности тел, если известно, что их плотности отличаются в **2,5** раза. Плотность воды считать известной ρ_0 .

Решение.

Приступил к решению задачи, выполнил рисунок, записал основные формулы **(1 балл)**
Запишем условие равновесия стержня до погружения в воду

$$\rho_1 V_1 = 2\rho_2 V_2, \text{ (1) (2 балла)}$$

после погружения в воду

$$2(\rho_1 - \rho_0)V_1 = (\rho_2 - \rho_0)V_2. \text{ (2) (2 балла)}$$

Выразим из (1) $V_1/V_2 = 5$ **(2 балла)**

и подставим в (2)

$$10\rho_1 - \rho_2 = 9\rho_0. \text{ (2 балла)}$$

Решая это уравнение совместно с условием задачи $\rho_2/\rho_1 = 2,5$, находим

$$\rho_1 = 1,2\rho_0 \text{ и } \rho_2 = 3\rho_0. \text{ (1 балл)}$$

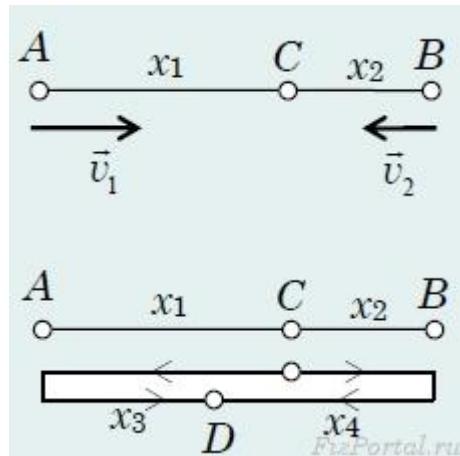
Всего за задачу 10 баллов

2. Веловстречи.

Два велосипедиста одновременно выехали из пунктов **A** и **B** навстречу друг другу и встретились через **1 час**. После встречи они продолжили свое движение в прежнем направлении. Доехав до пунктов **B** и **A** соответственно, они сразу развернулись и поехали обратно. Через какое время, после первой встречи, они опять поравняются друг с другом.

Решение.

Приступил к решению задачи, выполнил рисунок, записал основные формулы **(1 балл)**



Расстояние между пунктами **A** и **B** обозначим как сумму **AC + CB**

$$s = u_1 + u_2. \text{ (2 балла)}$$

Время до первой встречи найдем перейдя в систему отсчета, связанную с одним из велосипедистов

$$t = s / (u_1 + u_2). \text{ (2 балла)}$$

После первой встречи велосипедисты разъехались, доехав до конечных пунктов, развернулись и вновь встретились в **п. D**. При этом они проехали расстояние до встречи

$$x_2 + x_4 + x_1 + x_3 = s + s = 2s. \text{ (2 балла)}$$

Время до новой встречи

$$t_1 = 2s / (v_1 + v_2) = 2t. \text{ (2 балла)}$$

После первой встречи велосипедисты встретятся через **2 ч** (1 балл)

Всего за задачу 10 баллов

3. 48 ложек воды.

В калориметр вливают ложку горячей воды, при этом его температура возросла на **5 °C**. После этого в него опять влили ложку горячей воды и температура поднялась еще на **3 °C**. На сколько градусов возрастет температура калориметра, если в него влить еще **48** ложек горячей воды. Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

Решение.

Приступил к решению задачи, записал основные формулы (1 балл)

Обозначим C_k – теплоемкость калориметра, C_b – теплоемкость одной ложки воды, t_b – температура горячей воды и t_0 – начальная температура калориметра.

Запишем уравнение теплового баланса после вливания одной ложки

$$C_k(t_0 + 5 - t_0) = C_b(t_b - (t_0 + 5)), \text{ (1) (2 балла)}$$

После вливания второй ложки

$$C_k(t_0 + 8 - t_0) = 2C_b(t_b - (t_0 + 8)), \text{ (2) (2 балла)}$$

Разделим второе уравнение на первое

$$(t_b - t_0 - 8)/(t_b - t_0 - 5) = 4/5.$$

Откуда $t_b - t_0 = 20$. (1 балл)

Из уравнения теплового баланса (1)

$$5C_k = 15C_b \text{ и } C_k = 3C_b. \text{ (1 балл)}$$

После вливания еще **48** ложек горячей воды

$$C_k(t_k - t_0) = 50C_b(t_b - t_k), \text{ (1 балл)}$$

Откуда

$$53t_k = 50t_b + 3t_0 = 53t_b - 3(t_b - t_0) \text{ или } t_k = t_b - (3/53) \times (t_b - t_0). \text{ (1 балл)}$$

Искомая разность температур

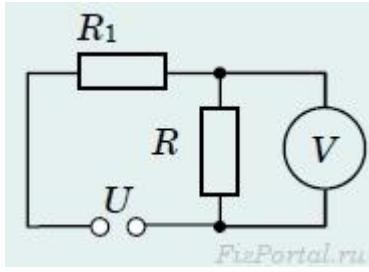
$$t_k - t_0 = t_b - t_0 - (3/53) \times (t_b - t_0) = (50/53) \times (t_b - t_0) \approx 18,9 \text{ °C. (1 балл)}$$

Всего за задачу 10 баллов

4. Не идеальный вольтметр.

