11 класс. Муниципальный тур. 2016/7 учебный год. Лазарев А.Н.

Задача 1. Полезное соотношение.

За третью секунду свободного падения тело пролетело 1/20 всего пути. Какой путь оно пролетело за последнюю секунду падения. Сопротивление не учитывать.

Возможное решение.

При равноускоренном движении без начальной скорости пути, пройденные телом за равные промежутки времени, соотносятся как последовательность нечетных чисел:

$S_1 : S_2 : S_3 : S_4 : S_5 : S_6 : S_7 : S_8 : S_9 : S_{10}...... = 1:3:5:7:9:11:13:15:17:19....$

Если $S_3 = \frac{1}{20} = \frac{5}{100} = \frac{5}{t^2}$, то тело падало 10 секунд, с высоты $H = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \cdot 100}{2} = 500 м.$, а путь за десятую секунду равен $S_{10} = \frac{19}{100} \cdot 500 = 95 м.$

Ответ: $S = 95 м.$

Критерии оценки.

Знание соотношения $S_1 : S_2 : S_3 : S_4 ... = 1:3:5:7...$ 2 балла

Определение из этого соотношения времени падения – знаменатель доли пути является квадратом времени движения $t^2 = 100$ 4 балла

Определение высоты падения 2 балла

Определение пути за десятую секунду 2 балла

Альтернативное решение.

$S_3 = \frac{g3^2}{2} - \frac{g2^2}{2} = \frac{5g}{2} = \frac{1}{20} S \Rightarrow S = 500 м.$ Время падения $H = \frac{gt^2}{2} = 500 м. \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 10 с.$ Тогда путь за десятую секунду $S_{10} = \frac{g10^2}{2} - \frac{g9^2}{2} = \frac{19g}{2} = \frac{190}{2} \Rightarrow S = 95 м.$

Критерии оценки.

Определение пути, пройденного телом за третью секунду 4 балла

Определение всего пути 2 балла

Определение времени падения 2 балла

Определение пути, пройденного телом за десятую секунду 2 балла

Задача 2. Вертикаль и горизонт.

Из одной точки, находящейся на высоте 45 метров, одновременно бросают с одинаковыми скоростями два тела: первое вертикально вверх, второе горизонтально. В первом случае со скоростями 20 м/с, а во втором, со скоростями 40 м/с. Как относятся наибольшие расстояние между телами во втором и первом случаях. Сопротивление воздуха не учитывать. $g = 10 м/с^2$

Возможное решение.

Расстояние между телами, движущимися с одинаковым ускорением из одной точки $S = V_{12} \cdot t$, где V_{12} модуль $\vec{V}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 = \vec{V}_{01} - \vec{V}_{02}$- скорости одного тела относительно другого. В нашем случае $\alpha = 90^o$ $V_{12} = V\sqrt{2} = 20\sqrt{2} м/с$ и $S = V\sqrt{2} \cdot t$ - линейно возрастает со временем, пока тела движутся.

Первым упадет тело, брошенное горизонтально, через $t = \sqrt{\dfrac{2H}{g}} = \sqrt{9} = 3с.$,

когда расстояние между телами будет $S = 20\sqrt{2} \cdot 3 = 60\sqrt{2} \approx 85м.$ В дальнейшем расстояние будет только уменьшаться, т.к. через 3 секунды первое тело уже падает вниз.

Иначе обстоит дело во втором случае. Через те же 3 секунды одно тело уже лежит на Земле, а второе продолжает подниматься: $V = V_o - gt = 0 \Rightarrow t = \dfrac{V_o}{g} = 4с$ Максимальная высота подъема второго тела $H = V_0 t - \dfrac{gt^2}{2} + 45 = 125м$, а расстояние между телами в этом случае $S_2 = \sqrt{120^2 + 125^2} = \sqrt{30025}$. Тогда отношение $\dfrac{S_2}{S_1} = \dfrac{\sqrt{30025}}{60\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{30025}{7200}} \approx 2$

Ответ: $\dfrac{S_2}{S_1} \approx 2$

Критерии оценки.

Вывод соотношения $S = V\sqrt{2} \cdot t$ 2 балла

Проверка приемлемости соотношения $S = V\sqrt{2} \cdot t$ для первого случая 2 балла

Понимание и проверка неприемлемости соотношения $S = V\sqrt{2} \cdot t$ для второго случая (одно лежит) 2 балла

Определение момента, для которого расстояние во втором случае будет максимальным (одно лежит, а второе в верхней точке подъема) 2 балла

Расчет расстояния для второго случая 2 балла

Задача 3. **Ох, уж эта подставка!**

Подставку, на которой лежит тело, подвешенное на пружине, начинают опускать в первый раз с ускорением $a = g/3$, а во второй с ускорением $a = 3g$. В каком случае и во сколько раз амплитуда колебаний маятника будет больше. В начальный момент пружина не растянута. Масса тела M, жёсткость пружины k.

Возможное решение.

После отрыва подставки на тело действует только сила упругости пружины и оно будет совершать колебания с амплитудой А около положения равновесия x_0. Максимальное смещение его будет равно их сумме:

$$x_m = x_0 + A$$

Положение равновесия тела x_0 находим из условия:

$$Mg = kx_0 \qquad \Rightarrow x_0 = \frac{Mg}{k}$$

Амплитуда колебаний будет равна: $A = x_m - x_0$

Найдем максимальное растяжение пружины или смещение груза. На тело, движущееся вместе с подставкой, действуют сила тяжести, сила упругости и сила реакции опоры. Их проекции на вертикальную ось, направленную вниз равны:

$$Mg - kx - T = Ma$$

В момент отрыва, сила реакции становится равной нулю, и второй закон Ньютона имеет вид:

$$Mg - kx = Ma$$

К этому моменту времени деформация пружины равна расстоянию, пройденному телом:

$$x = \frac{at^2}{2}$$

$$Mg - k\frac{at^2}{2} = Ma$$

$$k\frac{at^2}{2} = M(g-a)$$

$$t = \sqrt{\frac{2M(g-a)}{ka}}$$

Максимальное растяжение пружины или смещение груза найдем из закона сохранения механической энергии для двух состояний маятника – момента максимального смещения груза и момента отрыва подставки:

$$\frac{kx_m^2}{2} - mgx_m = \frac{mV^2}{2} + \frac{kx^2}{2} - mgx \qquad t = \sqrt{\frac{2M(g-a)}{ka}}$$

$$V = at = a\sqrt{\frac{2M(g-a)}{ka}} = \sqrt{\frac{2Ma(g-a)}{k}}$$

$$x = \frac{at^2}{2} = \frac{M(g-a)}{k}$$

$$\frac{kx_m^2}{2} - Mgx_m = \frac{M^2a(g-a)}{k} + \frac{M^2k(g-a)^2}{2k} - \frac{M^2g(g-a)}{k}$$

$$\frac{kx_m^2}{2} - Mgx_m = \frac{M^2(a-g)(g-a)}{k} + \frac{M^2(g-a)^2}{2k}$$

$$\frac{kx_m^2}{2} - Mgx_m = -\frac{M^2(g-a)^2}{k} + \frac{M^2(g-a)^2}{2k}$$

$$\frac{kx_m^2}{2} - Mgx_m = -\frac{M^2(g-a)^2}{2k}$$

$$kx_m^2 - 2Mgx_m + \frac{M^2(g-a)^2}{k} = 0$$

$$x_m = \frac{Mg \pm M\sqrt{a(2g-a)}}{k} = \frac{Mg}{k} \pm \frac{M\sqrt{a(2g-a)}}{k}$$

$$x_m = x_0 + A = \frac{Mg}{k} + \frac{M}{k}\sqrt{a(2g-a)}$$

$$A = \frac{M\sqrt{a(2g-a)}}{k}$$

$$A_1 = \frac{M\sqrt{\frac{g}{3}(2g-\frac{g}{3})}}{k} = \frac{M\sqrt{\frac{5g^2}{9}}}{k} = \frac{Mg}{k}\frac{\sqrt{5}}{3}$$

Поскольку во втором случае ускорение подставки больше ускорения свободного падения, то подставка сразу отрывается от тела, и оно опускается с ускорением свободного падения, а амплитуду его колебаний можно найти как амплитуду колебаний свободного маятника $A = \frac{Mg}{k}$. Такой же результат получим, подставив в общее выражение для амплитуды $A = \frac{M\sqrt{a(2g-a)}}{k}$ вместо a подставляем g.

$$A_2 = \frac{M\sqrt{g(2g-g)}}{k} = \frac{Mg}{k}$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\frac{Mg}{k}}{\frac{Mg}{k}\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = 1{,}3$$

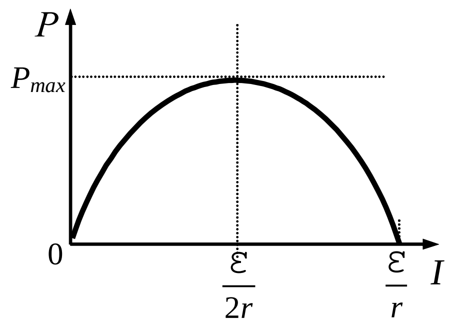
Критерии оценки.