В цепи, изображенной на рисунке, вольтметр измеряет падение напряжения на резисторе сопротивлением **R = 300 кОм**. Каким может быть сопротивление вольтметра для того чтобы его показания отличались не больше чем на **2 %** от допустимого значения U_o .

Сопротивление **R₁ = 100 кОм**.



Решение.

Приступил к решению задачи, выполнил рисунок, записал основные формулы **(1 балл)**
При отсутствии вольтметра сопротивления R и R_1 соединены последовательно, поэтому падение напряжения на сопротивлении R равно

$$U_R = IR = UR/(R + R_1). \text{ (2 балла)}$$

При подключении вольтметра он измеряет напряжение на участке, который состоит из параллельно соединенных резистора, сопротивлением R и сопротивления вольтметра R_V . В этом случае ток в цепи

$$I = U/(R_1 + RR_V/(R + R_V)) \text{ (1 балл)}$$

Показание вольтметра

$$U_R' = U/(R_1 + RR_V/(R + R_V)) \times RR_V/(R + R_V) = URR_V/(R_1R + R_1R_V + RR_V). \text{ (2 балла)}$$

По условию задачи показания вольтметра не должны превышать **2 %**

$$(U_R - U_R')/U_R \leq 0,02, \text{ (2 балла)}$$

или

$$1 - R_V(R + R_1)/(R_1R + R_1R_V + RR_V) \leq 0,02. \text{ (1 балл)}$$

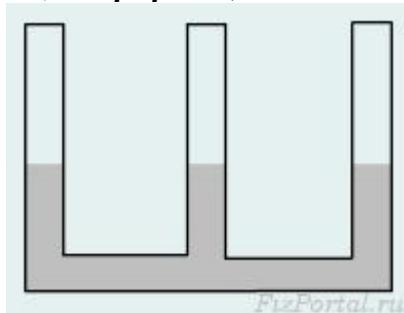
Решая последнее неравенство относительно искомого сопротивления вольтметра, получим

$$R_V \leq 49 \times RR_1/(R + R_1) \leq 3675 \text{ кОм. (1 балл)}$$

Всего за задачу 10 баллов

5. Сообщающийся сосуд.

В сообщающийся сосуд (см. рисунок) налили воду. В левый сосуд налили керосин высотой $H_1 = 20 \text{ см}$, а в правый – высотой $H_2 = 1,25H_1$. На сколько повысился уровень воды в среднем сосуде? Известно, что $\rho_{\text{в}}/\rho_{\text{к}} = 1,25$.



Решение.

Приступил к решению задачи, выполнил рисунок, записал основные формулы **(1 балл)**
Предположим, что в левом сосуде уровень воды понизился на h_1 , а в правом понизился на h_2 . Тогда в среднем сосуде уровень воды повысится на $h_1 + h_2$ и будет выше, чем в правом сосуде на $h_1 + 2h_2$ и выше, чем в левом сосуде на $2h_1 + h_2$. **(2 балла)**

Так как жидкость находится в равновесии, то давление столбов воды равно давлению столбов керосина:

$$\rho_{\text{в}}g(2h_2 + h_1) = \rho_{\text{к}}gH_2, \rho_{\text{в}}g(2h_1 + h_2) = \rho_{\text{к}}gH_1, \text{ (1) (2 балла)}$$

где $\rho_{\text{в}}$ – плотность воды, $\rho_{\text{к}}$ – плотность керосина

Перепишем уравнения (1)

$$2h_2 + h_1 = (\rho_{\text{к}}/\rho_{\text{в}}) \times H_2, 2h_1 + h_2 = (\rho_{\text{к}}/\rho_{\text{в}}) \times H_1.$$

или

$$2h_2 + h_1 = 0,8H_2, 2h_1 + h_2 = 0,8H_1,$$

и

$$(2h_2 + h_1)/(2h_1 + h_2) = 1,25.$$

Откуда $h_2 = 2h_1$. (2 балла)

$$2 \times 2h_1 + h_1 = 0,8H_2, h_1 = 0,8H_2/5 = 4 \text{ см}, h_2 = 2h_1 = 8 \text{ см}. (2 \text{ балла})$$

Откуда $h_1 + h_2 = 4 \text{ см} + 8 \text{ см} = 12 \text{ см}. (1 \text{ балл})$

Всего за задачу 10 баллов