Соотношение $x_m = x_0 + A$	2 балла.
Положение равновесия	2 балла.
Понимание влияния подставки	2 балла.
Выражение для амплитуд	4 балла.

Задача 4. Странный максимум.

Электрическая цепь состоит из источника тока и реостата. ЭДС источника ε *=12В,* его внутреннее сопротивление *r=1Ом***.** Сопротивление реостата можно изменять в пределах от *2Ом до 5Ом*. Чему равна наибольшая мощность тока, выделяемая на реостате?

Возможное решение.



Мощность, выделяемая во внешней цепи, находится по формуле

$P = IU = I(\varepsilon - Ir)$.

Корни уравнения $I(\varepsilon - Ir) = 0$:

$I_1 = 0,\ I_2 = \dfrac{\varepsilon}{r}$,

а максимум функции $P(I)$ достигается при токе

$I = \dfrac{\varepsilon}{2r} = 6\text{А}$, и равен

$P_{\max} = \dfrac{\varepsilon^2}{4r} = 36$ (Вт).

$P_{\max} = I^2 R = \left(\dfrac{\varepsilon}{2r}\right)^2 R = \dfrac{\varepsilon^2}{4r}$

Откуда максимальная мощность будет при R = r.

С уменьшением сопротивления от 5 до 2 Ом ток растет по правой ветви параболы, а наибольшая мощность на выделенном интервале внешнего сопротивления будет при R=2Ом.

$P(2) = I^2 R = \dfrac{\varepsilon^2 R}{(r+R)^2}. = 32$ Вт

Критерии оценивания

Получено выражение для мощности тока	2 балла
Исследована зависимость мощности от тока в цепи и от внешнего сопротивления	4 балла
Выбрано внешнее сопротивление, из заданного диапазона, при котором мощность наибольшая	2 балла
Найдено значение наибольшей мощности	2 балла

Задача 5. ЭДС в стержне.

Проводящий стержень длиной 20 *см.* вращается с угловой скоростью 75 *рад/с*. в однородном магнитном поле индукцией 0.2 *Тл*. вокруг оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец. Вектор индукции магнитного поля направлен вдоль оси вращения. Какую работу совершают сторонние силы при перемещении в стержне элементарного заряда $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ *Кл.*

Возможное решение.

Силой, перемещающей заряды в проводнике, движущемся в магнитном поле, является составляющая силы Лоренца, направленная вдоль проводника. Её модуль $F = qVB\sin\alpha$ В нашем случае $F = q\omega rB\sin 90^o = q\omega rB, \quad 0 < r < l$. Работа переменной силы равна: $A = \int_0^l F(r)dr = \int_0^l q\omega rBdr = q\omega B\int_0^l rdr = q\omega B\left.\frac{r^2}{2}\right|_0^l = q\omega B\frac{l^2 - 0^2}{2} = \frac{q\omega Bl^2}{2}$.

Можно обойтись и без интегрирования, если заметить что сила линейно зависит от $r \quad 0 < r < l \quad F = q\omega rB$. Тогда $A = \frac{F_1 + F_2}{2}l = \frac{0 + q\omega lB}{2}l = \frac{q\omega l^2 B}{2}$

Ответ: $A = 4{,}8\cdot 10^{-20}$ *Дж.*

Критерии оценки.

Понимание физической ситуации и сторонней силы	2 балла
Формула Лоренца	2 балла
Одно из выражений для работы ($\frac{1}{2}$ - главное)	4 балла
Расчет	2 балла

Альтернативное решение.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{BS}{T} = \frac{B\pi l^2}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{Bl^2\omega}{2}$$

$$\varepsilon = \frac{A}{q} = \frac{Bl^2\omega}{2} \Rightarrow A = \frac{qBl^2\omega}{2}$$

Критерии оценки.

Определение ЭДС	2 балла
Правило Ленца	2 балла
Вывод выражения для ЭДС $\varepsilon = \frac{Bl^2\omega}{2}$	4 балла
Расчет	2 балла